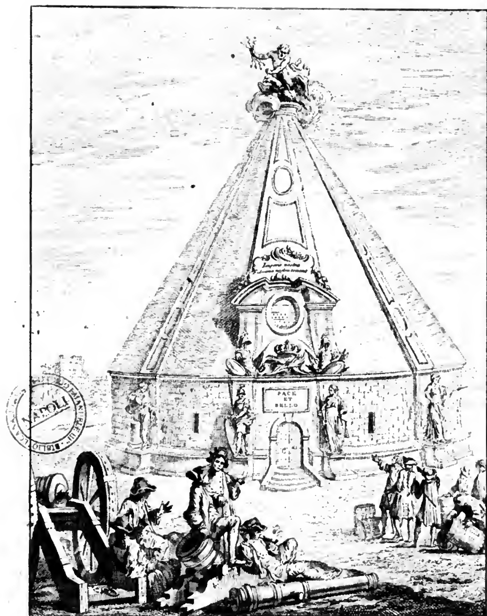






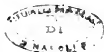


MECANISME DE L'ARTILLERIE

THEORIE NOUVELLE
SUR
LE MECANISME
DE
L'ARTILLERIE.

DEDIÉ AU ROY DE SARDAIGNE.

Par M. DULACQ, *Capitaine d'Artillerie de Sa Majesté le Roy de Sardaigne.*







A PARIS, RUE SAINT JACQUES;
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roy pour l'Artillerie & le Genie, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLI.
AVEC PRIVILEGE DU ROY;
& Approbation de Messieurs de l'Académie Royale des Sciences.

A

SA MAJESTÉ LE ROY DE SARDAIGNE.

IRE,

La Justice & les Armes qui assurent la tranquilité d'un Etat, tirent toute leur force des Sciences & des Arts: La Guerre a ses principes certains: tout y doit être premedité par un juste raisonnement, & éxecuté avec méthode; sans cela les

plus grands emplois & les plus belles actions ne sont plus que des jeux du hazard où la fortune préside.

Aussi VOSTRE MAJESTE', *par amour pour ses Peuples, entretient à Turin une Université qu'elle rend florissante, afin qu'ils puissent se perfectionner dans les Arts & dans les Sciences, qu'Elle considére comme la base & le fondement de ce repos public, & de ce bon ordre, qui sont la plus grande félicité des Sujets.*

La Police, l'administration d'une Justice équitable, maintiennent la douce tranquillité qu'ils goûtent dans l'intérieur de l'Etat : Les Troupes disciplinées & aguerries, une Frontiere fortifiée par des Places que l'Art & la nature rendent inaccessibles, les garantissent des troubles de dehors : VOSTRE MAJESTE' *portant par tout ses soins, a augmenté le nombre des Ingénieurs pour le progrès des Fortifications ; il ne restoit plus qu'à seconder le zele de son Régiment d'Artillerie par les Ecoles qu'Elle vient d'établir, sur l'heureux succès qu'elles promettent, Elle se dispose à répandre ses graces.*

L'Artillerie est de toutes les parties de l'Art Militaire celle qui éxige des connoissances plus abstraites, elle languissoit tandis qu'elle étoit conduite par la seule pratique. Depuis que les Savans, & Messieurs les Académiciens en ont fait le sujet de leurs recherches, on lui a bientôt vû prendre des forces par les régles & les principes qu'ils lui ont donné ; la vaste étendue du sujet nous laisse encore beaucoup à découvrir ; la complication de la matiere me paroissoit au-dessus de mes forces, le zele

m'a animé ; j'ai crû ne pouvoir consacrer mes veilles à un sujet plus utile pour le Service de VOSTRE MAJESTE', *dans un tems où il devient le principal objet de ses soins ; je craignois encore pour le succès ; mais l'approbation d'un Corps aussi justement estimé de toute l'Europe, que celui de Messieurs de l'Académie Royale des Sciences vient de me rassurer.*

C'est sur ce témoignage avantageux que VOSTRE MAJESTE' *a honoré mon Ouvrage de sa puissante protection, j'ose en esperer la continuation par l'importance de la matiere ; cette passion & votre application à ce qui peut contribuer à la gloire de vos Armes, & à la perfection de l'Art Militaire, parlent en ma faveur.*

Ce Génie Martial, SIRE, *est hereditaire dans votre Auguste Maison : Son Histoire n'est qu'une suite de vaillans Princes & de Héros, qui d'un Successeur à l'autre dans une même Branche se sont surpassés en valeur. L'Asie, la Flandre, l'Italie, ont signalé vos Ancêtres ; Pizzighiton, Milan, Guastalla, & tous les exploits de cette derniere Guerre viennent de couronner de Lauriers* VOSTRE MAJESTE'. *Nous vous avons vû* ROI *& Soldat porter l'ordre, la disposition, la fermeté & la Victoire sur vos pas ; la bravoure & la présence de votre sacrée Personne nous rassuroit pour nous même ; mais nous jettoit dans de continuelles allarmes pour Elle, à la vûe de tous les plus grands périls où Elle s'exposoit si généreusement.*

Tant de rares & éminentes qualités Martiales jointes à

ces Vertus Royales & Chrétiennes, à cette piété solide, à la facilité qu'on a d'aborder votre Thrône, à cette bonté qu'éprouvent ceux qui implorent votre clémence, me fourniroient la plus parfaite peinture d'un grand Héros; mais votre modestie me le défend, daignez agréer mon Ouvrage, & le très profond respect avec lequel je suis,

SIRE,

DE VOSTRE MAJESTÉ,

Le très-humble, très-obéissant, & très fidelle serviteur & Sujet,

DULACQ.

APPROBATION DU CENSEUR ROYAL.

J'AI lû par ordre de Monſeigneur le Chancelier, un Manuſcrit intitulé: *Nouvelle Théorie ſur le Mécaniſme de l'Artillerie*, faiſant partie d'un cours d'Artillerie, par Monſieur DULACQ, Capitaine d'Artillerie dans les Troupes du Roi de Sardaigne; & j'ai crû que l'impreſſion en feroit utile au Public. A Paris ce trente-un May mil ſept cent quarante.

CLAIRAUT.

APPROBATION DE MESSIEURS DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.



Extrait des Regiſtres de l'Académie Royale des Sciences.

Du vingt-un May mil ſept cent quarante.

MEſſieurs Clairaut & le Monnier, qui avoient été nommés pour examiner un Ouvrage de Monſieur DULACQ, Capitaine dans le Regiment d'Artillerie du Roi de Sardaigne, & Commandant des Ecoles de Campagne du même Corps à Turin, intitulé: *Nouvelle Théorie du Mécaniſme de l'Artillerie*, où l'Auteur traite de l'inflammation de la Poudre, plus ou moins entiere, ſelon que le boulet ſort plus tôt ou plus tard de la Piéce, de la force de la Poudre par rapport aux obſtacles qui la compriment, en s'oppoſant à la dilatation de la flamme, des formes les plus avantageuſes, des Chambres pour les Mortiers & pour les Canons, de la Figure des excavations des terres dans les Mines, du jet des Bombes ſelon toutes les inclinaiſons, de leurs éforts ſur des Voutes, & de la figure de ces Voutes pour une plus grande réſiſtance; de la Mécanique du pointement, ſelon les differentes occaſions, & les accidens qui peuvent y arriver, avec la maniere d'y remedier: Le tout conſideré, non-ſeulement dans

le vuide ; comme à l'ordinaire ; mais encore dans le plein ; ou la complication devient plus grande.

En ayant fait leur rapport :

La Compagnie a jugé que cet Ouvrage ne pouvoit que tendre à la perfection de l'Artillerie, par les expériences, & les réflexions, soit nouvelles, soit curieuses, qu'il fournit par les Formules Géometriques & générales qu'il contient ; & par les moyens assez faciles qu'il donne en même temps de les mettre en pratique : en foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris ce vingt-cinq May mil sept cent quarante.

FONTENELLE, Secretaire perpetuel de l'Académie Royale des Sciences.



PREFACE



PRÉFACE

SUR LES MÉCANIQUES EN GENERAL.



CEUX qui n'ont pas la connoiſſance des Mécaniques, regarderont cet Ouvrage comme une ſpéculation inutile pour la bonne conſtruction des Voutes, & pour le jet des Bombes; cependant à l'examiner ſans prévention, on ne ſçauroit nier que tous les Architectes, & Civils & Militaires, ont eu de grandes conteſtations ſur la nature de la Courbe qui convient le mieux aux Voutes, pour réſiſter à la pouſſée de leurs Vouſſoirs, qui tend à les abattre par leurs propres poids, & pour s'oppoſer au choc & aux ſécouſſes des corps étrangers, qui tendent à les écraſer ou à les ébranler: Monſieur de Vauban, & les plus habiles Ingénieurs qui ont l'expérience des Bâtimens & de la Guerre, ſe ſont déclarés pour la Voute en plein ceintre, quoique d'autres apportent des raiſons pour choiſir la voute en tiers point: l'on doit donc décider ſur une matiére qui paroîtra toujours intereſſante à tous ceux qui ne cherchent point à excuſer leur ignorance par l'obſcurité; mais joignant l'expérience à la force du raiſonnement, ne ſe bornent point dans leurs déciſions, ni à

l'opinion des autres, ni à un usage souvent abusif, mais à des raisonnemens solides & convaincants ; s'il est donc necessaire d'en connoître les raisons, comment le fera-t'on sans s'établir des principes ? & le moyen d'établir ces principes, sans entrer dans le mécanisme de la force des percussions & des poussées, contre la résistance des Voutes ; il seroit à souhaiter que l'on eût aussi travaillé plutôt à la découverte des effets prodigieux du mécanisme de la Poudre, peut-être les sentimens sur les charges & les dimensions des piéces seroient moins partagés : il a fallu aussi connoître la nature des projections, examiner la force mouvante des armes à feu, son origine, sa durée & son impulsion, pour pouvoir fixer des régles avec fondement pour l'emplacement des batteries, pour l'élévation convenable à la piéce, pour y pouvoir porter les mobiles avec plus de justesse & plus de violence selon les cas ; il a fallu par conséquent connoître la nature de la Poudre, comme la premiere cause efficiente des projections, en entrant dans tout son mécanisme ; ce qui fait la premiere Partie de cet Ouvrage : il a fallu en second lieu connoître la nature du mouvement qu'elle imprime aux mobiles dans les bouches à feu ; sçavoir s'il est constant, égal & perpetuel, ou non : si du moins on ne pourroit fixer aucune régle, ni pour la charge des piéces, ni pour leurs élévations ; c'est ce qui forme la seconde Partie de cet Ouvrage ; & pour connoître la résistance d'une Voute contre la percussion d'une Bombe, il a fallu examiner l'état de l'action & de la résistance, selon les différens points de percussion sur les Voussoirs, & selon

les différens angles d'incidence ; ce qui forme la troisiéme Partie.

Les anciens Philosophes instruisoient mal leurs Disciples sur tous les miracles continuels de la nature, qu'ils leur expliquoient en des termes ambigus & plus capables de les retenir dans l'admiration, en les laissant dans l'ignorance des veritables causes, que de les instruire en les leur rendant plus sensibles. Depuis que les Phicisiens modernes ont expliqué les productions de la nature par les régles des Mécaniques, en dévelopant à nos yeux le Mécanisme qui nous en étoit inconnu, ils y ont fait des progrès admirables ; & quoi qu'ils ayent fait déja de si belles découvertes, nous admirons encore aveuglement la grandeur & la puissance de ce grand Etre suprême qui a formé par un seul acte de sa volonté, & qui maintient de même tout ce que renferme cette vaste étendue entre le Ciel & la Terre : rien en effet nous la peut rendre plus sensible, ne pouvant juger de ce grand Ouvrier tout-puissant, que par la foible connoissance qu'il nous a laissé de ses Ouvrages ; mais si nous connoissions les différens rapports des poids, & des volumes, des Atmosphéres, des Planetes, la differente qualité de leur matiere ; peut-être n'en serions-nous pas plus surpris, que du mouvement regulier d'une bonne horloge dont nous connoissons les causes.

C'est par les Loix des Mécaniques que se fait le mouvement des Cieux, de l'air, des eaux d'où sortent tant de belles productions ; c'est par les Mécaniques que la Terre, les Planetes & les Astres ont pris leurs figures

& leurs mouvemens, que la nature & les qualités des Elémens, des Plantes, des Animaux, des Metaux, des Sels, en un mot de tout ce qui a une forme & une figure materielle ont été reglés : ce sont elles qui maintiennent le mouvement dans le sang pour en perpetuer la circulation ; qui introduisent l'air dans nos poulmons pour y former la respiration, qui agitent & distribuent les esprits vitaux pour nos differentes opérations, qui forment tous nos sens par l'agitation de l'air, des sels, des nerfs, des muscles & des organes, & qui reglent jusques à l'imagination même dans les animaux : ce sont elles enfin qui dirigent toutes les parties des corps & des plantes, pour leurs productions, leurs accroissemens & leur subsistance, en échauffant la sémence des plantes dans les entrailles de la terre, des animaux dans le ventre de leur mere, & des insectes dans les œufs : élévant les eaux de la mer pour former les nuées ; en agitant l'air pour les répandre par tout, & arroser les lieux les plus arides, pour y produire leur subsistance ; en les purifiant par la chaleur & le froid de la diversité des Saisons ; & par l'équilibre & le mouvement de tant de différens corps, ont introduit & maintiennent tout le bel ordre, & tout ce grand arrangement de l'Univers. Voilà ce que fait la nature par les Mécaniques ; mais ce que peut faire cette nature par leur secours, l'homme pourroit l'imiter, & quelquefois même le surpasser, s'il avoit une plus parfaite connoissance des élémens.

C'est en approfondissant & en imitant ce mécanisme de la nature, qu'il a animées des statues, des rochers,

& des orgues pour les faire parler par la distribution de l'air, & leur faire produire des concerts admirables, qu'il a ravi au Soleil son ardeur & son activité, en réunissant ses rayons dans les miroirs ardens, qu'il a emprunté sa lumiére en la réunissant dans les verres optiques, pour fortifier sa vûe en grossissant les objets, & pour la reproduire même dans ceux qui en sont presque privés par l'indisposition des organes; qu'il a dépouillé la terre de ses sels, de ses soufres, de ses esprits, & de ses parties grossieres; car si la nature, par leur different mélange, a formé tous ces corps, s'il n'a pû l'imiter, il a trouvé le secret d'en faire l'analise, & par leurs décompositions de les séparer; il rencherit même sur elle dans ses machines, en élevant des fardeaux contre sa disposition, & infiniment au-dessus des forces qu'elle lui a données, en faisant remonter les eaux, en menageant avec art leur cours, leur vitesse & leur sallie; ce sont là une infinité de prodiges, & tant d'autres que font les Mécaniques, ou par l'art, ou par la nature. Mais lorsque l'art & la nature s'associent, & qu'elles s'entr'aident mutuellement, il n'y a rien pour lors que l'homme ne puisse entreprendre & executer: il forme les foudres par la poudre & par les armes à feu; il renverse les entrailles de la terre par les mines; il détourne les rivieres, il pompe l'air, & forme ce vuide contre cette vaine repugnance que lui attribuoient les Anciens; il combat les élémens, en surmontant les tempêtes, en traversant les mers, & se dérobant à leur fureur; il va leur enlever jusques dans leur sein les richesses dont elles paroiss-

ſent ſi avares, & qu'elles nous y ont cachées avec tant de précautions.

Combien le commerce n'eſt-il pas redevable aux Mécaniques? la navigation, les mines pour fouiller les métaux dans le ſein des rochers, les voitures, les ponts, les acqueducs, les écluſes, les canaux pour les tranſporter; tant d'inſtrumens & d'outils différens pour toutes ſortes de métiers, pour travailler la laine, le lin, le fil, la ſoye, les métaux, les bois, & tout ce que la terre peut produire pour les beſoins de l'homme, afin de les rendre d'un uſage plus parfait, plus utile, ou plus curieux; n'en ſont-ils pas les productions?

On ne ſçauroit trop louer les Grands Hommes, qui par leurs profondes réflexions nous ont frayé le chemin a tant de belles découvertes ſur la qualité, ſur le poids & ſur la force du reſſort qu'ils ont remarqué dans l'air, ſur les mouvemens d'ondulations, de réflexions, de vibrations, & ſur celui de chûte, ou accelerée des graves, d'où ils ont tiré des conſéquences & des machines qu'on ne ſçauroit jamais trop eſtimer: les grandes lumieres qu'elles nous fourniſſent en feront un éloge éternel.

C'eſt par les Mécaniques que nous connoiſſons la force des bois, que nous en déterminons le foible, & l'endroit où ils ſe doivent rompre, la maniere de les employer avec plus d'avantage, en racourciſſant les léviers, en rapprochant leurs points d'apui de leur centre de gravité par des gardes, par des traverſes, des arcsboutans, ou par leurs ſituations & leurs differentes figures.

On n'eſt parvenu à cette connoiſſance qu'en examinant le mécaniſme de leurs conſtructions, en examinant les differentes directions des filamens qui en compoſent le tiſſu, & celle de l'éfort qu'ils font pour ne pas ſe rompre contre la force des poids qu'ils ſupportent, qui tend à les rompre ; c'eſt auſſi en entrant dans ce mécaniſme que l'on a reduit au calcul les efforts des terres contre les revêtemens des murailles; & que ſans employer trop de materiaux pour les aſſurer, & ſans hazarder de les voir renverſer pour les avoir trop épargné ; on a fixé les juſtes épaiſſeurs des revêtemens, des remparts, des terraſſes, des chauſſées, des digues & des écluſes ; il a fallu de même entrer dans ce mécaniſme, pour connoître la force des Voutes ; en examinant les différens léviers ſelon leurs differentes courbes, & les différens efforts des Bombes ſelon leurs élévations, leur hauteur, leurs poids, & les différens points des Vouſſoirs qu'elles frappent plus ou moins directement ; ce qui en doit varier toute la force ; c'eſt par ce mécaniſme que l'on a reduit au calcul la force de la pouſſée des Voutes, & la force des percuſſions des Bombes, pour en faire la comparaiſon ; c'eſt en approfondiſſant la nature du mouvement acceleré des graves, & de l'angle d'incidence des Bombes que nous avons découvert, combien les Voutes qui ſont couvertes d'un maſſif de maçonnerie ſont moins expoſées aux violentes percuſſions, que celles qui ne le ſont point ; & quelle élévation il faut donner au mortier, pour que la Bombe frappe une Voute avec ſa force abſolue ; l'endroit le plus propre à

porter la batterie pour la ruiner, la Figure, la Courbe, & les épaiſſeurs convenables pour la rendre capable de réſiſter à l'effort de leur pouſſée, & à celui du choc des Bombes, ſans s'en tenir aveuglement à la déciſion des Ouvriers, ni à la vaine autorité des perſonnes de reputation.

Il m'eſt inutile de dire que je n'éxige pas qu'un Oùvrier, qu'un ſimple Soldat d'Artillerie ait cette parfaite connoiſſance de ce qu'il fait; mais auſſi je ne ſçaurois diſpenſer les Ingénieurs, les Machiniſtes, & les Officiers d'Artillerie qui ſe mêlent de donner des régles, & de les diriger, de s'en inſtruire, & de voir clairement dans ce qu'ils font, à moins de vouloir attribuer à la faute d'un pauvre Ouvrier qui n'en peut pas d'avantage, ou à un hazard chimerique les effets neceſſaires & mécaniques de leurs mauvaiſes directions, dont ils doivent être eux ſeuls reſponſables.



PLAN DE L'OUVRAGE.

LA premiere Partie eſt diviſée en quatre Sections : dans la premiere Section on détermine les viteſſes des inflammations pour tirer des conſéquences ſur les effets de la Poudre.

On y examine la force de la Poudre en elle-même, en ſuppoſant un globe enflammé au milieu de l'air. On fait voir qu'une maſſe ſphérique de poudre ſeroit toujours enflammée en même tems qu'une autre maſſe ſphérique de poudre qui ſeroit plus grande, ou moindre, parce que la viteſſe de l'inflammation eſt toujours proportionnelle au diamétre du globe que la flame doit parcourir.

On examine dans la ſeconde Section la force de la Poudre à meſure qu'elle eſt enflammée dans un plus grand ou dans un moindre eſpace : on y donne les rapports que les forces ont entr'elles : 1°. De la force de la poudre à meſure qu'elle eſt enflammée dans des eſpaces proportionnels aux quantités de poudre : 2°. De la force des quantités égales de poudre qui ſeroient enflammées dans des eſpaces differens : 3°. De la force des differentes quantités de poudre qui ſeroient enflammées dans un même eſpace : 4°. De la force des differentes quantités de poudre qui ſeroient renfermées dans de différens eſpaces.

On conſidére dans la troiſiéme Section la force de la poudre, à meſure que les ſurfaces qui l'environnent s'oppoſent différemment à l'extention de la flamme, par la configuration des chambres, ou par la maniere dont le feu lui eſt communiqué ; & à cet égard on établit pluſieurs formules pour exprimer la force de la poudre de trois manieres differentes : 1°. Lorſque la poudre eſt toute allumée dans la chambre, & qu'on fait abſtraction de l'accompagnement de la flamme qui agit contre le mobile le long de la volée : 2°. Lorſque toute la charge eſt allumée dans la chambre, & que la force de l'inflammation agit ſucceſſivement contre le mobile qu'elle accompagne le long de la volée : 3°. Lorſqu'une partie de la charge s'allume dans la chambre, & que l'autre s'allume dehors de la chambre le long de la volée.

On conclud que la chambre la plus parfaite de toutes, eſt la ſphérique pour les mortiers, lorſqu'elle eſt toujours remplie de

poudre sans terre & sans fourrage ; & que pour les canons, carabines, & autres armes à feu, la chambre la plus parfaite, à bien des égards, seroit la cilindrique arrondie dans son fond, & qui n'auroit qu'un de ses calibres pour sa hauteur : de sorte que la perfection consisteroit à trouver une poudre la plus violente qu'il soit possible, pour qu'en chargeant au quart ou au tiers tout au plus du poids du boulet, elle pût faire assez d'effort, ou le même effet que celle dont nous nous servons en fait ordinairement en chargeant à la moitié, ou aux deux tiers du poids du boulet ; ce qui seroit d'un grand avantage pour la promptitude de l'exécution des piéces, pour l'épargne de la poudre & de son charrois, pour celle du métal, & pour la facilité qu'il y auroit à transporter & manier les piéces qui seroient beaucoup plus courtes qu'elles sont à présent.

Dans la quatriéme Section on examine la figure des entonnoirs des fourneaux des mines, & en supposant que la résistance des terres que le fourneau doit enlever soit homogéne, on démontre que l'excavation de ces terres formeroit la figure d'un paraboloïde. On démontre aussi que les rayons des entonnoirs doivent exceder de beaucoup leurs lignes de moindre résistance, lorsqu'on force de poudre la charge d'un fourneau : ce qui est contraire à l'opinion des anciens Mineurs.

La seconde Partie est divisée en deux Sections : chaque Section contient sept Chapitres.

Dans la premiere Section on y traite le mouvement uniforme d'impulsion, & le mouvement uniformément acceleré de la chûte ; on fait voir que la courbe que les mobiles décriroient dans un vuide, seroit une veritable parabole, par quelque direction que soient poussés les mobiles : On détermine les portées de nos piéces sous differentes élévations avec une charge homogéne dans la raison du produit du Sinus de complément par celui de l'élévation : On y examine differemment qu'on ne l'a fait jusqu'à présent le mouvement dans nos projections ; à sçavoir, en considerant l'espace parcouru à chaque instant sur l'horisontale, à mesure qu'on change la direction de la piéce, & en considerant encore le nombre de ces instans, à mesure qu'on change la direction de la piéce, & la situation du but par rapport au niveau de la batterie : On y trouve la maniere de calculer des Tables aussi utiles que curieuses, où l'on trouveroit l'angle d'élévation qu'il faut donner à la piéce, pour tirer sur un but dans quelque situation

déterminée qu'il soit, par rapport au niveau de la batterie; c'est-à-dire, soit que le but se trouve au-dessus ou au-dessous de la batterie, par toutes sortes de directions possibles; c'est-à dire en pointant la volée de bas en haut horisontalement, ou du haut en bas, si le cas est possible.

L'on donne ensuite une autre nouvelle méthode de resoudre tous ces cas, sans se servir des formules algébriques dont je me sers pour le calcul des Tables; l'on y résout des problêmes qui seroient difficiles à resoudre par les voyes qu'on a suivies jusqu'à présent, comme par exemple ce seroit ce problême suivant.

On suppose qu'on n'ait pû faire le coup d'épreuve sur le niveau de la batterie, comme on le fait ordinairement, pour déterminer l'angle d'élévation qu'il faudroit donner à la piéce, pour atteindre un but situé au niveau de la batterie dans une distance déterminée, & qu'on n'a pû faire ce coup d'épreuve que sur un niveau situé au-dessus ou au-dessous de celui de la batterie.

On demande cependant la solution de tous les cas qu'on peut former sur les projections par la connoissance qu'on a de ce coup d'épreuve, comme s'il avoit été fait au niveau de la batterie.

La solution seroit assez difficile par toute autre méthode que par celle-ci, qui est des plus faciles par mes principes.

On découvre dans cette Section plusieurs belles proprietés du mouvement uniforme: on fait voir que les projections en général, qu'on peut faire sur un même niveau quel qu'il soit, ou plus haut, ou plus bas que celui de la batterie pour toutes les directions possibles d'un demi-cercle, sont renfermées dans un demi-cercle, comme on avoit déja observé que cela étoit ainsi pour le niveau de la batterie; & de plus, on démontre que tous ces cercles sont concentriques, d'où l'on tire de très belles découvertes; comme par exemple de déterminer l'angle d'élévation qui donne la plus grande portée d'une piéce, lorsque la batterie est élevée au-dessus d'une plaine: bien des personnes de mêtier auroient pû croire que ce devoit être l'angle de 45 dégrés d'élévation, sous lequel la portée devroit être la plus grande; ce qui ne peut jamais être ainsi dans l'hipotése même du mouvement fait dans le vuide, selon Galilée, dès lors qu'on tire du dessus d'une éminence; car on verra que cet angle est indéterminé, & que dans ce cas il n'est jamais de 45 dégrés.

Je propose enfin un instrument nouveau très simple & commode, par le moyen duquel on voit la trace de la courbe que ce

mobile décriroit dans le vuide par routes ſortes de directions, s'il y étoit mû avec une même viteſſe quelconque déterminée, par toutes les directions infinies qu'on peut prendre dans la circonférence d'un demi-cercle ; j'en donne la démonſtration & l'uſage.

Je traite dans la ſeconde Section le mouvement retardé par la réſiſtance du milieu, en conſidérant que le mouvement ſe fait dans le plein réſiſtant : On fait voir d'abord la neceſſité qu'il y a d'avoir égard à cette réſiſtance, en faiſant voir d'une maniere ſenſible que cette réſiſtance de l'air eſt plus conſiderable qu'on ne la ſuppoſe dans le ſiſtême de Galilée : enſuite je paſſe à la réſiſtance de l'air au mouvement uniforme d'impulſion, & au mouvement acceleré de la chûte : Je donne la conſtruction de la courbe qui renfermeroit les projections retardées ; ſoit que le but fût au niveau de la batterie, ſoit qu'il fût au-deſſus ou au-deſſous de ce niveau : cette conſtruction eſt facile par le moyen d'un coup d'épreuve ; car au lieu qu'on ne fait ordinairement qu'un coup d'épreuve, j'en fais faire deux ſous deux angles d'élévation differens, mais également éloignés de 45 dégrés : il eſt certain que ſi le milieu n'eût point reſiſté, les portées ſous ces deux élévations également éloignées de 45 dégrés, feroient préciſément égales ; ce qu'on démontrera ; & que ſi elles ſont inégales, par conſéquent cette différence ne proviendra que de la réſiſtance de l'air ; en ſuppoſant toutes choſes néanmoins dans l'éxactitude de la Théorie.

On donne enfin dans le dernier Chapitre de cette ſeconde Section pluſieurs principes, pour conduire à la perfection de mon ſiſtême ſur la réſiſtance, laquelle conſiſteroit à déterminer les courbes qui renferment les projections retardées, ſans qu'il fût neceſſaire de faire pour cela un coup d'épreuve ; ce qui feroit très commode ; car nous n'aurions beſoin que de trois courbes differentes, pour le plomb, pour le fer & pour la pierre, qui ſont les trois matieres dont nous nous ſervons ordinairement pour nos projections militaires ; car j'ai fait voir dans ce dernier Chapitre qu'une même courbe & pour un même niveau, doit renfermer toutes les projections qu'on peut faire avec différens mobiles de differente péſanteur abſolue, & qui feroient mûs avec differentes viteſſes d'impulſion, pourvû que la péſanteur ſpécifique, & le niveau ſur lequel ſe feroient les projections, fuſſent toujours les mêmes.

La troiſiéme Partie eſt diviſée en trois Sections, dont la pre-

miere & la derniere contiennent deux Chapitres chacune, & la seconde en contient huit.

J'éxamine dans la premiere Section l'équilibre des voutes dans l'idée qu'en a donné Monsieur Belidor *dans sa Science des Ingénieurs* : comme je ne considére cet équilibre que pour déterminer la voute qui convient le mieux aux magasins à poudre, pour les mettre à l'abri des violentes percussions des bombes, je n'éxamine que les léviers des voutes en plein ceintre, en tiers point, surbaissées, éliptiques & paraboliques, afin de voir celles qui ont de moindres léviers, & qui peuvent par conséquent souffrir de moindres chocs sur leur foible, qui ordinairement est sur la clef & sur les reins de la voute.

Je considére dans la seconde Section la force absolue du choc d'une bombe, en la prenant pour un seul point : de sorte que toute sa pésanteur soit sensée être réunie dans son centre de gravité; je considére cette force à chaque instant du mouvement pendant la projection; j'en détermine le choc non-seulement lorsque le corps frappé est situé au niveau de la batterie, mais encore lorsqu'il est situé dans tous les autres points de la courbe de projection, au-dessus ou au-dessous du niveau de la batterie, & pour toutes sortes de directions qu'on puisse prendre dans la circonférence d'un demi-cercle.

Je passe dans le second Chapitre à la force relative du choc, à mesure que les angles d'incidence de la tangente de la courbe qui décrit la bombe sur le plan frappé, sont plus ou moins aigus; je détermine la force absolue du choc d'une bombe qui seroit tirée avec une même force par les differentes directions qu'on peut prendre dans un quart de cercle, sur toutes les tangentes infinies des points du demi-cercle d'une voute en plein ceintre, en supposant que ce demi-cercle est dans le plan de la projection, que la voute n'est pas couverte d'un massif de maçonnerie, & qu'elle est située au niveau de la batterie.

Dans le troisiéme Chapitre j'examine les changemens que le massif de maçonnerie, dont on couvre l'estrados des voutes, doit apporter dans les percussions des bombes, en faisant remarquer la différence des angles d'incidence que ce massif apporte : je détermine ces angles d'incidence pour tous les cas.

L'on considére dans le quatriéme Chapitre la force absolue du choc d'une bombe qui seroit jettée avec differentes charges de poudre sur un même but situé au niveau de la batterie : par toutes

les differentes directions qu'on peut prendre dans un quart de cercle, & d'un même point de batterie ; l'on y trouve la Table de la force absolue du choc d'une bombe qui tireroit avec differentes charges de poudre sur un même but situé au niveau de la batterie, pour toutes les differentes directions qu'on peut prendre dans un quart de cercle.

Je donne ensuite les Tables des angles d'incidence d'une bombe qui seroit jettée par toutes les directions du quart de cercle sur tous les points d'un demi-cercle d'une voute en plein ceintre.

Cette Table sert aussi pour exprimer la force relative du choc sur tous les points d'un demi-cercle de la voute qu'on supposeroit être frappé par une bombe qui seroit jettée avec une même charge par toutes les élévations ou directions du quart de cercle.

Je donne ensuite des Tables dans lesquelles on peut voir quelle est l'élévation qu'il faut donner à la piéce, pour qu'une bombe frappe par un plus grand choc une tangente quelconque d'un point du demi-cercle d'une voute en plein ceintre, ou un plan incliné, dont l'inclinaison seroit égale à celle de cette tangente, lorsque la bombe seroit jettée avec differentes charges de poudre, & sous de differentes élévations, en tirant d'une même distance sur ce demi-cercle de la voute, lequel on suppose dans le plan de la projection, & au niveau de la batterie.

On verra qu'il s'en faut de beaucoup que l'angle d'incidence sur une même tangente, ou sur un même plan incliné, doive toujours être de 90 dégrés, pour que le choc de la bombe soit le plus grand.

Le cinquiéme Chapitre examine la résistance des plans contre le choc des bombes, en considerant les différens points des surfaces des bombes par lesquels elles frappent une voute sphérique : on détermine les deux points par lesquelles elles se touchent l'une & l'autre.

Comme j'ai fait voir que la voute sphérique est la plus solide pour les magasins à poudre ; j'ai donné une Table où l'on trouve l'angle d'incidence sur chaque point d'un de ces cercles horisontaux, en supposant qu'il fût frappé par une bombe qui tomberoit dessus, sous toutes les élévations possibles.

L'on considére différemment dans le sixiéme Chapitre le choc des bombes sur des plans, en examinant la différence que le point de percussion pris sur la surface de la bombe, doit apporter dans

la force du choc, lorsqu'on suppose que les bombes frappent les plans par leur centre de gravité: Sur ces considerations on donne des formules pour exprimer la force du choc, lesquelles sont differentes des précédentes: J'ai aussi donné une méthode differente pour composer la force du choc d'une bombe qui est mûe par les deux mouvemens d'impulsion & de gravité jointes ensemble.

Le septiéme Chapitre traite de la Mécanique de la démolition d'une voute par les chocs des bombes: on y considére pour cela les différens léviers par lesquels la bombe agit contre une voute selon l'élévation de la bombe, & le point de percussion de la voute, comme aussi les différens léviers par lesquels la voute resiste aux chocs des bombes: on y fait plusieurs réflexions qui tendent à une bonne pratique.

Le huitiéme Chapitre n'est qu'une suite ou une conclusion des Chapitres précédens sur le choix de la courbe, de la figure la plus convenable aux magasins à poudre, contre le choc des bombes.

La troisiéme Section traite de la Mécanique du pointement.

Dans le premier Chapitre, je parle du but en blanc, je fais faire plusieurs réflexions sur la portée du but en blanc; je donne comme une espéce de memoire d'Artillerie sur l'usage des piéces, tant du côté des assiégés, que du côté des assiégeans: l'on y fait plusieurs remarques utiles à la pratique de l'Artillerie: l'on entre enfin dans un détail géométrique de tous les accidens qui peuvent varier dans nos operations, & détourner nos piéces de leurs directions: on y trouve le moyen d'y remedier autant qu'il est possible, par le moyen de quelques petits changemens que l'on peut pratiquer dans les affus ou dans les plateformes.

Comme l'on conclud de toute cette Théorie que la perfection consisteroit à se servir d'une poudre la plus forte qu'il est possible; on s'apperçoit d'abord que cela doit apporter un grand changement à la construction de nos piéces; ce qui m'engage à proposer une ébauche du dessein sur lequel il faudroit à peu près qu'elles fussent construites conséquemment à cette poudre; je dis à peu près; car il faut connoître (avant que de le déterminer) les dégrés de force que l'on peut donner à la poudre par rapport à la force de notre poudre ordinaire.

Comme elle n'est pas encore dans toute sa perfection, on pourroit encore la rafiner de beaucoup; car on dit que les Chinois se

servent d'une poudre bien differente de la nôtre, & dont les effets sont bien plus surprenans; puisque leur poudre n'est qu'une poussiére fort humide & pâteuse, & qui a cependant une force audessus de la nôtre; soit qu'elle provienne de la qualité du salpêtre, ou de quelqu'autre cause : on ne sçauroit assez s'appliquer à cette découverte, qui nous seroit de la derniere conséquence pour la guerre, & sur tout pour la Marine.

La difficulté & la complication qu'on trouve dans tous les sujets phisico-mathématiques, les rendant toujours susceptibles de contradiction; j'ai cru que je devois communiquer mes recherches au Public, afin que ceux qui par le même zéle pour le progrès de l'Artillerie, s'appliqueront à perfectionner mes idées, veuillent bien lui en faire part aussi; car je proteste que j'ai plus d'envie de m'instruire que d'étaler mes recherches; je n'aurois pas même osé les mettre au jour sans les avoir présenté à ce grand Tribunal *, que toute la republique des Sciences reconnoit pour le plus éclairé & le plus équitable : ces Messieurs ont eu pour moi leur complaisance & leur politesse ordinaire envers tous les Etrangers qui leur viennent présenter leurs Ouvrages; c'est à quoi je suis redevable d'un jugement avantageux qu'ils en ont porté sur le rapport de nos deux Commissaires, dont l'un est Monsieur Clairaut, cet Auteur célébre des lignes à double courbure (Ouvrage qui lui a merité à l'âge de dix-huit ans l'honneur d'être reçû dans cette illustre Compagnie).

Je prie cependant ceux qui refuseront leurs suffrages à mon Livre, de joindre leur bonne volonté à la mienne, afin que d'un parfait accord nous puissions contribuer utilement à la perfection de notre Art; persuadé qu'ils éviteront une peine inutile à le critiquer, pour s'appliquer à mieux faire : ce qui sera ma plus grande satisfaction.

* L'Académie Royale des Sciences de Paris; l'Approbation des Commissaires nommez pour examiner cet Ouvrage, est au commencement du Livre, après l'Epître Dédicatoire.

THEORIE



THEORIE NOUVELLE
SUR
LE MECANISME DE L'ARTILLERIE.



PREMIERE PARTIE, SUR LE MECANISME DE LA POUDRE.

Dans laquelle on examine la force de la Poudre, ſon effet, ſon action, ſon inflammation, d'où l'on tire des conſéquences pour la Groſſeur, la Figure, la Doſe de la Poudre, pour la charge proportionnée au poids des mobiles, pour la Figure, l'épaiſſeur & la Chambre de toutes les bouches à Feu.

SECTION PREMIERE.

De la force de la Poudre en elle-même, lorſqu'elle eſt enflammée en plein air.



LA Poudre eſt de tous les ſujets que la Phyſique moderne a traité, celui qu'elle vient de traiter le plus heureuſement ; & les ſoins & les obſervations de l'Académie Royale des Sciences, ont donné lieu à des recherches qui ne peuvent qu'être fort avantageuſes, ſi l'on continue ſur leurs traces à en déveloper le

Mécanisme par un enchaînement du rapport d'une cause premiere à une seconde, & de celle-ci à une troisiéme, jusqu'à ce que l'on voye la liaison du principe avec l'effet que l'on médite; il ne paroîtra donc pas étrange aux Annalistes que l'on ait osé reduire au calcul les éforts de la Poudre, comme on l'a fait sur plusieurs Memoires de l'Académie Royale des Sciences, qui m'ont fait faire quelques réflexions & quelques nouvelles expériences, d'où je tire des conséquences simples & naturelles pour établir des principes utiles à la Pratique.

(1) On établit d'abord que la masse totale d'un tas de poudre enflammée doit être égale à la somme de tous les volumes particuliers de chaque grain enflammé qui le composent, puisque le tout doit être égal à toutes les parties prises séparément; & que considerant la poudre enflammée comme un fluide qui a un ressort d'extension limité, lorsqu'un seul grain aura la liberté de s'étendre, il composera une masse fluide proportionnelle à la grosseur de ce grain; & si à ce grain de poudre enflammé on en ajoûte un deuxiéme, un troisiéme, un quatriéme, & jusques à l'infini, l'on peut considerer chacune des masses de ces fluides, comme doubles, triples, quadruples, &c. jusques à ce qu'elles soient infinies à l'égard de la masse fluide d'un seul grain de poudre enflammé; or l'extension de chaque grain étant proportionnelle à la masse de ce grain, tous ces grains supposés égaux étant enflammés, formeront des fluides proportionnels à la masse de poudre, puisque les différentes masses de poudre non-allumées, sont proportionnelles aux grains qui les composent; c'est-à-dire qu'il y aura même raison d'un seul grain de poudre à son fluide, lorsqu'il est enflammé que d'une masse de poudre quelconque au volume de son fluide, lorsqu'elle est enflammée.

(2) Pour connoître la force de cette extension on a fait plusieurs expériences, en mettant de la Poudre au centre de plusieurs circonférences concentriques, à l'entour desquelles on a rangé de la poudre; l'on a vû que la poudre s'enflammoit circulairement, puisque toute une circonférence prenoit feu à la fois: on a vû aussi par l'éloignement des circonférences qui s'enflammoient l'une & l'autre, l'étenduë de leurs atmosphéres d'activité; conséquemment à ces expériences & à quelques autres à peu près semblables, faites avec toutes les précautions nécessaires pour bien s'en assurer, on a fixé le volume du fluide environ à 4000 fois le volume de la poudre: de sorte que si l'on prend

quelque quantité de poudre que l'on voudra, la flâme de cette poudre, quand elle sera allumée, formera un volume 4000 fois plus grand; donc si nous supposons qu'un globe de poudre soit entierement enflammé au milieu de l'air sans envelope & sans poser sur aucun apui, l'axe de sa flâme sera environ 16 fois plus grand que celui du globe de poudre, puisque les deux axes de ces deux globes sont en raison soutriplée de leur volume; or le volume du fluide enflammé étant 4000 fois plus grand, son axe sera environ 16 fois celui du globe de poudre, puisque 16 est la racine cubique en entier la plus approchante par excès de 4000.

(3) L'action partielle qui forme l'extension de la flâme d'un seul grain de poudre, (soit que ce soit l'agitation de la matiére subtile, soit quelqu'autre cause que ce soit produite par les actions reciproques du Salpêtre, du Charbon & du Souffre;) cette action quelle qu'elle soit agira sur tous les grains également; considerons donc la poudre enflammée au milieu de l'air, sans que rien s'oppose à sa dilatation dans le point de son inflammation où elle passe du solide au fluide; & regardons-la comme un fluide au milieu d'un autre, tel que l'air, qui ont tous les deux du ressort, & par conséquent peuvent être débandés & resserrés l'un contre l'autre, ces deux fluides agiront entr'eux dans la raison de leur pesanteur spécifique par *les hidrauliques;* mais comme ce n'est pas le poids qui agit dans l'un & l'autre de ces deux fluides, mais seulement leurs ressorts, on supposera que l'éfort du ressort est égal à un poids, chacun de ces deux fluides agissant dans la raison d'une pesanteur égale à la force de son ressort; alors l'air environnant de tout côté un globe de poudre, si nous nous imaginons qu'il soit enflammé par son centre, ses ressorts s'étendans du centre à la circonférence, l'extension sera une force qui agira circulairement, en éloignant du centre toutes les parties infinies qui le composent: car puisque le feu prend par le centre, l'air qui resiste à l'extension, pressera de tous côtés également avec une même force contre ce centre par *l'airometrie;* les parties enflammées par le centre presseront aussi avec une égale force du centre contre la circonférence; & par conséquent l'action de l'extension, & la résistance de l'air étant égales dans tous les points infinis, qui sont les élémens de la surface du globe de poudre, la flâme ne pourra pas plus s'étendre d'un côté que de l'autre, l'air cédera tout à coup également sur tous ses points infinis, la flâme s'étendra circulairement, le centre du globe de poudre sera celui du globe enflammé.

(4) Pour m'aſſurer de l'extenſion de la poudre enflammée, j'ai fait mettre ſur une grande table de Noyer bien polie, dans une Chambre bien fermée un grain de poudre ſeul, & enſuite prenant 8 fois le diamétre de ce grain de poudre, j'ai rangé pluſieurs autres grains ſeuls de poudre à cette diſtance, & donnant le feu à un ſeul de ces grains de poudre, la flâme s'étant étenduë ſeize fois plus loin, a toujours communiqué le feu d'un grain à l'autre.

J'ai enſuite pris une demi-amorce environ, ayant pris environ 8 fois le diamétre de cette maſſe de poudre, que j'ai mis le plus regulierement qu'il m'a été poſſible ſur la table, j'en ai rangé pluſieurs autres de la même maniére à cette diſtance ; le feu d'une de ces amorces a toujours communiqué le feu d'amorce en amorce à toutes les autres : j'ai fait les mêmes épreuves en augmentant les quantités de la poudre, & les éloignant de 8 diamétres, la choſe m'a toujours réuſſi de même : pour voir ſi la poudre s'étendoit circulairement étant ſur un plan comme je viens de démontrer que cela ſe doit faire dans un globe de poudre qui s'enflammeroit par le centre au milieu de l'air, j'ai tracé un quarré (*Fig.* A) dont les cotés étoient diviſés également en un nombre égal de parties, ce qui formoit dans ce grand quarré pluſieurs petits quarrés, dont chaque côté étoit 8 fois celui de l'axe de la poudre qui étoit réguliérement & en égale quantité repanduë ſur chacun de leurs angles ; le feu d'un de ces tas de poudre a toujours ſucceſſivement communiqué de l'un à l'autre à ceux qui étoient dans chaque angle des petits quarrés ; ce qui prouve que toutes les extenſions étoient égales à l'entour d'un quarré, puiſque le feu ſe communiquoit également de tous cotés.

Pour m'aſſurer ſi cette extenſion ne pouvoit point exceder 8 fois le diamétre d'un tas à l'autre ; j'ai recommencé mes expériences, au lieu de les ranger à des diſtances égales, j'ai rangé le deuxiéme tas de poudre à 8 diamétres, le 3e. à 9, le 4e. à 10, le 5e. à 11, en augmentant toujours d'un diamétre à chaque fois, j'ai trouvé qu'ils alloient quelquefois juſques à 10 diamétres ; mais jamais ils ne l'ont pû ſurpaſſer, ſi cela arrivoit toujours ainſi dans toutes les poudres, on voit que le globe enflammé ſeroit environ 8000 fois plus grand que le globe de poudre, puiſque ſon axe ſeroit 20 fois plus grand ; & par conſéquent le cube ſeroit 8000 fois plus grand ; mais n'importe de quelle extenſion ſont ces reſſorts, pourvû que l'on connoiſſe le rapport & les effets de ces reſſorts dans l'examen qu'on en fera, en les ſuppoſant homogénes & d'une

égale force : car il est naturel qu'à mesure que l'air qui environne la poudre sera moins dilaté & moins leger, que celui que renferme le Salpetre sera plus condensé, que le Soufre sera plus purifié, le Salpetre plus rafiné, le charbon plus inflammable, &c. ces extensions seront différentes; parce que les poudres seront différentes par leurs qualités, par leurs quantités, par leurs doses & par leur mélange ; il faudroit autant d'experiences que de poudre pour fixer l'extension précise d'une masse enflammée ; l'on voit néanmoins sans connoître cette extension plus précisément, que toutes les extensions seront proportionnelles dans les masses de poudre qui seront d'une même qualité; ce qui nous suffit, & que plus la même masse de poudre aura d'extension dans un tems égal qu'une autre masse égale par quelque cause qu'elle provienne, plus son effort sera capable d'imprimer une plus grande vîtesse aux fluides ou solides quelconques, qu'elle chasseroit par le débandement de son ressort.

Si l'on suppose que l'inflammation d'un grain de poudre se fait dans un instant indivisible, aussi bien que son extension, les vîtesses des inflammations des globes de poudre sont dans la raison de leurs axes, & ces globes doivent être tous enflammés dans un instant indivisible.

DEMANDE.

(5) *L'on demande seulement qu'il soit accordé que la Poudre prenne Feu, dès que le Feu la touche.*

De cette demande experimentale, si on me l'accorde, il suit que chaque grain de poudre s'étendant circulairement, lorsque rien ne s'y oppose, comme je l'ai démontré, & dans un Volume au moins 4000 fois plus grand, il occupera un espace 4000 fois plus grand dès qu'il sera enflammé; donc en supposant que ce grain soit au centre d'un globe de poudre d'une grandeur indéfinie, il aura touché 4000 grains de poudre qui lui étoient contigus au travers des interstices qu'il y a d'un grain à l'autre ; il en aura même touché beaucoup plus ; car la flâme de ce seul grain auroit seule occupé tout cet espace, puisque l'on ne peut nier que tandis qu'elle a trouvé de vuide sans résistance, elle ne se soit étenduë du moins selon sa sphére d'activité. Donc ces 4000 grains que la flâme a touché auroient aussi été enflammés *par notre demande*.

(6) Mais toute cette poudre A B (*Fig. premiere.*) que le grain A a enflammé, aura aussi débordé l'espace A B de beaucoup comme en C. Car si l'inflammation du seul grain A eût été instantanée, c'est-à-dire dans un tems indivisible; il est certain qu'on ne sçauroit concevoir que le grain A ait été enflammé, sans qu'il ait occupé le globe A B 4000 fois plus grand & même plus; car la flâme se seroit étenduë au travers des vuides des grains du globe A B; & par conséquent au lieu d'occuper 4000 fois plus que l'espace A, elle se seroit étenduë plus loin dans la raison du vuide que laissent les grains du globe A B à l'espace du cube A B, & par conséquent dans la raison d'un espace triple *par la geométrie*, en supposant les grains de poudre parfaitement sphériques; mais contentons-nous de le faire répandre seulement dans l'espace A B. Premierement parceque l'inflammation étant instantanée, les grains du globe A B seroient aussi-tôt enflammés que le seul grain A, & par conséquent se débanderoient d'abord en delà de ce globe de B vers C, & feroient place au globe de poudre enflammé A. En second lieu il nous suffit assés de lui faire occuper l'espace AB pour la pratique, afin de considerer les vitesses des inflammations; donc puisque la flâme du globe A B se sera répanduë 8 fois audelà de son centre A de B vers C: elle aura touché tous les grains de l'orbe B C; & par conséquent les aura enflammé *par notre demande;* mais on ne sçauroit concevoir que la poudre renfermée entre B & C se soit enflammée sans qu'elle se soit étenduë 8 fois plus loin de la distance A C de A vers D, en supposant que toutes les inflammations subsistent toujours ensemble, puisqu'elles se font dans un tems indivisible; donc toute la poudre touchée de la flâme dans l'orbe C D eût été enflammée, & se fût conséquemment aussi étenduë 8 fois plus loin que la distance A D en delà de D, & eût envelopé de rechef la poudre enfermée dans cet espace, & par conséquent l'eût enflammée & ainsi à l'infini; donc quelque masse de poudre que les globes A, B, C, D, &c. contiennent, si l'inflammation A, d'un seul grain eût été instantanée aussi bien que son extension, toute la poudre aura été enflammée dans le même tems que ce petit grain, & par conséquent se sera consumée dans un même tems; puisque la flâme débordera toujours le globe de poudre, & allumera toute celle qu'elle touchera, & que celle-ci étant allumée débordera aussi de beaucoup au-delà; & que plus il y aura de poudre & plus la flâme le débordera, d'où il suit que dans le tems de l'inflammation d'un seul grain infiniment

petit de poudre que son globe fluide aura parcouru sa sphére d'activité, & se sera étendu seize fois plus loin, tous les autres globes enflammés de poudre, depuis le plus infiniment petit jusqu'à un globe d'une grandeur indéfinie, parcourreront aussi leurs sphéres d'activité, & s'étendront par conséquent 16 fois à la distance de leur axe; donc les vîtesses des inflammations seroient dans la raison soutriplée des globes, c'est-à-dire de leur axe; & par conséquent elles seroient dans la raison soutriplée des masses de poudre qui ont produit ces globes enflammés; puisque les poudres & les globes enflammés sont dans la même raison *comme nous venons de le démontrer* (1).

Cependant tout petit que soit l'espace du tems de l'inflammation d'un seul grain de poudre, il est divisible à l'infini; puisque l'on peut concevoir un nombre infini d'instans infiniment plus petits qui composent ce petit instant.

L'extension de la poudre renfermée entre A & B, au lieu d'aller dans un instant indivisible jusques à C, n'y sera allé que successivement & moins loin; car le premier grain A ayant été enflammé plutôt, eût fini aussi plutôt son extension; & le dernier D ayant été enflammé plus tard, l'eût aussi finie plus tard; & par conséquent l'inflammation d'un seul grain n'étant pas instantanée non plus que son extension, l'on ne peut pas dire que toutes les extensions soient terminées en même tems; mais au contraire elles se doivent faire & terminer successivement.

Si l'on suppose que l'inflammation de la poudre, & l'extension de la flâme se fassent successivement, la vitesse de l'inflammation qui dureroit plusieurs instans, est dans la raison d'une puissance de la premiere inflammation, dont le tems de sa durée seroit l'exposant.

(7) Supposons à présent que l'inflammation dure plusieurs instans dans une proportion quelconque avec les masses de poudre, à la fin du premier instant (qui est le tems qu'employe un grain de poudre A, pour son inflammation totale & pour son extension) la sphére d'activité eût été terminée vers B, & toute la poudre renfermée dans ce globe A B, envelopée & allumée *par notre demande*; mais son extension n'étant pas parfaite, n'eût pas été achevée totalement; mais dans le deuxiéme instant suivant, l'on peut assûrer que toute la poudre allumée pendant le premier instant précédent eût été totalement enflammée & son extension achevée; puisqu'on peut supposer que les grains étant d'une qualité homogéne, le dernier grain allumé à la fin du premier instant, ne doit

employer qu'un inftant de même que le premier pour achever fon extenfion; car tout au moins le premier grain de l'orbe B C peut avoir été enflamé à la fin du premier inftant, & conféquemment au commencement du fecond, lorfque l'atmofphére du grain A eft parvenuë à lui vers B: donc il aura dû être confumé entiérement à la fin du fecond inftant; & par conféquent les extenfions de tous ceux dont l'inflammation aura précedé la fienne feront entiérement achevées: toute la poudre B C allumée pendant ce deuxiéme inftant aura débordé de beaucoup l'atmofphére B C vers D; mais ne fera pas allée à la fin du deuxiéme inftant à l'extremité D, mais feulement à la fin du troifiéme inftant, en repetant le raifonnement que l'on vient de faire pour celle du fecond; d'où je conclus que fi ces inflammations ne font pas inftantanées, les quantités de poudre allumées à chaque inftant, ou leurs globes d'inflammation qui font dans la même raifon, feront dans la raifon des premieres, fecondes, troifiémes, &c. & infinies puiffances de la premiere inflammation, defquelles puiffances les tems de la durée de leurs inflammations font les expofans; d'où il refulte que les axes des extenfions feront dans la raifon foutriplée, c'eft-à-dire des racines cubiques des globes des inflammations, & les forces des extenfions étant toujours proportionnelles aux extenfions mêmes, les vîteffes abfoluës qu'elles impriment aux mobiles (qui peuvent recevoir toute leur viteffe abfoluë) feront dans la raifon des racines cubiques des quantités de leurs inflammations, puifque les racines font les extenfions mêmes, & qu'en prenant les effets pour les caufes, on peut prendre les extenfions pour la force qu'elles impriment aux mobiles; donc les viteffes abfoluës des mobiles chaffés par leur reffort, feront aux quantités enflammées dans la raifon foutriplée des premieres, fecondes, troifiémes & quatriémes puiffances, &c. de la premiere inflammation; d'où il réfulte que fi un mobile eft chaffé par l'action du feu dans le premier inftant A, de l'inflammation d'une maffe fphérique indéfinie de poudre, que l'on allume par un feul grain pris dans fon centre, & que le même mobile foit parti une autre fois dans le fecond inftant ou troifiéme, &c. ou indéfini, nombre des inftans de la durée de fon inflamation, la force qui imprime à ce mobile le mouvement dans un tems quelconque fera à la force qui le met en mouvement dans le premier inftant en raifon doublée, triplée, quadruplée, &c. de la premiere inflammation; de forte qu'à la fin d'un nombre infini d'inftans, elle fera plus qu'infinie, & croîtra en raifon

raiſon des puiſſances, dont les expoſans ſont égaux aux nombres des inſtans de la durée des inflammations, depuis ſon commencement juſques au départ du mobile; & parce que les viteſſes ou extenſions ſont en raiſon ſoutriplée des forces, il ſuit qu'au premier inſtant la viteſſe ſera $\sqrt[3]{a^3}$ en nommant a^3 la quantité de poudre AB du premier inſtant; la viteſſe au ſecond inſtant ſera $\sqrt[3]{a^6}$ au troiſiéme inſtant la viteſſe ſera $\sqrt[3]{a^9}$ au quatriéme la viteſſe ſera $\sqrt[3]{a^{12}}$ au cinquiéme $\sqrt[3]{a^{15}}$ au dernier $\sqrt[3]{a^{\infty}}$; les viteſſes ſeront donc au premier inſtant a, au ſecond aa, au troiſiéme a^3, au quatriéme a^4, au cinquiéme a^5, &c. & a^{∞}, en tirant les racines cubiques des globes enflammés à chaque inſtant, pour avoir leur viteſſe d'extenſion à chaque inſtant, qui ſont dans cette raiſon.

Cette viteſſe ſera même plus grande; car quoi qu'on ſuppoſe qu'au premier inſtant le globe A n'a point débordé ſon atmoſphére AB, & que le globe AB n'a débordé ſon atmoſphére ABC, qu'à la fin du deuxiéme inſtant; cependant à la fin du premier inſtant A, tous les grains du ſecond BC ſont deja allumés; mais on ſuppoſe ſeulement qu'ils n'auront achevé leurs extenſions qu'à la fin du deuxiéme, & ainſi des autres, ce qui doit augmenter l'expoſant des puiſſances qui expriment leurs viteſſes d'un degré au-deſſus du nombre des inſtans écoulés depuis le commencement de l'inflammation du premier grain A, juſqu'au moment du départ de ce mobile.

Comparaiſon des grains de Poudre allumés à des balons, qui ſeroient enflés ſubitement pour confirmer ce que l'on vient d'établir.

(8) Pour rendre la choſe plus familiére, & à la portée du commun, conſiderons dans un globe de poudre, (*Figure 2e*,) chaque grain de poudre comme autant de balons qu'un vent ſubit enfle promptement, & dans le tems de la durée de l'inflammation d'un grain de poudre: de ſorte que ce balon ſoit égal au volume du globe d'un grain de poudre enflammé: enviſageons l'éfort de chacun de ces balons qui agiſſent tous l'un contre l'autre en des ſens contraires; ce qui forme une action dans un ſens égale à une autre action oppoſée dans un ſens contraire; examinons-les dans l'air dégagé de tout autre obſtacle que celui que leur

oppose la résistance de l'air; pour lors supposons tous ces balons, selon notre premiere hipothése, enflés dans un tems indivisible, & par conséquent tous à la fois.

De sorte que si nous supposons que ce globe ait 17 balons pour élemens de son axe, il sera 4000 fois plus grand étant enflé, & le globe entier s'étendra de 8 fois 17 diamétres de balon en delà de son centre; puisqu'il y a autant de balons enflés dans ce globe, qu'il y a de grains de poudre enflamés dans le globe fluide; il y aura même raison d'un balon non enflé à un grain de poudre non allumé, que d'un balon enflé à un grain de poudre enflammé par l'hipotése; or il y aura aussi même raison d'un balon enflé à la somme de tous les balons enflés, que d'un balon avant son enflement à la somme de tous les balons non-enflés; donc il y aura même raison d'un grain de poudre enflammé, à la somme de tous les grains de poudre enflammés dans le globe fluide, que d'un grain de poudre non-allumé à la somme de tous les grains de poudre non-allumés dans les globes de poudre: examinons la vitesse de chaque balon; le premier balon le plus près de la circonférence sera chassé par tous les autres 7 balons qui sont entre lui & le balon du centre, & outre cela sera chassé du centre par le balon du centre, ce qui lui donne 8 degrés de vitesse; tandis que celui du centre n'en a qu'un, & par consequent il ira 8 fois plus loin que celui du centre, c'est-à-dire 8 fois son diamétre, le second chassé du centre par les six autres qui sont entre lui, & par ce balon du centre n'ayant que 7 degrés de vitesse ira à la circonference, mais moins loin que le premier, & plus loin que tous les autres, c'est-à-dire de 7 fois son diamétre; le troisiéme repoussé du centre par les cinq autres qui sont entre lui, & encore par celui du centre qui le repousse aussi, ira moins loin que les deux précédens, & plus loin que tous les autres, c'est-à-dire de 6 fois son diamétre loin du centre, & par conséquent joindra le second; le 4e. s'en éloignera de 5 diamétres; le 5e. de 4, le 6e. de 3, le 7e. de 2, le 8e. d'un diamétre, jusqu'à ce que le 9e. & le dernier dans le centre n'étant plus repoussé par les autres, aura la liberté de s'étendre en-delà de son centre de 8 fois son diamétre, c'est-à-dire d'un demi diamétre d'un balon enflé, & dans un volume 4000 fois plus grand. A la place des balons maintenant substituons les grains de poudre, puisque c'est la même chose; car la matiere des globes ni les causes qui les grossissent, & forment leurs extensions, ne font rien pour les comparer ensemble.

L'on voit donc dans cette comparaison des balons, que quoi que chacun des grains qui composent une masse de poudre depuis une masse infiniment petite, jusqu'à une masse infiniment plus grande, n'ait pas plus de force dans une que dans l'autre, soit qu'il soit plus proche ou plus éloigné du centre de gravité de la masse; cependant les grains enflammés, plus éloignés du centre de gravité, auroient plus de vitesse dans la même progression arithmétique de leurs éloignemens; c'est-à-dire que les plus éloignés auroient plus de vitesse, & les plus proches auroient moins de vitesse à proportion de leurs éloignemens, parceque dans la même raison de leurs éloignemens ils seront poussés par un plus grand nombre de grains enflammés.

(9) Il suit de cette hipotése toute naturelle, que si la poudre s'enflammoit dans un tems indivisible, les vitesses d'extensions de toutes les différentes masses sphériques de poudre seroient dans la raison de leur axe, qui est la soutriplée de leur quantité, ou de leur poids; car autant de grains de poudre l'on compte dans l'axe elémentaire d'un globe de poudre autant de degrés de vitesse, auroit son extension comme on vient de le voir, & ce que l'on dit de cet axe élémentaire, d'un globe de poudre quel qu'il soit, se doit dire de tous les autres axes élémentaires de tout ce globe; puisque les extensions sont sphériques, comme les globes qui les ont produites; d'où il suit dans cette hipotése que l'éfort total de l'extension de tous ces grains de poudre d'un globe de poudre seroit égal au produit de l'éfort total d'un axe élémentaire quelconque du globe par le nombre qui en exprime la multitude; or ce nombre qui en exprime la multitude, est en raison doublée des axes des globes *par la Geométrie;* puisque ce nombre n'est autre chose que la surface du globe même; car il y aura autant d'axes élémentaires dans ce globe, qu'il y a de points sur sa surface; & la vitesse d'un de ces axes étant dans la raison soutriplée du globe, peut être prise pour la racine cubique, tout comme la surface pour le quarré de cette racine cubique; donc le produit de cet éfort total de l'éfort d'un axe par le nombre qui en exprime la multitude, sera une raison triplée de l'axe; & par conséquent dans la raison des quantités de poudre; donc les quantités différentes de poudre des globes enflammés dans un instant indivisible sont proportionnelles à leurs éforts: il faut remarquer que l'on a supposé qu'il n'y ait pas plus de poudre dans un même espace d'un globe, que dans le même espace de l'autre; &

que l'on prend la seule vitesse d'extension pour la force d'un raïon, sans avoir égard aux grains de poudre qu'il contient : ce qu'il faut observer, parce que dans les autres sections suivantes, on aura égard à cette quantité de poudre ; & pour lors on dira que la force de la poudre est en raison quadruplée de l'axe du globe de poudre, parce qu'alors on multipliera les grains de poudre par la vitesse, pour avoir cet éfort total d'un axe (*Fig.* 3[e].).

(10) Si l'on suppose à présent les inflammations successives, & dans un tems conséquemment divisible, nous avons vû (7) que le nombre des balons croîtra dans la raison des premieres, secondes, troisiémes, quatriémes, &c. & infinies puissances, dont l'exposant seroit égal au nombre des instans de la durée de leurs inflammations, depuis son commencement jusqu'au départ du mobile : de sorte que cette hipotése ne change en rien ce que nous venons d'établir auparavant ; mais elle est seulement une explication triviale & naturelle des inflammations. En supposant les inflammations successives & dans un tems divisible, nous avons vû que les vitesses des extensions des quantités de poudre enflammées d'un instant à l'autre, étoient entre elles dans le rapport même de leurs quantités ; à sçavoir dans celles des premieres, secondes, troisiémes, quatriémes, &c. & infinies puissances dont l'exposant est égal au nombre des instans; mais il faut remarquer que l'on suppose aussi en même tems que ces inflammations subsistent & coexcistent toutes ensemble ; ce qui n'est pas veritable, au contraire toutes les poudres enflammées dans le premier instant, feroient éteintes probablement à la fin de leurs extensions, & par conséquent à la fin du premier instant : de sorte qu'il ne restera qu'un orbe enflammé à chaque instant, ce qui diminuera l'extension de cet orbe; car la matiere fluide enflammée ne trouvant plus d'obstacles, refluera en arriere de B vers A ; & par conséquent au lieu d'aller vers C, le globe fluide A C ne sera allé que vers D ; mais cela n'empêche point que les extensions ne soient dans le même rapport; premierement parce que l'air, soit une matiere subtile, ou autre quelconque échauffée & dilatée, conservera la même force d'extension, laquelle sera en équilibre contre la matiere du globe enflammé, puisque cette extension en est l'effet même : en second lieu, j'accorde par hipotése que la matiere fluide enflammée refluë en arriére de B vers A, & que l'atmosphére d'activité A C ne parvienne que vers D, je dis que cela ne trouble point le rapport des extensions entr'elles, ni des

quantités enflammées qui sont dans la même raison.

Car tout le globe éteint A B quelconque dans la suite des instans des inflammations, sera toujours dans tous la $\frac{1}{4000}$ partie de l'orbe de l'inflammation existante B C, & cet orbe B C éteint, tout le globe éteint A C ne sera que la $\frac{1}{4000}$ partie de l'orbe suivant existant C E, donc les quantités qu'il faut soustraire dans cette hipotése, seront proportionnelles aux quantités faussement supposées; donc puisque ce qu'on doit ôter des quantités supposées, est dans le même rapport que ces mêmes quantités, les restes après les soustractions faites resteront dans leur même rapport *par la Geométrie*, je veux dire pour m'expliquer plus clairement, si l'inflammation a commencé par un seul grain, qu'il s'en est enflammé au premier instant 4000, au second instant le quarré de 4000— sa $\frac{1}{4000}$, au 3e. le cube de 4000—sa $\frac{1}{4000}$, au 4e. le quarré quarré de 4000—la $\frac{1}{4000}$ partie; or il n'y a pas de doute que ces $\frac{1}{4000}$ parties comme parties semblables de leur tout, ne soient dans la même raison que les globes ont entr'eux, ce qui est évident, puisqu'elles sont toutes chacunes leurs $\frac{1}{4000}$ parties; donc elles seront dans leur même rapport; il faut prouver encore que les vitesses des extensions seront aussi entr'elles dans le même rapport, en examinant la distance d'un orbe à l'autre à chaque instant, & nous verrons que ces distances sont entr'elles dans la raison des puissances semblables des quantités enflammées; car en supposant les inflammations toutes coéxistantes, nous venons de démontrer que les globes des quantités enflammées, depuis le commencement des inflammations jusqu'à un nombre quelconque d'instans, sont dans la raison des puissances dont l'exposant est égal au nombre des instans écoulés; & à présent nous voyons évidemment, que quoique les inflammations ne subsistent pas ensemble, les quantités enflammées A,B,D,C,E, sont dans la même raison entr'elles, que si les quantités existoient toutes ensemble; donc leurs axes seront aussi entr'eux dans le même rapport des axes des inflammations qui coéxisteroient toutes, & par conséquent dans la raison des puissances de la premiere inflammation d'un exposant égal au nombre des instans écoulés (7).

Pour rendre la chose plus sensible, considerons que chaque globe est la $\frac{1}{4000}$ partie de celui qui le suit; nous concevrons d'abord que chaque axe précédent d'une sphére 4000 fois moindre sera la $\frac{1}{16}$ partie de l'axe de la sphére suivante 4000 fois plus grande; donc en supposant les inflammations toujours subsistantes &

coéxiſtantes, nous avons toujours augmenté d'une $\frac{1}{16}$ chaque axe de la ſphére ſuppoſée exiſtante, en ajoutant à l'épaiſſeur de l'orbe exiſtant la $\frac{1}{16}$ partie de tout l'axe des inflammations totales qui ſe ſont déja faites; or toutes ces $\frac{1}{16}$ ajoutées ſeront en même raiſon entr'elles que leur tout; donc ſi nous ôtons de chaque axe ſuppoſé la $\frac{1}{16}$ partie de chaque axe de ces inflammations à chaque inſtant, ce qui reſte après la ſouſtraction faite ſera dans le même rapport de l'épaiſſeur de l'orbe, l'on voit que les quantités ſont dans la raiſon des puiſſances de 4000, & que leurs axes ſont dans la raiſon des puiſſances ſemblables de 16; car de même que les globes ſont toujours 4000 fois plus grands d'un inſtant à l'autre, leurs axes ſeront auſſi d'un inſtant à l'autre 16 fois plus grands en les ſuppoſant coéxiſtantes, & en ſuppoſant les inflammations non-coéxiſtantes, nous avons ſuppoſé l'inflammation d'un inſtant à l'autre de ſa $\frac{1}{4000}$ partie plus grande qu'elle n'eſt effectivement, & ſon axe d'une $\frac{1}{16}$ partie plus grand; d'où il ſuit que les inflammations effectives ſeront aux inflammations ſuppoſées comme 4000 — 1 à 4000, & les épaiſſeurs des orbes éxiſtans, ou les axes effectifs des inflammations ſeront aux axes des inflammations ſuppoſées, comme 15, 16.

Il paroît même que la chaleur augmentant toujours les inflammations d'un inſtant à l'autre, devroient ſurpaſſer cette proportion par la facilité que les grains de poudre auront toujours de plus en plus à s'enflammer à proportion de la chaleur qui augmentera.

On applique cette Théorie aux effets de la Poudre.

(11) Suivons notre raiſonnement pour en faire l'application aux effets ſurprenans de la poudre, puiſque la flâme doit s'introduire par les interſtices des grains de poudre, il ſuit que ſi la poudre eſt preſſée d'une maniere, qui empêche la communication de la flâme, ſoit par la forme, la figure, la doze de chaque grain, ſoit par le mélange d'un corps étranger, elle ne s'enflammera plus ſi promptement; & pour lors tous les balons n'étant pas enflés en même tems, l'un ſera détruit quand l'autre s'enflammera, & lui fera place, & celui-ci fera place à un autre dans un même inſtant; & pour lors toutes les actions n'étant pas reünies ſeront inéficaces, ſemblable à pluſieurs Forçats qui n'agiroient plus ſur la chiorme enſemble; mais qui feroient l'un après l'autre leurs efforts inutiles; plus les interſtices d'un grain à l'autre ſeront grands, moins il y aura de grains de poudre, & par conſéquent

moins de balons & moins d'éfort: plus les grains de poudre seront petits, moins aussi il y aura d'intervales, & au contraire plus de balons dans un même espace, & par conséquent plus d'éfort, puisque ces quantités de poudre entrent dans la composition de leur rapport, comme nous le verrons dans la suite; plus il y aura de poudre & moins il y aura d'intervales (pourvu néanmoins que la flâme puisse la penetrer); & plus il y aura d'éfort; si tous les grains de poudre sont comprimés & resserrés en poussiere, alors ils seront contigus sans être continus, & n'y restant aucun vuide d'un grain à l'autre, la flâme ne peut s'étendre que successivement; le tems de l'inflammation sera plus grand, & outre cela le nombre des balons enflammés croîtra seulement dans une progression arithmetique des instans, d'où il suit que la poudre fusera, & que cet éfort sera d'autant moindre que le grain de poudre sera petit & serré: l'on voit par là la raison par laquelle les fusées, la poudre mouillée, la poudre pilée, n'ont presque aucun éfort eu égard à cette même quantité de poudre bien grenée & bien renfermée; on voit aussi pourquoi la poudre humide & mouillée a moins d'éfort en retardant les inflammarions qui ne subsistent plus ensemble, & par conséquent leurs éforts particuliers n'étant pas réunis, agissent moins efficacement; on voit encore l'erreur de ceux qui croyent de faire de bonnes épreuves des armes, en battant rudement la poudre avec une baguette de fer, d'une maniere à la reduire en poulverain; car pour lors la flâme ne pouvant se communiquer au travers des interstices, ne peut faire des inflammations si copieuses; outre cela chaque grain étant infiniment petit est d'abord consumé; ils ne se peuvent allumer que successivement, & durent peu, & ne sont jamais coéxistans, il y aura par conséquent moins d'éfort, puisqu'il y a de moindres balons, & en moindre quantité.

L'art de la poudre consiste à bien doser le Salpêtre, le bien rafiner, purifier le Souffre, mettre un charbon doux & inflammable, & sur tout de bien battre le tout, & le bien remuer; car l'air qui est renfermé dans les grains étant comprimé, donne une grande force de ressort à leurs extensions, comme on le prouve par des experiences faites dans la machine pneumatique; puisque s'il manque la moindre de ces qualités, ou l'inflammation feroit trop prompte, & tourmenteroit l'arme, & outre cela selon la longueur de la piéce, diminueroit la portée comme nous le verrons, ou bien elle seroit trop lente, & pour lors les balons ne subsistant

que successivement, se feront place l'un à l'autre sans se faire effort; le grain de poudre fin & rond laisse un vuide suffisant pour le passage de la flâme; de sorte que l'inflammation redouble de plus en plus; le nombre des balons à chaque instant est par conséquent plus grand; les balons d'un instant précédent subsistent encore avec ceux qui naissent dans le suivant, dans la raison des puissances d'un exposant égal au nombre des instans *comme nous venons de l'établir*, aussi voit-on que la poudre d'un grain fin & rond est excellente; il faut cependant remarquer que la poudre ronde n'est pas bonne pour amorcer les armes à feu où le feu doit prendre le plus promptement qu'il est possible, parceque la poudre ronde ne présentant qu'un point de sa surface à l'étincelle qui l'allume, elle ne peut pas si vîte s'enflammer que la poudre d'un grain irregulier qui lui peut présenter une surface entiere, pleine & concave; mais dans l'arme où le feu se communique copieusement, & où la flâme en s'étendant enveloppe toute la surface de chaque grain, la rondeur des grains ne retarde pas l'inflammation.

L'on explique de même pourquoi la poudre fait si peu d'effet en plein air; car si l'on met un boulet sur un gros tas de poudre après qu'elle sera consumée, il descendra par sa seule gravité sur le plan qui soutient la poudre sur laquelle il est posé, parceque ces balons enflammés pouvant prendre toute sorte de figures, lorsqu'ils rencontrent des obstacles, cedent au boulet, s'étendent, s'échappent de tous les côtés où ils ont un plus libre passage: cela nous doit faire remarquer ici que tandis que la poudre enflammée a trouvé un passage libre au travers des interstices de celle qui n'est pas allumée, elle ne la chasse point facilement; car un boulet au milieu de la poudre de sa charge qu'on supposeroit enflammée tout à la fois, à peine sortiroit du Canon; c'est même la maniere dont se servent ceux qui vendent des caracteres aux superstitieux idiots, qui cherchent à se charmer contre les armes à feu; ils chargent dans leurs épreuves leurs fusils ou pistolets, de façon que la bale reste dans le milieu de la charge de poudre, de sorte qu'elle n'a plus aucune force. Je ne conseille cependant pas cette épreuve que je ne voudrois pas faire.

(13) L'on explique de même pourquoi la même quantité de poudre mise en un tas, de quelle figure qu'il soit, pourvû que sa base approche d'un quarré ou d'un cercle, s'enflamme plus vîte que lors qu'elle est mise en traînée; car la flâme s'étendant circulairement

circulairement, l'enflamme de tout côté à la ronde, au lieu que celle de la traînée ne s'enflamme que successivement, & ne s'étend à la ronde que dans la raison de sa largeur & non de sa longueur ; d'où il suit que plus une traînée de la même largeur a de longueur, plus elle employe de tems pour son inflammation totale, & cela dans la raison des longueurs ; car à chaque instant les sphéres d'activité qui les composent, en les considerant comme élémens de la traînée étant égales, seront parcourues chacune dans un tems égal dans tous les points infinis de sa longueur ; au contraire une traînée de même longueur & de differente épaisseur, employera moins de tems à s'enflammer totalement à mesure qu'elle sera plus épaisse ; c'est-à-dire de plus grande largeur, en supposant que leurs bases soient sphériques, ou quarrées, ou homogénès de quelqu'autre figure quelconque ; & moins les traînées de même longueur auront de largeur, & plus elles employeront de tems pour leurs inflammations totales ; enfin l'on explique de même pourquoi lorsque la poudre est mêlée avec le Sable, de la Cendre, du Fer, du Verre, &c. le feu ne la consume que difficilement, parceque les grains n'étant pas contigus ne se communiquent pas le feu ; c'est pour cela que les grains de poudre restent si longtems dans la cendre, parce qu'ils ne s'enflamment pas l'un & l'autre, &c.

Devant que de fixer la vîtesse des inflammations des traînées de differentes épaisseurs & d'une même longueur, il faudroit pouvoir trouver la durée, ou le tems que les sphéres de poudre de differentes grandeurs employent à s'enflammer ; cette découverte nous seroit de la derniere importance, pour satisfaire ceux qui placent la perfection des piéces, à faire ensorte que l'extension de l'inflammation totale d'une charge accompagne jusqu'à la volée le mobile ou son boulet, & qui cherchent par conséquent la longueur des piéces par rapport à leurs charges, ou la charge des piéces par rapport à leur longueur, ce que nous examinerons bien-tôt ; mais quoi qu'on ne puisse fixer ce tems précisement, & par la differente construction des poudres & par d'autres obstacles ; cependant on ne laissera pas d'examiner le rapport de leur vitesse entr'elles qui nous est connu ; nous avons dit que les vitesses des inflammations successives croissent d'un instant à l'autre dans la raison des puissances de la premiere inflammation, dont les exposans sont les tems de leur durée, de sorte que les vitesses sont d'un instant à l'autre a^1, a^2, a^3, a^4, a^5, &c. dont le

nombre qui exprime l'exposant de leurs puissances est égal au nombre des instans de leur durée (7) ; or les vitesses accelerées & acquises à chaque instant sont dans la raison des axes mêmes des quantités totales enflammées depuis le commencement de l'inflammation jusqu'à cet instant ; ce que je démontre ainsi ; il y a même raison d'un globe enflammé dans un tems quelconque limité, au globe enflammé dans l'instant suivant, que d'un autre globe enflammé dans un autre tems quelconque limité, au globe enflammé dans l'instant suivant, puisque l'un & l'autre seront aux inflammations totales précédentes comme 4000 à 1, & leur diamétre comme 16 à 1, par conséquent tout le demi-axe du globe total A C, sera au demi-axe A D du globe des inflammations précédentes, comme 16 à 1 ; de même tout le demi-axe A E sera au demi-axe C D des inflammations précédentes comme 16, 1 donc AC, AD :: AE, AC, d'où l'on tire $AD \times AE = AC^2$; ce qui est confirmé d'ailleurs, puisque nous avons déja vû AD, AC :: AC, AE : donc AC—AD, AC :: AE—AC, AE, donc la vîtesse AC—AD du dernier instant est à la vîtesse AE—AC d'un autre dernier instant, comme le demi-axe AC de l'inflammation totale, au demi axe AE des inflammations totales de poudre : donc les vitesses à chaque instant sont en raison soutriplée des quantités enflammées quelconques, aussi bien que la somme des degrés des vitesses totales pendant le tems de la durée des inflammations, puisque l'on peut prendre les espaces AB, AD, AC, AE, parcourus pour la somme des vitesses, qui sont evidemment (comme demi-axes) de leurs sphéres, en raison soutriplée de leurs quantités.

(14) Si nous connoissions seulement la durée précise de l'inflammation d'un grain de poudre, nous fixerions la quantité de poudre enflammée, lorsque les inflammations commencent par le centre des masses semblables de poudre à la fin d'un tems déterminé, puisqu'elles seroient en raison des puissances, dont les exposans croissent dans la suite des nombres naturels de la durée des instans, & en prenant la racine cubique des puissances, on auroit la raison des globes, la somme des vitesses par conséquent, & les dégrés de vitesse acquis au dernier instant, & même à chaque instant.

Si nous comparons néanmoins les vitesses de chaque instant à la vitesse d'un grain de poudre, en supposant que le feu prenne par un seul grain du centre ; un globe qui auroit pour élémens de son demi-axe 16 grains homogénes de cette poudre, seroit enflam-

mé en même tems qu'un seul grain, c'est-à-dire, dans un instant : un globe qui auroit 16 fois le diamétre du précédent, c'est-à-dire 16 fois 16 grains de cette poudre pour élémens de son axe employeroit deux instans ; un autre qui auroit 16 fois le diamétre de celui-ci, c'est-à-dire 256 fois 16 grains pour élémens de son axe en employeroit 3, celui qui auroit pour élémens la 3e. puissance de 16, c'est-à-dire 4096 diamétres du premier en employeroit 4, &c ; supposons qu'il y ait 3 grains ou même 6 d'une poudre fine dans l'espace d'une ligne, il y en aura 72 au pouce : le premier grain employe un instant à parcourir son axe d'activité, qui est de 16 grains ; le second 16 fois plus grand a pour son axe d'activité 256 grains qu'il parcourt dans le second instant, & tout l'axe total de la consommation est de 272 grains ; le 3e. est 16 fois plus grand, son diamétre a 4096, qui surpasse la grosseur d'une sphére de 4 pieds 8 pouces $\frac{5}{9}$ de diamétre ; l'on voit que les globes de poudre qui s'enflamment par un seul grain, jusqu'à la grosseur de 2 pouces de diamétre, n'employent pas le double du tems qu'un seul grain de poudre employe pour achever leurs extensions totales ; on voit que ceux qui ont 4 pieds de diamétre, n'employent jamais 3 fois le tems d'un grain de poudre ; car l'ordre des puissances de 16 qui se surpassent d'un degré, est 16, 256, 4096, &c. dont les sommes sont 16, 272, 4372 ; l'on voit de quelle vitesse augmentent les inflammations ; & que le mouvement acceleré des graves, n'a rien d'approchant de cette vitesse ; puisque les espaces parcourus à chaque instant étant augmenté de l'unité, ne sont que dans la raison des tems mêmes, au lieu que dans les inflammations les espaces croissent dans la raison des puissances de leur premiere inflammation, desquelles puissances les exposans sont les tems.

Or les effets des extensions sont toujours dans la raison des dégrés de vitesse des momens des inflammations qui les produisent, & parceque les dégrés de chaque instant sont dans la raison soutriplée des quantités enflammées, il s'ensuit que leurs effets seront dans la raison soutriplée des quantités enflammées.

Vitesse d'inflammation des differentes traînées de Poudre.

(15) La vitesse acquise à la fin des extensions des differens globes de poudre sera en raison soutriplée des globes (7) ; donc la vitesse des traînées de differente grosseur sera en raison de leur

épaiſſeur ; ſi l'on ſuppoſe une traînée de 3 pieds de longueur ſur 3 pouces en quarré d'épaiſſeur, de ſorte que chaque pouce courant de cette traînée contienne uniformément dans toute ſa longueur 9 pouces cubes de poudre ; & ſi l'on ſuppoſe une autre traînée de 12 pouces de longueur ſur un pouce en quarré d'épaiſſeur, de ſorte que à chaque pouce courant dans toute ſa longueur, elle contienne uniformément un pouce cube de poudre, je dis que ces deux traînées ſeront enflammées dans un même tems ; car les deux ſphéres d'activité étant une fois achevées, elles continueront chacune leur chemin ſur la longueur de chaque traînée par un mouvement égal & uniforme, comme traînée de même épaiſſeur (13) ; donc elles parcourreront leurs traînées l'une & l'autre avec les dégrés de viteſſe acquis dans l'inflammation de leurs ſphéres d'activité ; or où elles gardent tous les dégrés de la viteſſe de toute l'inflammation de leurs ſphéres, & la viteſſe eſt en raiſon des hauteurs des baſes, leſquelles hauteurs ſont elles-mêmes les axes de ces ſphéres, où elles parcourent leurs traînées avec la derniere viteſſe acquiſe du dernier inſtant de leurs extenſions, & pour lors ces viteſſes ſont également dans la raiſon ſoutriplée des ſphéres comme nous l'avons vû, & par conſéquent elles ſeront également dans la raiſon des diamétres de leurs épaiſſeurs ; mais rien ne peut augmenter ce dernier degré de viteſſe acquiſe à la fin de l'inflammation des ſphéres d'activité ; rien ne pourra non plus augmenter la ſomme des viteſſes de la durée des inflammations, en ſuppoſant que ces viteſſes ſubſiſtent toutes, puiſque la ſphére d'activité qui les a produites étant regardée comme élémens de la traînée ſera égale & uniforme dans toute ſa longueur par l'hipotéſe ; de même rien ne pourra diminuer la viteſſe, puiſqu'à meſure que les inflammations d'un élément de chaque traînée ſeront éteintes, les inflammations d'un ſemblable élément ſeront toujours ſubſiſtantes, & par conſéquent leurs extenſions égales : donc la viteſſe uniforme d'une traînée ſera à la viteſſe uniforme de l'autre comme 3, qui eſt le diamétre de la baſe, ou hauteur de l'une eſt à 1, qui eſt le diamétre de la baſe de l'autre ; or autant de ſphéres d'activité d'un pouce on prendra dans la longueur de 12 pouces de la petite traînée, autant de diamétres de 3 pouces on prendra dans la groſſe traînée de 3 pieds, à ſçavoir 12, puiſque les viteſſes ſont dans la raiſon de 1 à 3 : donc tandis qu'un élément de la traînée d'un pouce d'épaiſſeur aura parcouru ſa ſphére d'activité, il ſe ſera enflammé un pouce cube

de poudre ; mais dans le même tems l'élément de la traînée de 3 pouces d'épaisseur aura parcouru la sienne, & par conséquent il se sera enflammé 9 pouces cubes de poudre, tandis que dans la traînée d'un pouce, il ne s'en est enflammé qu'un ; donc les deux traînées seront enflammées entierement dans toutes deux à la fois & dans un même tems.

(16) Si l'on suppose les deux traînées précédentes d'une égale longueur, alors les tems de leurs inflammations seront dans la raison inverse des diamétres de leurs bases ; car si la grosse traînée n'avoit que 12 pouces de longueur, puisqu'il s'en enflamme à chaque instant 3 pouces courants, tandis que dans la petite traînée il ne s'en enflamme qu'un pouce courant à chaque instant, la grosse traînée aura été entierement enflammée au 4e. instant, & la petite traînée au 12e. instant seulement : donc 4, 12 :: 1, 3, mais la raison de 1 à 3 est l'inverse de celle de leurs bases : donc &c.

Si les inflammations de differentes traînées de diverses longueurs & de differentes épaisseurs avoient duré pendant un tems quelconque précis & égal, les quantités enflammées seroient en raison triplée des diamétres de leurs bases ; & par conséquent les vitesses uniformes des inflammations seroient entr'elles dans la raison soutriplée des quantités des traînées.

Si les traînées de poudre sont de differentes largeurs, mais de la même longueur, leurs vitesses de leurs inflammations uniformes seront entr'elles dans la raison soudoublée de la quantité des traînées ; car les vitesses seront dans la raison des racines des bases comme auparavant, puisque la longueur de la même traînée ne change rien à la vitesse de l'inflammation de la sphére d'activité ; mais les bases sont dans la raison des quantités, puisque les prismes semblables d'une même hauteur sont dans la raison de leurs bases *par la Geométrie* : donc au lieu des bases on peut prendre leurs quantités, & par conséquent la soûdoublée des quantités, au lieu de la soûdoublée de leurs bases, qui est dans la raison de leurs vitesses uniformes d'inflammation.

La differente quantité de Poudre qui s'allume dans le premier instant, apporte une grande variation dans les quantités qui s'allument dans les instans suivans.

(17) Nous avons supposé que le feu ne prenoit que par un seul grain du centre ; si l'on suppose à présent que l'inflammation ait

commencé par plusieurs grains à la fois, au lieu de prendre 16 grains pour l'extension de l'inflammation du premier instant, il faudroit prendre 16 fois le diamétre de la quantité des grains enflammés pour l'axe de la sphére d'extension du premier instant, & pour l'extension de l'inflammation du 2e. instant; il faudroit prendre la 2e. puissance de 16 multipliée par le diamétre de la quantité des grains enflammés au premier instant, & ainsi de suite pour tous les autres instans, &c. Il suit de-là qu'à chaque instant les quantités des inflammations qui ont commencé par plusieurs grains du centre, seront aux quantités des inflammations du même instant, qui ont commencé par un seul grain du centre dans la raison des quantités par où l'inflammation a commencé; de sorte que si l'inflammation a commencé par 10, ou 100, ou 1000 grains, au lieu d'avoir commencé par un seul grain, à chaque instant elles seront ou décuples, ou centuples, ou 1000 fois plus grandes, que si elles n'avoient commencé que par un seul grain; ce qui est bien évident; puisque si je nomme B, la quantité d'un seul grain de poudre par où l'inflammation a commencé une fois, & P le nombre des grains par où l'inflammation a commencé une autre fois, supposant $a = 4000$, l'on aura dans le premier cas d'un seul grain (7) aB, aaB, a^3B, a^4B, &c. dans le second cas de l'inflammation, qui commence par plusieurs grains; nous avons au premier instant aP, au second aaP, a^3P, a^4P, &c. donc aB, aP :: B, P; puisque aPB produit des extrêmes $= aPB$, produit des moyens, & ainsi dans tous les autres instans; mais P représente les quantités par où les inflammations ont commencé: donc, &c.

(18) L'on voit par là la difference que les quantités differentes de poudre par où les inflammations commencent, peut apporter dans la quantité de poudre qui s'enflamme en des tems égaux, & parceque les quantités des inflammations ne sçauroient changer sans que leur vitesse d'extension ne change aussi dans la raison soûtriplée des quantités; il s'ensuit que les portées des mêmes charges dont l'inflammation commenceroit differemment une fois que l'autre, seroient par conséquent toutes differentes, quoique tout le reste soit égal; ce qui prouve l'imperfection de nos bouches à feu.

(19) Si les grains de poudre sont plus gros, les premieres inflammations du premier grain seront donc plus grandes, & la vitesse acquise à la fin de l'inflammation de ce grain, sera en raison

soûtriplée de ce grain ; & toutes les vitesses acquises à la fin des autres instans quelconques, seront dans la raison des puissances semblables de 8 axes d'un grain aux puissances semblables de 8 axes de l'autre grain ; il résulte de-là que si les quantités de la poudre dont le grain est gros, n'occupent pas plus d'espace que les mêmes quantités de poudre dont le grain est plus fin, les vitesses acquises à la fin d'un même tems par la poudre à petit grain, seront dans la raison de la puissance semblable de 8 axes d'un grain à la puissance semblable de 8 axes de l'autre ; & par conséquent la poudre d'une même doze & d'une même finesse à gros grains est meilleure pour les pieces longues d'un certain calibre, que la poudre homogéne d'un grain petit, en supposant que la même quantité de l'une ne tienne pas plus d'espace que la même quantité de l'autre, parceque les extensions étant plus grandes avec les gros grains, elles accompagneront mieux le mobile dans la volée jusques à son débouché ; au contraire la poudre à petits grains est meilleure dans les petites piéces que la poudre à gros grain ; parceque dans les petites piéces, les premieres extensions étant moindres par la petitesse des premiers grains enflammés, le boulet qui doit passer par tous les dégrés de vitesse en parcourant sa volée, allant plus lentement donnera le tems au reste de la poudre d'achever & son inflammation & son extension jusqu'à la bouche de la piéce; parceque les mortiers à bombes & à pierres, &c. & toutes les piéces de cette nature ont l'ame courte, la poudre d'un grain le plus fin, & la plus séche & la plus rafinée y est absolument necessaire ; car les mobiles devant passer par tous les dégrés de vitesse en parcourant la volée, elles ont besoin d'une inflammation plus prompte, pour que l'extension du dernier instant de l'inflammation qui les a chassé soit plus grande, plus copieuse & plus égale, comme nous le détaillerons plus distinctement dans la suite ; il suit aussi que la poudre fine, & d'un grain irregulier, est absolument necessaire pour les amorces, parce que le feu prenant plus vîte & plus facilement comme nous l'avons vû, & outre cela en plus grande quantité, les inflammations en seront beaucoup plus grandes.

SECTION SECONDE,

Sur la force de la Poudre enflammée par rapport à l'espace qui la contient.

(20) NOUS venons de voir l'éfort de la poudre en considérant son inflammation; il nous reste encore à examiner son éfort par rapport au canal qui la renferme, & par rapport au poids ou autre obstacle qui s'oppose à sa dilatation : considerons donc la poudre dans une arme à feu renfermée dans une chambre sphérique, & supposons que l'inflammation commence par son centre de gravité, & qu'il n'y ait ni boulet ni bouchon sur la charge.

La poudre alors ne pouvant pas se dilater avec liberté, agira circulairement par sa force centrale d'extension en étendant chaque lame, ou partie quelconque de son fluide, du centre de chaque grain vers sa circonférence, ainsi que nous venons de voir qu'elle l'a fait au milieu de l'air; car sa qualité est la même aussi bien que sa quantité, soit qu'elle soit en liberté, ou qu'elle soit renfermée; la poudre s'enflammera de la même maniere que le premier cube, ou globe égal qui seroit le premier élément d'une traînée qui a son axe égal à sa largeur, & dont l'inflammation commence par le centre de gravité; car le feu s'étend dans les vuides de l'un comme dans les vuides de l'autre; mais avec cette difference que la flâme dans celui-ci repoussée par la résistance du plan qui la soutient débordera d'abord & s'élevera au-dessus, où elle ne trouve autre résistance que celle d'un air fluide, la poudre au contraire renfermée dans cette chambre sphérique étant gênée, & ne pouvant se dilater, sera repoussée de tous les points infinis de sa superficie concave qui resiste à sa force d'extension; le fluide enflammé obligé par conséquent de s'étendre, ira au travers des grains du reste de sa charge du côté de la moindre résistance, qui est l'air dont les parties semblables environnantes, sont d'un ressort d'une force moindre, & par conséquent cette matiere enflammée enveloppera tous les grains qui seront dans l'espace de son extension, & les enflammera *par notre demande*, & les ayant enflammés, l'extension de ce grain enflammé étant la même dans la chambre sphérique comme dans l'air, tous ces balons tendront

tendront à s'enfler & à s'étendre tous à la fois, & ne pouvant le faire à cause des parois de la chambre qui leur oppose une résistance supérieure agiront du côté le plus foible ; & tous en redoublant leur vitesse prendront l'orifice de cette chambre, en chassant la colonne d'air de la volée qui s'oppose à leur passage ; semblable à deux liqueurs d'une pésanteur specifique differente, dont la plus legére céde sa place à la plus pésante qui la comprime & l'éleve au-dessus d'elle ; les balons ainsi élargis à mesure qu'ils s'étendent dans la volée prendront leur grosseur, & cesseront de s'opposer à ceux qui les suivent : ceux-ci au sortir de l'orifice de la chambre trouvant un plus grand espace, se dilateront & suivront immédiatement ceux qui les précédent, comme ils seront suivis des autres balons qui seront derriere eux : on voit que ces balons, au sortir de leur chambre, heurteront en foule contre son orifice, & redoublant leurs éforts, redoubleront leurs vitesses jusqu'à ce que les premiers sortis ayant atteint la bouche de la volée trouvent une liberté entiére au travers de l'air, & se feront place ainsi les uns aux autres, jusqu'aux derniers balons subsistans, qui auront aussi dans la volée même la liberté de s'étendre, & par conséquent n'en sortiront plus, & y acheveront leurs extensions, alors la poudre allumée étant en partie consumée & totalement allumée, il restera une partie de la flâme qui s'étendra dans la piéce, & l'autre dehors, & une partie de la fumée (qui n'est autre que les parties terrestres que la flâme n'aura pû évaporer & diviser jusqu'à sa destruction totale) restera dans la volée, & l'autre au dehors : l'air qui n'étant pas en équilibre contre le ressort de ce fluide lui aura cedé, victorieux à son tour reprendra sa place & la livrera au gré du vent qui l'agite ; tout le reste subsistera comme auparavant, & il ne restera que le bruit de la détonnation, que la concavité des nuées & des échos prochains reïtereront successivement.

(21) De ce recit simple & naturel, qui n'est qu'un abregé de ce que nous avons déja établi, il suit que l'éfort de chaque balon à s'enfler, qui agit du centre vers la circonference & circulairement, agira par conséquent également sur tous les points infinis d'un même cercle de la volée, qui est dans le plan de son équateur, en considerant ce cercle comme élément du cilindre de l'ame de la piéce, Donc si toutes les couronnes infinies du métal que l'on peut prendre pour élément de la piéce, sont chacune d'une même largeur, à l'entour d'un même point pris dans l'axe

D

de la volée, l'éfort contre tous les points infinis de la mêmecouronne eſt égal, puiſque l'éfort par lequel le métal eſt repouſſé & éloigné du centre en-delà de ſa circonférence, n'eſt autre choſe que le produit de l'extenſion de la poudre, qui fait éfort contre cette couronne par le poids, ou la ſuperficie de cette couronne qu'on prend pour ce poids: donc les largeurs d'une couronne quelconque métallique de la piéce étant égales, leurs poids ſeront auſſi égaux; mais la force des reſſorts des quantités de poudre qui agiſſent contre les points infinis des largeurs des couronnes, qu'on peut regarder comme élémens de ces couronnes eſt égale: donc les produits de ces quantités égales, par des quantités égales ſeront auſſi égaux; & par conſéquent les éforts ſur tous les points de cette couronne qui ſont dans cette raiſon des produits ſeront auſſi égaux: donc toutes les parties de cette couronne ſubſiſteront dans un parfait équilibre; car ſi un ſeul point reſiſte, puiſque nous le ſuppoſons en équilibre avec la force de la poudre, tous les autres points de la couronne métallique qui ſont en équilibre avec celui-ci (puiſque le poids & la tenacité ſeront la même dans un métal homogéne), ſeront auſſi en équilibre avec tous les autres éforts des cercles enflammés qui ſont égaux, & par conſéquent tout reſtera dans un parfait repos; car toutes ces actions d'ailleurs & ces reſiſtances étant contraires, oppoſées & égales, l'une ne ſçauroit vaincre l'autre, & pour lors il ſe fera une deſtruction totale de part & d'autre; car une partie d'une couronne ne pourroit s'élever ſans entraîner après elle ſa partie oppoſée & égale qui tend avec la même force directement contraire à s'abaiſſer, & aucune partie d'une même couronne ne ſçauroit auſſi aller d'un côté quelconque, ſans entraîner après elle ſa partie diamétralement oppoſée, qui tend par une force égale & contraire à un autre côté oppoſé; d'où il ſuit que ſi toutes les couronnes qui ſont en-delà du centre de gravité de la piéce, ſur lequel on la ſuppoſe appuyée ſur un point inflexible, ſont également chargées que toutes les couronnes priſes en-deçà du centre de gravité vers la culaſſe, & que chaque couronne ſoit parfaitement concentrique à l'axe de la volée & également chargée dans tous ſes points, les éforts qui tendent à les ſeparer ou à les mouvoir, étant parfaitement égaux, la piéce ſubſiſtera en entier dans ſa direction, en ſuppoſant qu'elle ne puiſſe ni avancer ni reculer, étant retenuë par un point inflexible à ſon centre précis de gravité; car pour lors elle ne ſçauroit ni s'élever, ni s'abaiſſer, ni

se détourner à droite ou à gauche de sa direction, puisque de tous les côtés les actions opposées sont égales entr'elles.

(22) Il n'en est pas de même si les épaisseurs & les poids des métaux sont differens ; car alors le plus fort emportera le plus foible dans la raison de la difference des poids, puisqu'on peut considerer ces éforts comme des puissances contraires & opposées diamétralement ; or ces puissances n'étant que les produits des poids par les éforts, & les éforts sur chaque couronne étant toujours égaux, ces produits seront dans la raison de leurs dimensions inégales, qui est celle des poids, en supposant que la piéce par sa densité & tenacité soit capable de resister ; autrement elle éclateroit ; pour lors si les parties des couronnes métalliques d'un côté sont plus chargées que leurs parties opposées de l'autre, la piéce se détournera de sa direction, ou en s'élevant, ou en s'abaissant, ou sur la droite, ou sur la gauche du côté le plus chargé, avec une force qui sera dans la raison des differences des poids des parties les plus chargées, au poids des parties qui sont moins chargées.

On voit combien il est important de faire que l'axe d'une piéce soit concentrique à toutes les couronnes infinies métalliques qui la composent pour la justesse de son tir, puisque cet axe ne sçauroit varier sans charger les parties de chaque couronne d'un côté plus que de l'autre, & par conséquent sans la détourner de sa direction du côté le plus chargé.

L'on voit aussi pourquoi les piéces reculent sans recourir à la colonne d'air ; car l'air n'est pas rentré dans la piéce dans le tems que la flâme est dans l'ame, cependant elle a déja reculé, & l'air n'y contribue qu'en aidant à la force de la poudre ; car puisque cet éfort est sphérique il agira contre la culasse, tandis que l'éfort opposé diametralement qui le devroit tenir en équilibre agira seulement sur la colonne d'air : donc le recul doit être du côté de la culasse, puisque le produit du poids de la culasse, par le même éfort, est plus grand que celui de l'air par le même éfort, donc elle doit reculer, à moins que le frottement ou autres obstacles ne s'y opposent : d'ailleurs la flâme n'a aucun appui contre la volée pour agir contr'elle, n'appuyant que sur la colonne d'air de la volée qui ne lui est pas unie, comme la culasse, qui ne sçauroit ceder sans entraîner avec elle la piéce, à moins qu'elle ne creve : ce qui est contre l'hypotése.

(23) Si nous ajoutons un gros bouchon bien refoulé avec une

bale sur la charge, il est certain qu'il se fera un plus grand éfort contre la culasse, le boulet & contre le bouchon qui s'opposent à la dilatation des balons, dans la raison des différences de la résistance de cette charge contre la flâme, à la résistance de l'air contre la flâme : donc plus la résistance sera grande, plus l'éfort contre la culasse le sera aussi ; parce qu'il s'y fera un point d'appui contre cet obstacle, contre lequel les ressors des globes enflammés agiront avec plus de violence, & par conséquent la feront reculer davantage ; plus la poudre, étant refoulée, sera renfermée dans un moindre espace, pourvû néanmoins que la flâme puisse passer au travers des interstices, moins l'air extérieur aura de communication avec celui de la charge, plus il y aura de poudre, plus elle sera forte & séche ; plus le boulet sera pésant, &c. plus aussi le nombre des balons augmentera, la colonne d'air & l'obstacle du reste de la charge qui s'oppose à la dilatation de la flâme du côté de la volée sera plus grand, & par conséquent les inflammations plus promptes & plus copieuses ; parceque l'éfort du premier instant ne sera pas en état de vaincre cet obstacle, mais son extension cependant se fera également dans les interstices des grains, & par conséquent les enflammera dans l'instant suivant : de sorte que le boulet partira avec de plus grandes vitesses dans la raison des puissances d'un exposant égal au nombre des instans de la durée des inflammations (7) ; la piéce souffrira par conséquent un plus grand éfort, & sera plus tourmentée ; elle aura besoin d'une plus grande ténacité & d'une plus grande épaisseur, pour les équilibrer & les surpasser ; & pour lors si elle résiste à l'éfort, le boulet sera chassé plus violemment, parceque la culasse fera un point d'appui réciproque aux balons contre le boulet qui leur résiste ; cet éfort qui chasse le boulet, lequel lui céde, sera moindre contre le boulet, tandis que la culasse qui résiste sera inébranlable, & en sera repoussée & reculera par conséquent sans cependant faire place aux balons qui la pressent, tandis que le boulet en cédant leur fait place, diminue leur compression, & par conséquent leurs éforts ; d'où il suit évidemment que plus les piéces seront chargées & refoulées (à un certain point qui n'empêche point la communication de la flâme dans la charge), si les épaisseurs du métal ne sont pas égales à l'entour de leur axe, plus elles seront détournées de leurs directions ; car les produits des mêmes differences des poids des métaux par ces éforts seront plus grands à mesure que les éforts le seront aussi ; mais la résistance

de la péſanteur des piéces, pour n'être pas detournées de leurs directions, étant la même, les éforts au contraire ayant augmenté, la viteſſe de leur détournement ſera plus grandé auſſi.

(24) Puiſque l'éfort des balons eſt circulaire, il ſe fera un équilibre entre les éforts particuliers des balons qui compoſent une charge ; & par conſéquent à meſure que les éforts contre le boulet diminueront par la diminution des compreſſions, parce que le boulet cédant les eſpaces augmentent, les éforts contre la culaſſe diminueront auſſi ; & il ſe fera autant d'éfort contre l'un que contre l'autre : donc ces deux éforts ſeront égaux ; or l'éfort contre la culaſſe eſt le produit du poids de la piéce qu'elle entraîne après elle par ſa force de reſſort, & l'éfort du boulet eſt le produit du même éfort par le poids du boulet, dans lequel on comprend la réſiſtance du bouchon & de la colonne d'air ; les mêmes éforts ſont auſſi égaux aux produits des poids par leurs viteſſes : donc le produit de la viteſſe du recul du canon par ſon poids ſera égal au produit de la viteſſe du boulet par ſon poids ; on comprend dans le poids la réſiſtance de l'air, & du bouchon qui lui aide à faire obſtacle à l'extenſion des balons ; & parce que les diſtances où les mobiles arrivent par des projections faites ſous une même élévation ſont en raiſon doublée de leur viteſſe *par la ſeconde partie* ; il s'enſuit que le produit du poids du boulet par la racine quarrée de la diſtance où il eſt parvenu, eſt égal au produit du poids de la piéce, par la racine quarrée de la viteſſe de ſon recul : donc en diviſant le produit du poids du boulet & de la racine quarrée de la portée par le poids du canon, on aura la viteſſe initiale du recul, laquelle ne peut être fixée plus préciſément, parce qu'elle eſt indéterminée, & qu'elle peut être augmentée ou retardée par l'inclinaiſon differente des plates-formes, leurs differentes ſolidités par la ſtructure des roues, des aiſſieux, &c. dont la combinaiſon peut donner une infinité de cas differens ; mais du côté de la force abſolue d'impulſion contre la culaſſe, on peut conclure que les viteſſes initiales du recul des piéces ſont aux viteſſes initiales des boulets ou mobiles quelconques en raiſon reciproque des poids des boulets & des poids des piéces, en faiſant abſtraction de la réſiſtance du bouchon & de la colonne d'air, & ſuppoſant les élévations égales.

Si l'on tire une piéce ſous toutes ſortes d'élévations depuis o degrés à 90, avec une même charge homogéne en tout, & par rapport au poids, & par rapport au réfoulement, &c. les obſtacles

de la péſanteur des boulets augmentans dans la raiſon des Sinus des élévations (puiſqu'ils peſeront ſur la charge dans cette raiſon) : la premiére force motrice qui mettra le mobile en mouvement ſous une élévation quelconque, ſera à la premiere force motrice qui mettra le même boulet en mouvement ſous une autre élévation quelconque, dans la raiſon directe des Sinus des élévations; où l'on voit par conſéquent que les forces motrices augmentent toujours depuis o à 90 dégrés, où elles ſont abſolues; les boulets ou mobiles partiront plus tard, quoique tout ſoit égal dans une même piéce ſous une grande élévation ; & par conſéquent l'éfort qui met en mouvement le boulet, doit être plus grand contre la culaſſe des piéces ſous les grandes élévations que ſous les petites; mais ſi l'on a égard aux affuts qui reçoivent moins directement l'impulſion du recul, ſous les directions élevées que ſous les horiſontales, dans la raiſon des Sinus des mêmes élévations ; on voit que la proportion de la viteſſe du recul ſera la même, puiſque la viteſſe reſpective imprimée à l'affut par le recul, décroit dans la même proportion que la force abſolue imprimée ſur la culaſſe, & qui agit contre l'affut pour le faire reculer, augmente à ſçavoir du Sinus de leurs élévations, & que les reculs par conſéquent doivent être les mêmes de ce côté ſous toutes ſortes d'élévations, pourvû que le reſte ſoit égal.

Il faut remarquer cependant que cela ſuppoſe que l'augmentation de l'éfort ſous une élévation ſoit égale, préciſement à la diminution cauſée par l'obliquité de ſa direction contre l'affut; mais ſi les éforts des premiéres quantités motrices des boulets, ſont moindres que les éforts des quantités totales enflammées de la charge, par rapport à leurs directions plus ou moins obliques contre l'affut, la piéce reculera plus ſous les directions horiſontales, & ſous les élévations moindres que ſous les grandes élevations; ce qui arrive ordinairement, & prouve que l'augmentation de la poudre allumée au départ du mobile, eſt moindre que les éforts de la charge totale; & par conſéquent la diminution du recul cauſée par l'obliquité de la direction de l'éfort total de la charge contre l'affut étant plus grande que l'augmentation de la premiere force motrice par l'élevation, la piéce reculera moins.

Si la ligne F D (*Fig*. 4[e].) ſur la direction D C, repréſente la force abſolue du recul, ſous une élévation, & la ligne D L, celle du détournement de la piéce de ſa direction D C, l'on voit que le canon ſuivra la diagonale F L, du parallelograme des deux forces,

ſi rien ne le détermine à prendre une autre direction, c'eſt-à-dire que tout ſoit dans une éxacte précifion de cette Théorie; & comme la ligne L D, repréſente la difference des poids des parties plus chargées d'un côté de l'axe que de l'autre, & la ligne F D, celle du poids de la piéce ; la ligne F D, ſera toujours plus grande que la D L; & comme D L varie à l'infini, par la differente mal-façon des piéces, qui peuvent avoir leurs épaiſſeurs inégalement diſtribuées à l'entour de leur axe d'une differente maniére à l'infini, les piéces reculeront ſelon des directions L F, F D, F M, à l'infini, ſelon le rapport de F D, à D L, D M, &c.

(25) Les fluides ayant toutes leurs parties en équilibre, l'éfort d'un balon ſera en équilibre avec les éforts quelconques d'un chacun des balons infinis, qui compoſent le fluide enflammé, & par conſéquent ſera en équilibre avec tous ; donc l'éfort d'un cercle qui fait l'élément d'un fluide enflammé cilindrique, ſera égal à chaque éfort de chacun des autres cercles de ce fluide, & en équibre avec tous : donc la force totale de toutes les quantités enflammées dans une piéce cilindrique, ſera égale au produit de l'éfort d'un cercle, par le nombre qui en exprime la multitude, c'eſt-à-dire aux quantités mêmes; car l'éfort d'un cercle eſt égal à ſa ſuperficie, puiſqu'il eſt égal à l'éfort d'un rayon qui en fait l'élément par le nombre qui en exprime la multitude, c'eſt-à-dire au nombre des grains, puiſqu'ils ſont dans cette raiſon de l'éfort qui eſt 8 fois leur extenſion : donc l'éfort d'un cercle, eſt le produit des grains qui compoſent ſon axe (c'eſt-à-dire ſon axe même), par leur nombre qui eſt auſſi l'axe même ; cet éfort ſera donc dans la raiſon doublée de ſon axe, par conſéquent dans celle de ſa ſurface, & l'éfort de tous les cercles ſera dans celle du produit d'un de ces cercles, par le nombre qui en exprime la multitude, lequel nombre eſt celui des grains qui compoſent l'étendue de l'axe de la piéce; mais le produit d'un cercle par l'axe d'un cilindre, qui a ce cercle pour baſe, eſt égal au cilindre : donc la ſomme totale des éforts d'une quantité de poudre enflammée eſt dans la raiſon des quantités même, ou des eſpaces qui les renferment qui ſont dans la même raiſon. On ne comprend pas la poudre dans l'éfort d'un cercle; car ſi on la comprenoit, il faudroit prendre pour cet éfort le produit de cette quantité de poudre par la viteſſe de ſon extenſion.

Efforts de la Poudre enflammée, à mesure qu'elle est renfermée dans des espaces differens.

(26) Nous avons pris un cercle pour élément d'une quantité enflammée, parceque l'inflammation est circulaire; mais de quelque figure que soient les fluides, & de quelque figure que soit l'espace qui les contient, ils se mettent toujours en équilibre entre eux; chaque balon sera toujours en équilibre contre tous les autres balons d'une charge, de quelque figure que soit la chambre; d'où il suit que l'éfort total du fluide enflammé sera toujours dans la raison de l'éfort d'un grain multiplié par le nombre qui en exprime la multitude, & par conséquent de la quantité même; de quelque figure que soit la chambre qui le contient, pourvû que la quantité de poudre enflammée, & l'espace de la chambre qui la contient soient toujours proportionnelles: de sorte qu'on suppose à present que les inflammations soient toujours totales & homogénes dans toutes les chambres; sans cela la figure des chambres variant les inflammations, les éforts des differentes quantités de poudre dans differentes chambres, ne seront plus dans la raison des quantités; & si dans une espace il y a plus de poudre à proportion d'un autre espace, plus une même quantité du fluide enflammé sera genée & renfermée dans un moindre espace, & plus les éforts absolus de cette quantité seront grands, contre la superficie de l'espace environnant qui la gêne; car pour lors les éforts de chaque cercle seront plus grands dans la raison inverse de l'espace, puisque plus les espaces sont petits, & plus les éforts d'une même quantité seront grands, & les parties des surfaces de l'espace environnant, contre lesquels les balons font éfort, seront moindres dans la raison des espaces; or plus ces parties seront petites, & plus il y aura de balons ou de cercles dans une même quantité de poudre contre chaque partie: donc les forces totales des poudres enflammées dans differens espaces, sont dans la raison inverse de la doublée des espaces; il faut considerer, pour rendre la chose plus sensible, que puisque en general les éforts sont dans la raison directe d'un éfort multiplié par le nombre qui en exprime la multitude, & que chaque éfort croît dans la raison inverse de l'espace, le nombre des balons qui en exprime la multitude demeure veritablement le même; mais ils se réünissent en plus grande quantité contre une même partie des surfaces

ſurfaces environnantes, dans la raiſon de la diminution de l'eſpace : donc c'eſt la même choſe que ſi le nombre des éforts croiſſoit dans cette même raiſon contre une même partie de cette ſurface.

(27) Si l'on ſuppoſe au contraire differentes quantités de poudre enflammée dans un même eſpace ; il faut conſiderer que l'éfort d'un cercle croîtra dans la raiſon de la compreſſion, qui dans un même eſpace ſera dans la directe des quantités ; car plus il y en aura & plus la compreſſion ſera grande : en ſecond lieu par l'augmentation de la quantité l'éfort croîtra dans la raiſon même des quantités, puiſque les éforts en general ſont dans cette raiſon directe : donc les éforts contre les ſurfaces environnantes qui s'oppoſent à leurs extenſions dans un même eſpace, & par conſéquent avec une même ſurface ſont dans la raiſon directe de la doublée des quantités : il faut remarquer que l'on ſuppoſe dans cette démonſtration que la chambre eſt cilindrique, & que les differentes quantités ſont dans une même chambre : cependant généralement de quelque figure que ſoient les chambres ; les eſpaces étant égaux, les éforts des differentes quantités de poudre enflammée ſeront toujours dans la raiſon directe doublée des quantités ; car l'éfort d'un ſeul grain y croîtra toujours dans la raiſon directe des condenſations, qui dans un même eſpace croîtront toujours dans la raiſon directe des quantités : donc l'éfort d'un grain étant plus grand dans la raiſon des quantités, & le nombre des grains étant les quantités mêmes, il eſt évident que ce produit qui fait l'expreſſion de l'éfort total ſera dans la raiſon directe de la doublée des quantités.

(28) Il ſuit enfin évidemment, que ſi l'on ſuppoſe les quantités de poudre, & les eſpaces qui les renferment inégaux, les éforts ſeront dans la raiſon compoſée de la directe doublée des quantités, & de l'inverſe doublée des capacités ; car leur raiſon ne peut être compoſée que de celle des differentes quantités, laquelle eſt dans la directe doublée des quantités (27) ; car plus il y aura de poudre & plus les éforts ſeront grands ; ſecondement elle ne peut être compoſée que de la raiſon des compreſſions differentes ; & par conſéquent de l'inverſe doublée des eſpaces comme nous l'avons vû (26), puiſque moins les eſpaces ſeront grands, & plus la compreſſion ſera grande.

(29) Lorſque la poudre ne s'enflamme pas totalement dans la chambre, mais qu'elle s'enflamme le long de ſa volée, après avoir

été mise en mouvement, il seroit facile de trouver la ligne droite ou courbe quelconque qui renferme toutes les épaisseurs équilibrantes aux éforts des inflammations à proportion de leur diminution de compression, à mesure qu'elles s'approchent de la volée; il faudroit pour cela connoître les quantités précises enflammées à chaque instant égal, à commencer du premier instant jusqu'à ce que le mobile ait parcouru la volée, & jusqu'à ce que l'inflammation totale de la charge soit achevée; & après avoir connu le rapport de ces quantités, connoître encore celui de leurs vitesses contre les mobiles, & pour lors les quotiens des divisions des quarrés des quantités à chaque instant, par les quarrés des espaces seroient égaux aux forces de chaque instant, & donneroient la coupée correspondante à cet instant; de sorte que divisant l'axe de la piéce en un nombre de parties, égal à celui des instans supposés & connus de l'inflammation, dans la raison des espaces augmentés à chaque instant, l'on auroit l'ordonnée correspondante à chaque coupée de chaque instant, laquelle abcisse devroit être en raison des quarrés des quantités enflammées divisés par les quarrés de ces ordonnées, ou des espaces (28); l'on doit conclurre que le rapport des quantités enflammées à chaque instant, & des espaces parcourus par les inflammations le long de la volée correspondante à chaque instant, pouvant varier à l'infini par la varieté des chambres, de l'arrangement des poudres & de leurs quantités, la courbe varieroit aussi à l'infini selon les cas.

(30) Si les vitesses cependant des inflammations étoient dans la raison des quantités enflammées, les espaces augmentés à chaque instant seroient aussi dans la raison des quantités; & par conséquent les quarrés des quantités divisés par les quarrés des espaces, seroient toujours proportionnels, & les éforts toujours égaux entr'eux, & pour lors la courbe seroit une ligne droite paralelle à l'ame de la volée; ce qui nous indiqueroit que les éforts seroient égaux sur tous les points infinis de sa surface concave; & que par conséquent les épaisseurs des métaux qui leur doivent resister, devroient être aussi égales. Cela suppose que la poudre s'allume après qu'elle est mise en mouvement, & que les quantités qui s'allument à chaque instant, soient proportionnelles aux espaces qu'elles parcourent dans la volée.

(31) Lorsque la poudre est enflammée dans un instant, & que les inflammations totales sont coéxistantes dans la chambre pour un instant, à mesure que la flâme s'étendra dans la volée, les éforts

des inflammations contre les surfaces environnantes, seront dans la raison inverse doublée des espaces qu'elles occupent (26); or ces espaces sont dans la raison même des parties de l'axe de la volée dans une piéce cilindrique; donc à chaque point de l'axe la resistance correspondante & équilibrante de la piéce devroit être dans la raison inverse doublée de la distance de ce point au fond de la volée : de sorte que si les épaisseurs A B, (*Fig.* 5e.) devoient être proportionnelles aux resistances, il faudroit que cette courbe qui les renferme toutes, fût une veritable parabolique dont le sommet seroit à la culasse, & la plus grande ordonnée seroit la longueur de son axe, & la plus grande abcisse seroit l'épaisseur vers la culasse. Car puisque les éforts seront dans la raison inverse des quarrés des parties BN de l'axe MN que la flâme occupe; il suit que si nous divisons par exemple la ligne $1N = 1n$ en 5 parties égales, les éforts seront dans la raison des quarrés $\overline{1n}^2 : \overline{2n}^2 : \overline{3n}^2 : \overline{4n}^2 : \overline{5n}^2$: à mesure que la flâme s'étendra le long de la volée aux points 1. 2. 3. 4. 5. &c. les épaisseurs AB correspondantes qui doivent être dans la raison de ces éforts, seront par conséquent dans celles des quarrés $\overline{1n}^2$, $\overline{2n}^2$, &c; c'est-à-dire qu'elles augmenteront dans la raison directe doublée des espaces $5n$, $4n$, $3n$, $2n$, $1n$, &c, en venant de la volée vers la culasse : le dernier au point n, sera $= 0$, le penultiéme au point $5 = 1$, le suivant au point $4 = 4$, au point $3 = 9$, le cinquiéme & dernier dans notre hypotése sera dans la raison doublée de l'espace, sera $= 25$: donc les quarrés des ordonnées $1N = 1n$, seront dans la raison des abcisses correspondantes A. B. & par conséquent la ligne sera parabolique.

(32) Supposons à present qu'un demi calibre de la piéce soit une épaisseur suffisante à la volée, pour la rendre capable de resister aux éforts; & que la culasse exige un calibre entier A M, (*Fig.* 6e.) pour resister aux éforts des premieres inflammations; la distance A P, sera d'un demi calibre, qu'on suppose divisé en 49 parties, au lieu de l'être en 8, selon la pratique ordinaire : au deuxiéme renfort l'éfort sera de 25, puisque nous avons par la supposition $7^2, 5^2 :: 49, 25$, & l'épaisseur du troisiéme renfort P B, qu'on suppose environ vers le milieu de la piéce, sera par conséquent dans la raison de 49 à 12 & $\frac{1}{4}$; or la proportion ordinaire dans la pratique est 8, 6, 4, ou en multipliant par 6 & $\frac{1}{6}$ ces trois dimensions, pour avoir 49 parties dans chaque propor-

tion pour l'épaiſſeur de la piéce à la culaſſe: pour en faire plus facilement la comparaiſon, nous avons dans la pratique ordinaire 49, 37, 24 $\frac{2}{3}$ pour les reſiſtances du commencement de chaque renfort, tandis que les éforts agiſſants des inſtammations feront en raiſon de 49, 25, 12 $\frac{1}{4}$.

(33) Nous n'avons eu égard qu'à la force abſolue des cercles enflammés contre les ſurfaces de la piéce, ſans avoir égard à leur diſtance du centre de gravité de la piéce, parce qu'on la ſuppoſe parfaitement bien coulée, & d'un métal homogéne dans toutes ſes parties; & pour lors les éforts étant circulaires, les diſtances des cercles du centre de gravité n'augmenteront point leurs éforts perpendiculaires ſur les couronnes métalliques; & tous ces éforts perpendiculaires dans chaque cercle à chaque inſtant étant toujours égaux, & en équilibre entr'eux, agiront toujours également à chaque inſtant ſur toutes les parties infinies de la ſurface intérieure de la volée; & par conſéquent la piéce leur reſiſtera par toute ſa ténacité à chaque inſtant: ſi l'on a cependant égard à l'éfort dilaniateur de Monſieur Bigot de Morogues, & à l'éfort de courbure par le ramoliſſement du métal & la peſanteur de la piéce à proportion de ſon éloignement de ſon centre de gravité par laquelle elle tend à ſe courber, la courbe pour lors au lieu d'être parabolique, feroit, comme il a remarqué, une hyperbole du ſecond genre, dont la revolution à l'entour de ſon aſimptote formeroit le modele de la piece à l'entour de ſon noyau, l'aſimptote C N, (*Fig.* 7e.) formeroit la ſurface intérieure de la piéce, & l'hyperbole D F G, formeroit la ſurface extérieure; le premier renfort L G, eſt paralelle à l'axe de la piéce, & de la longueur de l'axe L, G, de la charge; parce qu'il ſuppoſe toute la poudre A R N, allumée totalement pour un inſtant dans cet eſpace correſpondant à G L; ce qui eſt à l'avantage de la pratique.

(34) Il ne faut pas être ſurpris ſi l'on a varié ſi ſouvent les dimenſions de nos bouches à feu, puiſque ceux qui ont cherché à les renforcer, y ont toujours trouvé des avantages d'un côté, & des inconveniens de l'autre: ceux au contraire qui ont cherché à les décharger d'un métal qu'ils ont cru ſuperflu, y ont trouvé auſſi des avantages d'un côté & des inconveniens de l'autre; car les inflammations des premieres épreuves n'étant pas ſi promptes, ni par conſéquent ſi copieuſes dans les épreuves, comme dans l'exécution d'une action militaire, où la neceſſité & l'avantage de la guerre exigent une prompte exécution: on les charge

abondamment; la légereté du métal n'étant pas capable de resister aux degrés de chaleur causée par les trop fréquentes inflammations; les inflammations d'un côté se font trop violemment, & leur quantité & leur vitesse par conséquent redoublent; tandis que de l'autre côté les resistances des métaux au contraire par leur ramolissement causé par la chaleur diminuent; il arrive de là necessairement deux choses: la premiere est que l'épaisseur de la culasse étant diminuée pour les avoir voulu rendre plus legeres, n'est pas suffisante pour équilibrer les inflammations totales & instantanées occasionnées par la chaleur des piéces, & par conséquent elles cederont à leurs éforts; quoi qu'elles ayent resisté dans les épreuves à cette même charge, & même à une charge plus grande, mais differemment enflammée: en second lieu, il arrivera encore que le métal par la violence des éforts s'alongera, la piéce courbera ou s'évasera, & par conséquent les éforts des inflammations agiront moins violemment contre le mobile, & lui donneront un degré moindre de vitesse; cette vitesse sera encore diminuée dans la raison de la moindre condensation de l'air dans son rapport aux intensions plus grandes de la chaleur, & le boulet parcourra la volée d'un instant à l'autre avec une vitesse moindre par la courbure de la piéce qui l'arrête, & conséquemment ne cedera pas assez vîte sa place aux inflammations qui le pressent; & pour lors les quantités des inflammations, où leurs extensions augmentant, tandis que leurs espaces environnants diminuent de leur proportion ordinaire, les quotiens des quarrés des quantités enflammées à chaque instant, divisées par les quarrés des espaces, augmenteront dans la raison même que les quarrés des espaces diminueront de leurs proportions ordinaires: les épaisseurs de la piéce devroient être tout au moins en s'approchant de la volée égales aux épaisseurs de la culasse, & même plus pour pouvoir resister au redoublement des éforts que font les quantités enflammées pour achever leurs extensions, qu'elles ne sçauroient achever sans châsser le boulet qui s'y oppose par le défaut de vitesse, & par la courbure de la piéce qui le retient: ces épaisseurs vont au contraire toujours en diminuant: le métal de son côté aussi échauffé diminue sa resistance par son ramolissement, & la piéce créve avec une charge à laquelle elle aura resisté dans son épreuve, parceque les inflammations de cette même quantité dans les épreuves se sont faites differemment.

Il faut cependant remarquer que la resistance des piéces cou-

lées est plus grande vers la culasse, malgré le plan de rupture plus chargé dans cet endroit, parce qu'elle oppose une plus grande tenacité aux éforts des inflammations que dans aucun autre endroit de la piéce ; aussi les fusils qui n'ont pas leurs culasses d'une piéce comme les piéces coulées ; mais seulement par une vis sont sujets à crever par le tonnerre, c'est-à-dire proche de la culasse ; ils sont aussi beaucoup plus legers vers la bouche que vers la culasse, parceque les inflammations étant achevées, leurs éforts diminuent continuellement, comme nous venons de le voir.

Tandis que les inflammations sont successives, comme dans les épreuves, l'on peut toujours diminuer considerablement les épaisseurs du premier & second renfort, jusqu'à l'extremité de la volée, puisque les éforts de la volée sont en équilibre avec ceux qui se font à la culasse, & que la culasse peut resister si la volée resiste comme nous venons de le voir ; car l'on ne renforce la culasse que pour la fortifier contre une inflammation plus copieuse, & dans la diminution des épaisseurs, nous avons supposé toute la charge allumée pour un instant dans sa chambre ; l'on a eu égard aux diminutions des compressions pour regler la diminution du métal depuis la culasse jusqu'à la volée, d'où il suit évidemment que si les inflammations ne sont pas totales pour un instant dans la chambre, l'épaisseur vers la culasse qui seroit en équilibre contre une inflammation totale, seroit par conséquent superieure à l'éfort de la poudre : donc tandis que cette inflammation ne sera pas totale, l'on peut diminuer l'épaisseur vers la culasse, sans que la piéce cesse d'être ou en équilibre, ou superieure à ces éforts.

Réflexions diverses sur le motif qui a fait si souvent varier les dimensions de nos piéces, sur la maniere de les déterminer, sur leurs épreuves, & sur divers autres sujets.

(35) De-là vient cette variation infinie de sentimens toujours soutenue de part & d'autre par les épreuves ; mais de-là aussi vient la raison pour laquelle tant de piéces differentes sont rebutées dans la suite ; les unes pour être trop embarrassantes à conduire, & à transporter pour être trop chargées de métal ; les autres au contraire pour avoir été reconnues trop foibles dans l'exécution, où elles ont été en partie crevées, & en partie trop tôt évasées ou courbées ; ce qui leur arrive, lorsque les inflammations ne sont pas tout-à-fait assez fortes pour les ouvrir entierement, & que les

réſiſtances ne ſont pas aſſez fortes pour leur reſiſter totalement, eu égard aux changemens occaſionnés par les differentes inflammations, par le ramolliſſement du métal cauſé par les violentes ſecouſſes & la trop grande chaleur des frequentes inflammations.

L'on voit rarement des piéces qui, faute d'épaiſſeur, ne reſiſtent aux épreuves malgré leurs differentes dimenſions, la raiſon en eſt naturelle enſuite de ce que nous venons de remarquer; comme la proportion d'un demi calibre d'augmentation à la culaſſe eſt de beaucoup ſuperieure à l'augmentation des éforts des inflammations telles qu'elles ſe font dans les épreuves; les piéces par conſequent peuvent être de beaucoup moins épaiſſes à la culaſſe qu'elles ne le ſont ordinairement; mais dès que l'on en reconnoît l'abus dans l'occaſion, alors on les abandonne; ainſi il n'eſt pas ſurprenant que juſqu'à preſent l'on n'ait encore pû fixer les dimenſions préciſes de nos bouches à feu.

Si l'on avoit une plus grande connoiſſance du degré de chaleur auquel les métaux des piéces peuvent reſiſter, ſans s'alonger & ſans ſe ramolir; & ſi l'on connoiſſoit encore les degrés de chaleur que peut produire chaque inflammation des charges; en connoiſſant le poids équilibrant de l'éfort de la charge, & le poids équilibrant de la reſiſtance des métaux, on pourroit parvenir à leur fixer leurs dimenſions; mais les cas peuvent être combinés à l'infini, & par rapport à la diverſité des poudres, & par rapport à leur chaleur & leur viteſſe d'extenſion, & la maniere de leurs inflammations, & par rapport à la tenacité, condenſation, liaiſon & péſanteur des métaux: de ſorte que je penſe qu'il eſt inutile de chercher cette découverte par les épreuves qu'on pourroit faire à ce ſujet, leſquelles ſeroient toutes ſuſpectes, & outre cela doivent varier à l'infini, ſelon les variations de l'air comprimé differemment dans les grains de poudre, & de l'air de la charge plus ou moins dilaté, même de l'atmoſphére de l'air dont les compreſſions ſont differentes dans tous les endroits differens, dans toutes les diverſes ſaiſons, juſqu'à varier dans un même endroit & du même jour à chaque inſtant.

(36) D'ailleurs il eſt aſſez inutile de chercher cette proportion préciſe, puiſque c'eſt de l'uſage auquel on deſtine une piéce que devroient dépendre ſes dimenſions, à ſçavoir les piéces deſtinées pour la campagne devroient être les plus legéres qu'on puiſſe avec moderation néanmoins pour qu'elles reſiſtent, les plus courtes qu'il eſt poſſible pour en tirer le ſervice qu'on en attend,

& les plus faciles à manier pour prendre la superiorité de feu sur celui de l'Ennemi, d'où dépend tout le succés de leurs exécutions dans une action militaire. Quant aux piéces des premieres batteries destinées à démonter celle des Ennemis assiegés; comme il n'est question que de tirer juste, & de dépêcher le plutôt que l'on peut; il faudroit qu'elles fussent un peu plus renforcées, afin qu'elles resistent davantage & à leur dérangement, & à leur recul, & aux éforts des violentes & frequentes inflammations.

Il est toujours bon que les piéces d'une place soient chargées de métal, elles en durent davantage, & les coups en sont beaucoup plus justes; d'ailleurs il n'y a à risquer que la dépense du métal que je compte pour peu, puisqu'il n'y en a toujours que trop dans une place pour le nombre de personnes qu'on destine à leur service; & par conséquent elles restent inutiles faute de gens pour les servir, & déviennent même préjudiciables par le secours qu'en tire l'Ennemi, dès qu'il est maître de la place: Ne vaudroit-il pas mieux n'en avoir qu'un certain nombre, qui fussent bonnes & bien servies, que de chercher à subtiliser sur l'épargne du métal pour en prodiguer un nombre inutile & même préjudiciable? Aussi n'épargnons-nous rien de ce côté-là dans nos piéces.

(37) L'on peut conclurre que l'on ne sçauroit fixer aucune regle précise pour s'assurer d'une épreuve certaine des piéces; car il faudroit bien des précautions pour s'assurer de tous les cas qui peuvent varier les éforts dans l'exécution violente de ces piéces pour une action pressante militaire; il faut aussi conclurre que l'on ne risque rien dans les épreuves, de mettre plus de poudre qu'il ne s'en consume dans la piéce, avec moderation néanmoins & dans la proportion de la charge, & qu'on devroit avoir soin de les faire bien échauffer au Soleil autant que la poudre peut le souffrir sans s'enflammer en les chargeant, & outre cela les refouler & les charger d'un boulet de leur juste calibre, afin que resistant aux premieres inflammations, ils donnent le tems au reste de la charge de s'enflammer dans la piéce; car les inflammations étant plus promptes & plus copieuses, les piéces se trouveroient tourmentées à peu près au point qu'elles le sont dans l'occasion: le moïen le plus juste de s'en assurer seroit de tirer 40 coups de suite le plus vîte qu'il est possible à toute charge, en se précautionnant cependant contre les accidens; alors on changeroit peut-être de sentimens sur leurs dimensions, & l'on pancheroit sans doute pour les piéces les plus chargées de

métal

métal qu'il eſt poſſible pour la pratique ; il n'y a pas apparence qu'on en vienne là ; cependant il ſeroit à deſirer qu'on le fit ; car toutes les manieres pratiquées juſqu'à préſent ſont peu aſſurées. L'épreuve de la poudre en tirant avec une charge de poudre égale au poids du boulet ne conclut rien, parce qu'on ne met pas la piéce dans un dégré de chaleur, de moleſſe, d'ébranlement & de tremouſſement, ni les poudres dans les dégrés de ſechereſſe qu'elles ont dans l'occaſion lors qu'elle peut créver : l'épreuve du Chat & du Miroir ne ſervent qu'à s'aſſurer de la ſuperficie concave de la volée liſſée & ſans chambre, mais ne nous aſſurent pas des inégalités des métaux, ni des vuides qui reſtent dans l'interieur des épaiſſeurs : l'épreuve de l'eau & de la fumée ne ſervent qu'à nous découvrir des ouvertures, mais ne nous découvrent point les défectuoſités intérieures des parties, & des qualités des métaux qui doivent cependant contribuer infailliblement à la rendre inutile dans la ſuite.

A Lyon on a fait cette année des épreuves de deux canons qu'on y a fondu, dont je crois que le Public ſera bien aiſe d'être informé : on y a tiré 1500 coups, & même plus, avec une grande viteſſe avec chaque piéce en chargeant au $\frac{1}{3}$ & à la moitié du poids du boulet ; j'ai été curieux de les voir, & je puis aſſurer qu'avec un grand étonnement, je les ai vues auſſi en état de ſervice, que ſi elles n'avoient preſque pas tiré : leur volée n'en étoit point du tout évaſée, la bouche étoit unie & ſans bavûre, & le dedans de l'ame très liſſée ; le Fondeur les auroit encore garanties pour autant de coups pour le moins : la lumiere de l'une n'étoit preſque point élargie, celle de l'autre l'étoit un peu, mais elle étoit de ſervice ; c'eſt une des belles fontes que l'on puiſſe voir : cette façon d'épreuve eſt bonne pour une nouvelle fonte dont on a voulu s'aſſurer ; il eſt inutile de dire qu'on ne devroit pas s'en ſervir pour une épreuve ordinaire des autres piéces qu'on jetteroit ſur le même modele de celle-ci, dès qu'on s'eſt aſſuré de leur bonté par cette façon ; mais voici comme on l'a fait pour les autres piéces.

Monſieur de VALIERE les a fait éprouver en mettant un cilindre de terre graſſe du calibre de la piéce d'environ 2 pieds de longueur ; il tire deux coups avec ce cilindre, après en avoir tiré deux autres avec le boulet, comme on le pratique ordinairement : cette ſorte d'épreuve eſt fort bonne, & coute moins ; mais je crois que celle des 40 volées tirées avec une grande précipitation ſeroit

plus sûre : sauf aux finances de donner leur meilleur avis sur ce choix.

L'on a dû remarquer jusqu'à present que la difference des inflammations est l'origine principale des phénoménes prodigieux de la poudre ; il ne s'agit donc plus que d'examiner les differences que portent dans les inflammations les diverses constructions de nos bouches à feu, pour connoitre la difference des effets qu'elles produisent : la differente figure des chambres des volées des piéces, de leurs lumieres, produira toujours des changemens dans les inflammations, & la difference des épaisseurs, de la quantité des charges & de leurs inflammations, produira des differences dans leurs resistances, dans leur justesse & dans l'étendue de leurs portées.

(38) On a dû aussi remarquer que puisque le mobile & la matiere enflammée, même seule & sans autre obstacle, doivent passer par tous les dégrés de vitesse, en parcourant la volée, dès que les inflammations ne sont pas instantanées & faites ensemble, il y aura toujours une certaine quantité de poudre dans chaque piéce équilibrante au poids & à la résistance du mobile qui s'oppose à son extension ; laquelle quantité dans une même piéce & dans une même poudre homogéne, sera toujours déterminée contre une même resistance d'un même mobile ; or dès que cette quantité précise sera enflammée, elle sera capable de vaincre la resistance, & consequemment de mettre en mouvement le mobile qui s'oppose à son extension : Donc si l'on suppose que la quantité A. (*Fig.* 8e.) soit équilibrante au mobile C, je dis que toute la poudre qu'on ajoutera à cette quantité A, dans une projection suivante, ne s'enflammera qu'après avoir été mise en mouvement par l'éfort de la poudre A, & par conséquent elle sera enflammée dans un plus grand espace eu égard à sa quantité, & conséquemment à ce que nous avons établi, diminuera de sa force totale dans la raison inverse doublée de l'espace (29) (26) ; car le plus grand éfort de cette poudre A, sera au commencement de son inflammation, puisqu'à mesure qu'elle avancera vers C, elle diminuera de sa force totale comme nous venons de le voir : donc si elle n'a pas été capable de la mettre en mouvement dans le premier instant de son inflammation, où elle est dans sa plus grande condensation, elle n'aura pas eu la force de le chasser dans l'instant suivant, & d'ailleurs elle ne peut faire son extension qu'en chassant devant elle l'obstacle qui s'y oppose,

comme on suppose qu'elle l'a fait; or la quantité de poudre que l'on ajoute à la quantité A, entre le boulet C, & la premiere charge équilibrante A, n'est pas capable d'en interrompre ni la force, ni la vitesse, ni la durée de son inflammation, puisque le feu par l'hypotése lui est communiqué par la même lumiere, & que la quantité A, n'occupe pas plus d'espace ni plus ni moins dans la volée : donc la même quantité s'enflammera dans un même tems; & par conséquent même espace, même nombre de balons, même force centrifuge, & conséquemment même éfort qu'auparavant; or la poudre ajoutée à cette charge A, n'aura aucune résistance capable de retenir cet éfort, pour lui empêcher de chasser le boulet : donc elle aura été chassée elle-même avec le boulet, & se sera enflammée en partant le long de la volée, & même hors de la volée, selon la force, la secheresse, & la quantité de la poudre ajoutée, & quelque fois même ne s'enflammera point du tout; car la quantité de poudre ajoutée, & qui se sera enflammée dans la volée jointe à la poudre A, aura chassé & la poudre, & le boulet, avec leur fourage, & la colonne d'air devant elle, comme on peut le remarquer par la quantité de poudre que l'on trouve à terre, après que l'on a tiré dans les salves de mousquetterie ou d'artillerie; d'où il suit qu'il est inutile de mettre de grandes charges dans les piéces courtes; parceque le canal de leur volée étant plus courr, les grains de poudre qui auront été chasses avéc le boulet étant réünis dans un plus petit espace, dès qu'ils seront une fois mis en mouvement seront capables d'une plus grande vitesse, & suivront le boulet en-delà de la piéce sans s'enflammer; au contraire cette quantité superfluë dans certains cas peut devenir nuisible, & par rapport à la piéce qui peut être tourmentée, lorsque par la chaleur les inflammations deviendront plus promptes & plus copieuses, & par rapport au mouvement du boulet qui en peut être affoibli; car l'action du ressort des balons ne lui étant plus appliquée immediatement, la grande quantité de poudre rompra son impulsion; de même qu'un bois qu'on applique sur un métal fragile, rompra le choc d'un marteau; par la même raison un gros bouchon démesuré fera le même effet, en empêchant que l'impression des ressorts ne lui soit appliquée immediatement : au contraire les piéces longues, quoique d'un même calibre, ont besoin d'une charge plus grande, parceque leurs volées étant plus grandes que celles des piéces courtes, le boulet donne plus de tems aux

inflammations ; & par conféquent cette poudre qui fe feroit allumée dehors de cette piéce courte, ou peut-être point du tout, s'allumera dans la piéce longue, & augmentera la viteffe de fon boulet : autrement bien loin de porter plus loin leurs boulets, comme elles doivent effectivement le porter, les portées en feroient encore moindres, que celles des piéces courtes chargées avec la même charge, qui feroit leur charge convenable, parce que l'inflammation totale de cette charge étant achevée dans la piéce longue, devant que le boulet en foit dehors, le frottement du boulet qui ordinairement a du jeu dedans l'ame & les élancemens qu'il donneroit contre la volée, diminueroit fa force à chaque inftant, & le détourneroit très fouvent de fa direction.

(39) Lorfque la chaleur de la piéce & la fechereffe de la poudre augmenteront la viteffe des inflammations, l'on remarquera que le boulet ordinairement fait le bas, & que la portée fous une même élévation fera plus courte, que la piéce fe tourmente beaucoup plus, & fur tout celles qui font coleuvrinées, parceque la poudre étant enflammée plus promptement, les élancemens & les éforts du boulet arrêtent fon impulfion, &c. alors l'on voit, comme on l'a déja vû, que la poudre d'une doze homogéne à gros grains, & irreguliers dans toutes fortes de piéces longues fur tout, eft meilleure que la poudre d'un grain fin & rond, quoi que d'une doze homogéne, parceque les inflammations ne font pas fi promptes.

L'on voit auffi que fi l'on diminue pour lors la charge de poudre, ce n'eft pas que la portée de la piéce foit plus grande, mais feulement pour en ménager le métal : enfin lorfque les piéces font échauffées pour avoir trop tiré, & fur tout à l'ardeur du Soleil qui féche auffi la poudre devant qu'on la mette dans la piéce, où elle prend un plus grand dégré de féchereffe, il ne faut pas appréhender de paffer un écouvillon bien humide dedans la piéce immediatement devant que d'y mettre la poudre ; il faut fur tout avoir attention de les charger, & d'y donner le feu promptement, afin que la poudre n'aye pas le rems de s'y trop fecher.

(40) L'on a cru jufqu'à préfent que la perfection des piéces confiftoit dans leurs longueurs proportionnées à leurs charges, ce qui a donné lieu à une infinité de differentes opinions, les uns cherchant la charge convenable à la longueur des piéces, & les autres au contraire cherchant la longueur convenable à leurs charges : comme l'on n'a eu aucun fondement dans les differentes

regles qu'on a données, l'on n'a jamais pu fixer précisément les longueurs des piéces, ni leurs charges; il faudroit pour cela qu'on pût déterminer les vitesses & les durées des inflammations, & quand même on le pourroit, il faudroit encore outre cela avoir égard au changement continuel de l'atmosphére, & aux dégrés de chaleur & de sécheresse des piéces & des poudres; autrement telles piéces dont la charge aura été proportionnée à sa longueur dans les épreuves qu'on en feroit, ou scientifiquement par cette nouvelle découverte, ou experimentalement, ainsi qu'on l'a pratiqué jusqu'à présent: ces piéces, dis-je, ne feroient plus proportionnées dans un autre tems, ni aux moindres changemens des circonstances qui les peuvent varier; il est donc inutile de contester mal-à-propos, comme on a fait sur cet article, puisque cette longueur que l'on cherche est indéterminée.

Ce n'est pas la charge d'ailleurs qui doit déterminer la longueur d'une piéce, ni la longueur d'une piéce, qui en doit fixer la charge; mais bien l'usage auquel on la destine doit en fixer l'un & l'autre, ainsi que nous l'avons dit; par rapport à l'épaisseur, il faut avoir égard seulement qu'elle soit maniable, de durée, juste, bien coulée, selon l'usage auquel on la destine, & tâtonner sur la charge à mesure qu'on s'en sert; car ni plus ni moins, dès qu'on voudra entrer dans les contestations d'une éxacte théorie, la différence de la poudre & des autres circonstances varieront la charge toutes les fois qu'on les tirera.

(41) Les carabines rayées, & les bales de plomb forcées ne font que retarder le départ de la bâle, qui fait obstacle aux extensions des inflammations, & en le retardant donnent le tems au reste de la poudre de s'enflammer dans la chambre, & par là augmentent le dernier dégré de vitesse d'impulsion qui met le mobile en mouvement, & encore la vitesse initiale uniforme de la bale, & par conséquent en augmentent la portée sous une même élévation, dans la raison doublée de cette vitesse augmentée *comme on le verra dans la seconde Partie;* aussi les fait-on ordinairement plus courtes que les autres canes, qui ne sont pas carabinées; parceque si elles étoient aussi longues, leurs vitesses initialles en feroient retardées, bien loin d'en être augmentées, par conséquent leurs portées sous une même élévation, qui sont dans la raison doublée des vitesses initiales, en feroient retardées dans cette raison, ce qui est évident; puisque si ces canes étoient aussi longues que celles qui ne sont pas carabinées, l'inflammation

totale de leurs charges achevée, le frottement de la bale contre le reste de la cane en seroit trop considerable, & occasionneroit une destruction de force : de sorte qu'il ne resteroit pour la vitesse initiale de la bale au sortir de la bouche de la carabine, que la difference de ses éforts contre les rayes de la cane, à ceux de la resistance des mêmes rayes contre la bale.

(42) Le bouchon qu'on met sur la poudre, & celui qu'on met sur le boulet, contribue donc aussi à l'augmentation des vitesses initiales des mobiles ; car il interrompt la colonne d'air qui communique avec celui de la charge sur la poudre, & l'interrompant, la resistance de l'air contre le bouchon en est plus grande, & retarde conséquemment le départ du boulet ; & en le retardant donne lieu & le tems à une plus grande inflammation ; or cette augmentation d'inflammation produit une vitesse initiale plus grande, & augmente la portée de la piéce sous une même élévation avec une même charge, dans la raison doublée de cette vitesse initiale augmentée, *comme on le verra dans la seconde Partie.*

Le refoulement des charges, & la justesse du boulet aux calibres, doivent donc aussi beaucoup contribuer à l'augmentation des vitesses initiales avec lesquelles le mobile part de la volée, & conséquemment doivent varier les portées de la piéce sous une même élévation avec une même quantité de poudre, dans la raison doublée de cette vitesse initiale ; car le refoulement sert à rassembler la poudre, & la charge dans un moindre espace ; & par là augmente la force totale de l'inflammation, dans la raison inverse de la doublée de cette espace, &c. (29) (26) Le trop grand refoulement, & qui est capable de briser la poudre, diminue au contraire sa force, parce qu'il retarde la communication du feu au travers des interstices des grains.

(43) Toutes ces differentes circonstances dans une même charge, multiplient le nombre des balons dans un même tems, ou le diminuent, les resserrent dans un plus grand ou moindre espace ; & par conséquent augmentent ou diminuent leurs forces dans la raison de leurs compressions ; & pour lors la flâme qui accompagne le boulet jusqu'à la volée, ou les balons par leurs propres forces centrales, & par celle de leurs compressions, comme aussi par celle des balons qui les suivent immédiatement, se débandent tous à la fois, comme un arc, & chassent avec le boulet devant eux la colonne d'air de leur volée, avec une grande violence à une certaine distance, ce qui soutient la gravité du boulet,

& lui donne le tems de cheminer vers son but, où il arrive en ligne presque droite à une distance proportionnée à l'étendue de cette force de la colonne.

(44) C'est probablement ce qui forme le but en blanc, ou le mouvement violent des anciens en ligne droite que la Philosophie moderne a abandonnée, pour favoriser une hypotése plus accommodante & plus facile, quoique sujette à bien des contradictions, *ainsi que l'on verra dans la seconde Partie de cette Mécanique ;* quoique la gravité ne soit jamais oisive, & qu'une corde tendue par quelque puissance que ce soit appliquée à ses extremités, doive toujours plier & former une courbe hyperbolique *par les Mécaniques ;* cependant étant soutenue, rien ne s'oppose à son extension rectiligne ; or le boulet ou mobile quelconque est soutenu par cette colonne qui le chasse devant elle, & avec une vitesse capable de suspendre sa gravité, semblable à un verre rempli d'eau qu'on fait tourner circulairement par le moyen d'un cercle qui le soutient, en le renversant sans dessus dessous, sans que l'eau néanmoins se répande; parceque la vitesse avec laquelle on le fait tourner suspend sa gravité, & quoique renversée l'eau ne se vuide point, & se soutient suspendue malgré l'éfort de sa gravité : de même un boulet poussé par sa colonne se soutient, & par la vitesse initiale qui n'est que très-peu diminuée ; & outre cela appuyé, pour ainsi dire, sur la colonne d'air, comme l'eau par les parois d'un verre renversé, qui tourne d'une vitesse extréme, il retarde son premier moment de gravité qui est toujours égal à sa gravité absolue, & par conséquent va en ligne droite.

Il paroîtroit à quelques-uns que la colonne d'air qui dévance le boulet, devroit faire un éfort tout contraire ; cependant le boulet la devance par sa pésanteur spécifique au sortir de la bouche, de même qu'il a devancé le bouchon qui étoit devant lui, ou qu'un bouchon d'une pésanteur spécifique plus grande dévanceroit un bouchon d'une pésanteur spécifique moindre, ou pour mieux dire, comme la pointe d'une fléche marche toujours devant.

Pour se convaincre de cette conjecture que je ne donne qu'en passant, & qui ne m'est pas necessaire absolument ; car peu m'importe que ce soit cette colonne qui soutient le boulet, pour connoître & expliquer sa portée de but en blanc, pour se convaincre, dis-je, de cette conjecture, il faut observer les couronnes que les mortiers pointés presque verticalement élévent à une

hauteur considerable, qui ne sont autre chose que les parties terrestres de la fumée, chassées violemment par la colonne d'air, lesquelles, comme plus pésantes, tandis qu'elles ne sont pas encore suffisamment divisées ont gagné le devant de la colonne d'air, & ont formé cette nuée en forme de couronne qu'on remarque : cette couronne s'éloigne en ligne droite, suivant la direction du mortier, & non en ligne courbe, ainsi que la bombe & tous les mobiles s'éleveroient, si leurs pésanteurs accelerées ne les détournoient de leur direction en les approchant de la terre : au lieu que cette couronne étant d'une matiere deliée & d'une pésanteur spécifique plus legére, que l'air même qui l'environne, à mesure qu'elle se divise chassée par les ressorts des lames enflammées, s'éleve sans s'abaisser par sa pésanteur : l'air qui l'environne lui resistant de tout côté avec une force égale, la tient plutôt suspendue que de l'abaisser, ou tout au moins l'abandonne au gré de sa direction, de même que feroient tous les corps d'une gravité spécifique égale à celle de l'air, dès qu'ils seroient mis en mouvement par une cause quelconque, & qui suivroient par conséquent leur direction rectiligne, puisque leur gravité ne les en détourneroit point ; toute la résistance que pourroit y apporter l'air, n'étant qu'une simple diminution de mouvement, à mesure que cette couronne vaporeuse lui en communique, ne fait que l'empêcher d'aller à l'infini en suivant sa direction, mais ne l'en détourne point : à force d'avoir communiqué de son mouvement, elle le perd entierement ; & ce mouvement d'impulsion diminue à chaque instant, jusqu'à ce qu'il soit entierement anéanti ; car puisque son mouvement diminue à chaque instant, tout le mouvement sera enfin anéanti, & pour lors la fumée subsiste néanmoins quoique sans vitesse : elle n'aura plus donc que sa propre pésanteur spécifique, qui, selon la legereté, ou le courant de l'air en sera élevée ou abaissée, ou en repos, ou agitée, comme les autres fumées semblables, qui n'étant agitées d'aucune cause externe, s'élevent ou s'abaissent selon le rapport de leur gravité, ou de leur legéreté spécifique avec celle de l'air.

S'il paroît étrange que cette colonne puisse avoir la force de soutenir un fardeau si lourd que celui d'un boulet ; on n'a qu'à considerer que l'air même est la cause qui l'a mise en mouvement, & qu'il faut bien plus de force pour jetter le boulet à cinq mille pas que pour le soutenir ; on ne sçauroit nier que l'air par son extension n'ait chassé le boulet, & par conséquent qu'il

qu'il n'ait eû cette force; il eſt donc probable qu'il aura eu celle de le ſoutenir & de le ſuſpendre. L'éfort de l'air agité dans le vent nous en donne une grande preuve; car l'éfort du vent n'eſt autre que le produit de ſon poids par ſa viteſſe, comme celui de cette colonne; or la viteſſe peut augmenter dans l'air à un point à équilibrer l'air contre des corps d'une péſanteur ſpécifique infiniment plus grande: on voit tous les jours des hommes ſuſpendus & enlevés, des arbres arrachés, des maiſons emportées par le vent; donc puiſqu'il a la force de les élever, & de les arracher, il aura celle de les ſoutenir.

L'on eſt aſſés convaincu que la ſeule extenſion de l'air cauſée par l'inflammation de la poudre, produit elle ſeule toute ſa force; on a fait des expériences dans le vuide qui nous le démontrent évidemment: ſi l'on attribue cependant encore au Salpêtre enflammé, ou au Souffre, quelque force interne ou occulte de l'ancienne Phiſique, l'on n'a qu'à conſiderer la force d'un canon pneumatique, où l'on voit que le ſeul débandement de l'air qui eſt condenſé par le moyen de la ſoupape, chaſſe le boulet avec une violence approchante de celle de la poudre.

Puiſque la colonne d'air d'un mortier fait un éfort ſi grand dans le mortier, elle en doit faire un bien plus violent dans un canon ſur le boulet; car le boulet étant beaucoup plus léger, & la charge beaucoup plus forte, le canal plus étroit & plus long, le nombre des balons eſt plus grand, l'eſpace moins étendu, & par conſéquent la compreſſion plus forte: la réſiſtance de l'air étant toujours égale contre des ſurfaces égales en ſera moindre contre la ſurface de la bouche du canon (qui eſt moindre) que contre la ſurface de la bouche du mortier, & la viteſſe de la colonne du canon imprimée par une cauſe plus grande, en ſera auſſi plus grande que l'étendue du but en blanc de la bombe; on ne ſçauroit nier cette couronne dans un mortier, mais dans le canon on pourroit en douter, quoique bien des gens voyent une eſpece de trace du boulet; on voit cette couronne diſtinctement au-deſſus de ſa lumiere; car la force de la poudre agiſſant ſphériquement, elle agit de tout côté; & trouvant une ouverture elle s'élance par la lumiere, & éléve cette couronne qu'on peut remarquer toutes les fois qu'on tire le canon; or ſi cela arrive aux mortiers, & aux lumiéres des canons, comme auſſi aux boëtes dans les ſalves, ou les ſignaux, il eſt inconteſtable que le même effet doit arriver auſſi dans les canons contre les boulets, & par conſéquent dans toutes

sortes de bouches à feu contre leurs bales ; pour s'en convaincre, il n'y a qu'à les pointer toutes verticalemenr, & l'on remarquera ces couronnes dans toutes : la direction de l'ame plus ou moins élevée n'y doit apporter aucun obstacle ; donc en les pointanr horisontalement ou obliquement, il en doit resulter le même effet ; puisque les directions n'ont pas détruit la même cause, & que la même cause subsistante doit avoir le même effet, tandis que rien ne s'y oppose ; or l'opposition ne peut venir que du côté de l'air ; mais l'air d'en bas par la force de son ressort est en équilibre contre l'air d'en haut ; donc tout doit subsister de la même maniere, puisqu'il y a même résistance d'un côté comme de l'autre, & que l'action est la même dans toutes les directions : cette façon d'expliquer le but en blanc me paroît bien plus naturelle que celle de l'hipotése de Galilée, qui prétend qu'une force ne puisse chasser le boulet à la moindre distance horisontale au niveau de la volée : sans doute cela seroit, si l'action de la gravité n'étoit interrompue par cette colonne qui la chasse, & qui la soutient tandis qu'elles vont ensemble, & par la vitesse initiale qui n'est pas encore sensiblement retardée ; mais la gravité du boulet étant supérieure, il lui reste encore du mouvement, tandis qu'il n'en reste plus à la colonne, pour lors le boulet la quitte, & peu à peu sa vitesse se détruit totalement, comme ensuite celle du boulet se détruiroit sensiblement, quoiqu'il ne se fût arrêté contre aucun but, & qu'il n'eût eu aucun autre obstacle à son mouvement que celui de la pésanteur de l'air qui lui resiste ; la vitesse du bouchon qui n'est pas condensé, & dont les parties ordinairement ne sont pas continuës, ni même contiguës, est la premiere annéantie des trois ; car la résistance de l'air contre une plus grande surface des parties divisées du bouchon est plus grande ; la vitesse de sa gravité a un plus grand rapport à la vitesse de la gravité du boulet, que la vitesse d'impulsion du bouchon à celle du boulet ; & cette vitesse d'impulsion outre cela sera moindre que celle du boulet, dans la raison même que la pésanteur spécifique de son volume est moindre que la pésanteur spécifique du boulet.

L'on a dû remarquer que les balons, comme élémens d'un fluide, doivent prendre leurs figures & leurs arrangemens entr'eux, en prennant la figure des espaces environnans le long des parois de l'arme quelconque qui s'opposent à leurs dilatations ; car ayant tous leurs directions indéfinies contre tous les points

indéfinis de l'ame environnante, il s'ensuit que la somme totale de tous ces balons prendra la figure du canal; donc si le canal va aboutir à un seul point quelconque, tous ces balons réüniront leurs directions contre ce point: si le canon formoit un coude rectangulaire A B C, (*Fig.* 9[e].) comme étoient les premiers canons, la matiere fluide enflammée devroit prendre cette même forme, comme elle prend celle d'une forme cilindrique, conique, sphérique ou autre quelconque; plus la forme du canal reünira de balons ensemble contre un seul point, & plus leurs actions centrifuges agiront contre ce point avec plus de force.

SECTION TROISIE'ME,

Sur la force de la Poudre enflammée, à mesure que les surfaces environnantes s'opposent ou aident differemment à la dilatation de sa flâme & à la vitesse de son inflammation.

(45) LA forme de la chambre & de la volée doit augmenter ou diminuer la force de l'impulsion, quoi qu'imprimée par une même charge en tous sens contre un même mobile: voici sans doute la mécanique des armes à feu par rapport à la difference des chambres, & la difference des lumieres, en examiminant comme la figure de la chambre, la longueur du canal, la disposition de la lumiére, peuvent varier les forces des inflammations d'une même charge contre un même mobile.

Si le feu prend par le centre d'une chambre sphérique, l'inflammation sera infiniment plus prompte, & outre cela les éforts des premieres inflammations n'étant pas suffisans pour chasser le boulet, donneront le tems à une seconde, ou peut-être même à une troisiéme inflammation, laquelle étant totale formera un nombre de plusieurs balons, ou même de toute la charge coéxistans ensemble, lesquels sortans d'un canal plus grand de leurs chambres, pour entrer dans le canal plus étroit du canon, redoubleront leurs éforts, puisqu'ils se trouveront plus resserrés; & qu'au lieu qu'ils tendent toujours plus à s'étendre à chaque instant de leurs éxistances, ils seront forcés de se resserrer ou de se diviser, & pour lors par la disposition de l'orifice de leurs chambres,

ils prendront tous leurs directions contre le centre de gravité du mobile, que l'on suppose être dans l'axe de la volée, de même que les lames d'eau redoublent leurs vitesses au passage de l'arche d'un pont, par son retressissement : tous ces balons feront un éfort le plus violent dont ils seront capables contre le mobile.

Nous avons vû aussi que les mobiles quelconques qui s'opposent à la sortie des balons, partiront toujours de la piéce; dès que l'éfort de ces balons sera supérieur à celui de leurs resistances quelconques; donc plus les inflammations de l'instant precédent à celui-là seront moindres, moins elles auront été capables de l'ébranler; donc en diminuant cet éfort immédiatement precédent de celui qui est en équilibre avec le mobile, celui-ci cessera de l'équilibrer; & pour lors il ne partira tout au plutôt que dans l'instant immédiatement suivant de celui qui auroit dû l'équilibrer, si l'on n'avoit pas diminué son éfort, & sous une plus grande inflammation; la bonté d'une chambre, selon cette réflexion, consisteroit à retarder le feu des premieres inflammations, afin que l'inflammation équilibrante étant differée, à un instant plus éloigné elle soit supérieure; car si par exemple l'inflammation équilibrante étoit $= 9$, & qu'au premier instant l'inflammation par la disposition d'une chambre sphérique fut $= 3$, au second instant l'inflammation sera $= 3^2 = 9$; donc le mobile auroit été mis en mouvement : si au contraire par la disposition d'une autre chambre la premiere inflammation retardée au lieu d'avoir été $= 3$ eût été $= 2$, au second l'inflammation auroit été $= 2^2 = 4$, au troisiéme $= 2^3 = 8$, le mobile opposeroit une resistance superieure, puisqu'on la suppose $= 9$, & ne partiroit point que dans le quatriéme instant, & par conséquent sous une inflammation $= 2^4 = 16$, où l'on voit qu'elle est presque double de celle qui a mis en mouvement le même mobile avec l'autre chambre, quoique avec une même charge.

(46) Aucune chambre ne peut plus retarder les éforts de la poudre que la sphérique enflammée par son centre; puisque l'on doit considerer, selon ce que nous avons établi, que l'éfort équilibrant capable de mettre en mouvement le mobile qui lui resiste, ne peut agir contre le mobile sans qu'il ait un point d'appui contre un endroit de la superficie environnante de la chambre qui lui resiste; or la matiere enflammée ne sçauroit toucher, ni appuyer, par conséquent contre les parois d'une chambre sphérique allumée

par son centre dans un endroit A quelconque (*Fig.* 10e.), sans qu'elle touche la surface environnante de l'orbe A B C D, puisque son extension étant circulaire dans le même tems qu'elle aura parcouru un rayon F A, elle aura parcouru tous les autres rayons infinis FB.. FC.. FD. qui lui sont égaux; donc la flâme aura enveloppé toute la poudre de la charge, & l'aura par conséquent enflammée *par notre demande;* donc dans le premier instant l'inflammation n'ayant aucun appui, & n'étant pas resserrée sera la plus foible, & dans le suivant qu'elle appuyera contre les parois du globe, elle sera totale, & la force équilibrante sera toujours égale à la charge; donc le mobile ne sçauroit partir au premier instant; & dans le tems qu'il partira il sera toujours chassé par toute l'inflammation totale de toute la charge avec la force la plus violente, puisque & l'inflammation & la compression en sont totales; car la flâme sera gênée & renfermée dans l'espace de sa chambre, dans l'instant que le mobile aura été mis en mouvement; puisqu'elle ne sçauroit en sortir sans que le mobile qui s'y oppose ne lui ait cedé sa place, & qu'il ne sçauroit la lui ceder sans que l'inflammation soit totale; il suit de cette considération que les éforts totaux d'une charge allumée par son centre contre une chambre sphérique, seront toujours plus grands que les éforts totaux d'une même quantité de poudre enflammée dans une autre chambre, dont l'inflammation en seroit plus lente, nonobstant que la chambre sphérique oppose des plans moins chargés contre les éforts de la poudre, que ne lui en oppose une chambre de toute autre figure dont l'espace seroit égal, & la charge aussi précisement égale; puisque les corps sphériques sont de tous les corps ceux qui renferment plus de quantités homogénes sous une même surface.

(47) Il suit aussi de cette compression, & de cette inflammation totale, qui est l'unique équilibrante aux mobiles dans les chambres sphériques enflammées par leur centre, qu'une piéce à chambre sphérique est beaucoup plus tourmentée avec une même quantité de poudre, & avec un même mobile précisément, que toutes les autres piéces avec une chambre differente, puisqu'elle est l'unique dont l'inflammation équilibrante soit totale & quasi instantanée comme nous le verrons; aussi les afuts en sont rudement ébranlés, & les portées plus longues; mais aussi comme on l'a remarqué, si l'on n'y apporte remede, ces piéces à chambres sphériques, sont plus facilement détournées de leurs directions, parce

que les éforts circulaires des balons étant directs également sur tous les points de leurs surfaces, elles peuvent être détournées aussi en tous sens de leurs directions, & cela d'autant plus que le mobile est encore dans la piéce, dans le tems de la plus rude secousse occasionnée par l'inflammation presque instantanée totale, & d'une compression totale, & sur tout dans les mortiers où la flâme agit contre un fardeau plus lourd & plus pésant, le balancement de la force équilibrante à la pésanteur de la bombe sera plus grand, & par conséquent la secousse & le trémoussement du mortier aussi; ce qui pourra changer les coins de mire, & changer les élévations aussi bien que les directions.

Il est encore évident qu'à mesure que les chambres spheriques seront plus grandes, leurs portées le seront aussi, mais les coups seront moins justes; parceque les contre-coups des éforts sur les bombes qui sont plus violens, agiront aussi plus violemment contre la surface de leurs chambres, & détourneront le mortier plus violemment de sa direction.

(48) Les chambres cilindriques augmentent les premiers éforts, diminuent les seconds, & font partir le mobile sous une moindre inflammation, & l'accompagnent le long de la volée par des inflammations moins copieuses & moins comprimées; car le mobile ne sçauroit être ébranlé par cette inflammation, que la flâme n'appuye contre des points opposés de la chambre; or elle ne sçauroit y appuyer que tout son globe A, (*Fig.* 11ᵉ.) ne soit enflammé; car étant circulaire, le feu agira à la ronde: elle sera donc arrivée à tous les points des parois de la circonférence d'un globe égal à celui de son calibre, donc il sera mis en mouvement; mais dans la chambre sphérique la même quantité de poudre ANC, eût formé une plus grande sphére A B, & par conséquent le boulet n'eut pas été mis en mouvement, puisqu'il ne le feroit que sous une inflammation totale de toute la charge; donc lorsque le boulet sera déja mis en mouvement avec l'inflammation de la poudre A; la poudre CN, qui fait la difference de ces deux inflammations, aura déja été portée bien loin vers M dans la volée, ou peut-être même vers F, lorsqu'elle se sera enflammée; donc l'espace qui l'aura renfermé sera plus grand, & par conséquent sa compression moindre dans la raison inverse doublée de cet espace (26), aussi bien que la force imprimée au mobile, par conséquent les portées sous une même élévation avec cette même charge, feroient moindres en raison doublée de cette

diminution de la viteſſe initiale imprimée au mobile au ſortir de la volée : ſi la poudre CN, eût été par hipotéſe enflammée au point F ſeulement , toute la poudre en-delà de C vers M, qu'on auroit ajoutée à la piéce cilindrique eût été ſuperflue, même nuiſible comme nous l'avons vû : ſi la poudre des piéces cilindriques ne prend pas feu par le centre de ſa charge, cela retardera le tems de l'inflammation équilibrante, ſans en augmenter la quantité au moment du départ du boulet, puiſque ce ſera le même calibre A de la piéce ; l'on voit auſſi que le reſte de la charge ſera quelquefois plus dilaté, quelquefois plus comprimé, lorſqu'elle s'enflammera, ſelon le plus ou le moins de viteſſe qu'elle aura reçu devant ſon inflammation, & par conſéquent les viteſſes initiales des boulets varieront ; donc leurs portées ſous une même élévation, quoi qu'avec une même charge en tout ſens, varieront dans la raiſon doublée de cette viteſſe initiale variée : auſſi les portées de ces piéces varient-elles beaucoup : mais comme les inflammations n'en ſont pas ſi promptes, ni coéxiſtantes, & qu'elles ſe font avec moins de compreſſion, auſſi ces piéces ſont elles moins tourmentées, & moins détournées de leurs directions.

(49) Il faut remarquer ici que les chambres cilindriques, qui n'ont pour leur axe ou hauteur qu'un de leur calibre, ſont ſenſées comme ſphériques de cette quantité de poudre ; car le cilindre de même baſe & de même hauteur de la ſphére qu'il renferme étant enflammé par le centre comme ſa ſphére ſera totalement enflammée comme elle au départ du mobile, & totalement comprimé comme dans une chambre ſphérique, ainſi que nous l'avons vû ; & ſi l'on allume le cilindre par un point pris ſur ſa ſurface, ſon inflammation ſera du plus au moins ſemblable à celle de la ſphére qui lui eſt inſcrite, ſi elle étoit auſſi allumée par un point de ſa ſurface ; d'où il ſuit que les inflammations étant plus promptes, étant totales auſſi bien que les compreſſions, les portées en ſeront beaucoup plus égales : auſſi voyons-nous qu'en chargeant à tiers, ou à quart de charge un canon, ce qui revient approchamment à la même choſe, les coups en ſont beaucoup plus juſtes ; mais la force de la percuſſion pourroit n'être pas ſi grande, ni ſi avantageuſe contre l'Ennemi.

(50) Il ſeroit à ſouhaiter que l'on ne mît jamais que le quart du poids du boulet, pour les charges de poudre dans les piéces cilindriques, & pour augmenter la force du coup quand il s'agiroit de ruiner, d'abattre ou d'ébranler, on devroit s'appliquer à faire

une poudre d'une force suffisante à faire l'effet qu'on en desire, en ne mettant jamais plus de cette poudre dans la piéce, que la hauteur de son calibre; il faudroit pour cela renforcer les piéces; j'en conviens, mais on gagneroit bien ce métal sur leur longueur; car on les feroit beaucoup plus courtes; il ne seroit pas difficile de rafiner, & de donner de plus grands degrés d'extensions aux poudres, ni de changer les dimensions de nos piéces qui ont déja varié si souvent, & qui probablement ne seront pas si tôt fixées dans leurs justes perfections; quant aux degrés d'extensions il seroit facile de les trouver selon nos principes, puisqu'en reduisant la hauteur de la charge à la longueur de son calibre, il faut qu'une quantité quelconque de poudre enflammée, au lieu de s'étendre dans un espace 4000 fois plus grand, s'étende dans un volume plus grand; & par conséquent au lieu que le globe enflammé devroit avoir pour son axe 16 diamétres du globe de poudre, il devroit en avoir davantage : au lieu de 8 diamétres pour les épreuves d'extension, il faudroit ranger plusieurs tas de poudre à la distance de 11 à 12 de leurs diamétres les uns des autres, & s'ils se communiquent le feu de l'un à l'autre, nous trouverons que les degrés de force de cette poudre seront égaux aux degrés de force d'une poudre commune, dont la charge seroit 3 fois plus grande : si l'on faisoit ces épreuves, il faudroit avoir égard que le plan qui soutient le tas de poudre repoussant les extensions qui tendent contre lui, la flâme prend une figure semblable à celle du tas de poudre; & c'est pour cela que les tas de poudre éloignés 10 fois de leurs diamétre l'un de l'autre se communiquent le feu, quoique leurs sphéres d'activité, si c'étoient des globes enflammés en plein air comme nous l'avons supposé, ne s'étendroient pas 10 fois au-delà de leurs axes de part & d'autre.

(51) Ceux qui ont observé la difference des portées des differentes chambres avec une même charge, n'en ont pas tout-à-fait raisonné par ces principes; mais l'expérience qui est un effet connu de la cause, quoique inconnue, les a bien conduit; l'on s'est imaginé de faire les chambres d'une courbe differente qui pût donner de plus grandes portées avec une même charge qu'avec les cilindriques, & que les piéces fussent moins tourmentées qu'avec les sphériques; de-là les chambres paraboliques, hiperboliques, éliptiques, ou d'autres courbes composées, & les coniques.

Nous avons vû que si la diminution des premieres inflammations augmente les vitesses initiales des mobiles par l'augmentation des

des inflammations qui leur sont équilibrantes, l'on doit aussi remarquer que plus les balons des inflammations agissent par des directions obliques à l'axe contre la surface environnante d'une chambre, & moins ils la tourmentent ; or on voit que dans les paraboliques qui ont un fonds étroit & serré, la quantité de poudre C, (*Fig.* 12e.) de la premiere inflammation de la charge, n'est pas capable de chasser le mobile, & par conséquent retardant son départ, elle le met en mouvement sous une plus grande inflammation, & outre cela par le radoucissement FG, des parois de son orifice, la réünion des balons qui agissent tous contre l'axe P M, de la bombe, la chasse par conséquent, & avec plus de violence & avec plus de justesse : leurs éforts sur les parois étant plus obliques, agissent au contraire avec moins de violence contre les surfaces environnantes de la chambre ; outre cela trouvant plus d'espace du côté de la volée où ils s'élargissent, que du côté de la culasse où ils se retressissent, leur action agira plus violemment ; & il y aura plus de balons qui agiront contre la bombe, qu'il n'y en aura qui agiront contre la culasse, & ainsi il y aura moins de recul que dans les sphériques, où l'éfort & le nombre des balons se partagent également contre l'un & l'autre. Cependant elles seront plus tourmentées que les coniques ; car l'orifice de ces chambres étant beaucoup évasé, & se trouvant plus étroites dans leurs fonds, leur parois M, N, (*Fig.* 13e.) étant rectilignes, cette chambre aura sa longueur P Q, plus grande qu'une autre, qui contiendroit la même quantité de poudre, les tems de l'inflammation de sa charge seront plus longs, & les balons agiront contre les parois M, N, par des directions encore plus obliques ; donc elles seront moins tourmentées, mais elles porteront sous une même élévation avec une charge égale en tout sens, moins loin que les autres chambres curvilignes précédentes, parceque les inflammations en seront retardées, & par conséquent les compressions moindres ; elles ont plus de portée que les cilindriques, parceque leur mobile est mis plùtard en mouvement, & par conséquent sous de plus grandes inflammations : ces sortes de piéces sont assés justes, parce qu'elles sont peu tourmentées, & que les dernieres inflammations augmentant toujours plus l'augmentation des quantités correspondantes à chaque partie de l'axe de la chambre reparent par une espece de compensation la diminution des compressions correspondantes à chaque partie de cet axe, & sont beaucoup plus

abondantes que dans les cilindriques, à cause de leurs évasemens L, N.

Variations que l'emplacement de la lumiere peut apporter dans les inflammations : & on fait quelques réflexions sur les charges diverses qu'on considere comme des traînées, ce qu'on confirme par les expériences.

(52) Nous avons dit aussi que la lumiére contribuoit beaucoup à la portée differente des piéces ; car plus cette lumiére porte le feu proche du centre de gravité de la charge, moins son inflammation totale aura de durée ; plus cette lumiére portera le feu loin de ce centre, & plus l'inflammation totale aura de durée : or la même quantité de poudre aura des inflammations plus copieuses à chaque instant, à mesure que la durée totale de son inflammation sera moindre ; car si une livre de poudre ou autre quantité quelconque employe un instant pour s'enflammer entierement d'une maniere, tandis que cette même quantité employera 4 instans à s'enflammer entierement d'une autre façon, il faut que dans un instant il se consume beaucoup plus de poudre dans la premiere inflammation, qu'il ne s'en consume dans un instant par la seconde inflammation : les lumiéres qui diminuent la durée totale des inflammations, augmentent donc la force totale des mêmes quantités de poudre.

Supposons que la lumiére D, (*Fig.* 14e.) ait porté le feu au centre B, puisque la flâme s'étend circulairement dans le tems qu'elle est parvenue au point A, de la culasse, elle est parvenue au point I, du côté du boulet ; donc si cette poudre est toute la charge, elle est toute enflammée ; mais la lumiére A, qui a porté le feu à la charge au fond de la culasse, n'aura encore enflammé la poudre que jusqu'au centre C, de la culasse, & au centre B, de la charge, puisque son activité est la même sur quelque point de la surface que le feu lui soit communiqué, & qu'elle ne doit pas avoir plus d'activité dans un point de sa surface que dans un autre ; il s'en faudra donc des $\frac{3}{4}$ de la charge que la lumiére A, C, qui a porté le feu par la culasse à l'extrémité de la charge, ait enflammé autant de poudre dans cet instant, que la lumiére D, B, qui l'a porté par le milieu de la longueur de la charge en a enflammé.

Nous avons dit que l'on peut considerer les charges des armes à feu, comme des traînées de differentes épaisseurs en comparant une arme à l'autre; & dans la même piéce on doit considerer la charge comme une traînée de même épaisseur allumée par differens points; donc la traînée A F, étant allumée au point A, eût employé le double de tems que si elle eût été allumée par le point B; car dans le tems que la premiere A D, qui prend feu par la culasse, est consumée jusqu'à B, la seconde A F, qui a pris le feu par D, est consumée totalement, puisqu'elle consume de deux côtés égaux à la fois, & avec une même vitesse; mais en considerant A D, & A F, comme deux traînées dont les épaisseurs sont égales & les longueurs inégales : le tems de la durée de l'inflammation sera dans la raison des longueurs, & par conséquent double, puisque 2 AD = AF, ce qui est bien évident; car nous avons vû que la durée des inflammations des traînées de même épaisseur, c'est-à-dire dont les sections sont égales, sont dans la raison des longueurs (13).

Par la même raison que la lumiére a augmenté l'inflammation, par la même raison l'arme en sera plus tourmentée; car si le feu a pris par le centre B, de la charge, l'éfort ne se fera sentir contre le boulet, que lorsque les balons enflammés auront un point d'appui contre le boulet, ou autre mobile quelconque qui leur resiste, comme nous l'avons déja établi, & sous une plus grande inflammation.

On peut se rappeller le même raisonnement qu'on a déja fait, & que je trouve à propos de répeter; tandis que la charge dans la piéce n'aura pour sa hauteur qu'un calibre, la poudre enflammée dans le centre de cette charge, ne fera pas plus d'éfort contre la charge dans la piéce que dans l'air, puisque c'est la même force d'extension, même resistance, & même quantité; car tandis qu'il y aura des vuides au travers des interstices des grains, la flâme aura autant de liberté dans la charge renfermée dans la piéce, qu'elle en aura eu dans cette même charge enflammée par son centre au milieu de l'air; mais dès que les balons se trouveront génés contre les surfaces environnantes de leurs chambres qui leur resistent par la ténacité du métal au point A, (*Fig.* 15e.) alors ces mêmes balons presseront avec la même force vers la culasse C, & contre le point D, du côté du boulet; les éforts du point A, n'agissant point contre C ni D, n'agiront point contre le boulet, & par conséquent ils ne le peuvent mettre en mouvement;

il n'y a donc que l'éfort d'extension vers C & vers F, qui puisse le faire ; or cet éfort n'agit point contre le boulet, tandis qu'il trouve une moindre resistance au travers des grains ; & il trouvera toujours des interstices jusqu'à C & D ; donc il s'étendra jusques-là sans le mettre en mouvement, jusqu'à ce que trouvant un appui contre C, par la resistance de la culasse, ou contre D, par la resistance du boulet, agissant pour lors sur le plus foible qui céde, il le chasse avec impétuosité du côté de la moindre resistance ; donc ce mobile ne sera jamais mis en mouvement dans quelque chambre que ce soit, qu'il ne se fasse un appui ou contre la culasse, ou contre le boulet, ou contre tous les deux à la fois ; ce qui dépend uniquement de l'emplacement & disposition de la lumiére : mais cet appui contre ces points ne peut se faire sans que la flâme le touche, & par conséquent n'enveloppe tous les grains de poudre, *& sans qu'elle les enflamme par notre demande* ; & par là les inflammations seront augmentées, les piéces plus tourmentées, & leurs éforts totaux plus grands : c'est la raison sans doute pour laquelle les armes qui ont la lumiére au-delà du fond de la culasse, en sont beaucoup plus repoussées, & conséquemment plus détournées de leurs directions, que celles qui ont la lumiére au fond de la culasse, parceque le boulet étant mis en mouvement plus tard, est chassé sous une plus grande inflammation, & sous une plus grande compression.

Dans les chambres cilindriques si la lumiére porte le feu entre le centre de gravité de la charge & le mobile, la flâme touchera plutôt le mobile que la culasse ; si la lumiére est placée au centre de gravité, la flâme touchera, & le boulet & sa culasse tout à la fois : si la lumiére porte le feu à la charge entre son centre de gravité & la culasse, la flâme touche plutôt la culasse que le boulet.

La différence de la lumiére dans les chambres sphériques apporte aussi une différence dans le tems de la durée des inflammations ; car si la lumiére porte le feu par le moyen d'un tuyau dans leur centre, elles seront beaucoup plus vîte enflammées, que si le feu ne se communique qu'à un point de leurs surfaces ; puisque dans le tems que la flâme aura parcouru un rayon, si le feu prend par le centre, toute la sphére sera enflammée ; mais au contraire tandis que la flâme aura parcouru un rayon, lorsque le feu prend par un point de leurs surfaces, la sphére n'est enflammée que jusqu'à son centre ; par la même raison sur quelque point de leurs surfaces

ſphériques que le feu prenne, le tems des inflammations totales eſt toujours le même, puiſque c'eſt toujours le même axe à parcourir.

(53) Je penſe qu'une chambre hyperbolique qui auroit ſa lumiére placée dans le centre de ſon axe, ou encore dans celui de gravité de ſa charge ſeroit excellente; car les directions des balons qui ſeroient perpendiculaires contre les cilindriques M N, (*Fig.* 16e.) ſont obliques aux parois de la chambre hyperbolique, & par conſéquent tourmentent moins la piéce. Ces directions des balons qui ſont perpendiculaires aux parois F N, F D, de la chambre hyperbolique, ſont obliques à ſon axe & à toutes les parties de l'ame, & la tourmenteront encore moins: toutes les directions des balons étant fort obliques à la culaſſe de cette chambre, contre laquelle les balons n'appuyent qu'une petite ſurface, la piéce en doit avoir très peu de recul, l'inflammation ſe trouvant outre cela toujours plus génée (à meſure qu'elle s'approche de la culaſſe par ſon retreciſſement) ſe réflechira par ſa réaction contre la volée: le feu prenant par le centre de gravité de cette chambre, ou par celui de ſon axe, la flâme appuyera plus vîte contre le mobile que contre la culaſſe, ou tout au moins eu égard au balancement des balons qui ſe mettent toujours en équilibre entr'eux, il arrivera auſſi vîte vers la culaſſe que contre le mobile, & par conſéquent le mobile ſera toujours mis en mouvement, ſous une inflammation totale de la charge: expérience à propoſer.

(54) L'on fait en France les lumiéres aux piéces d'une invention nouvelle, & fort ingenieuſe & fort avantageuſe: c'eſt un canal qui peut tenir environ deux onces de poudre: la lumiére répond à ce canal A B, (*Fig.* 17e.) & le canal communique le feu à la charge B C, la lumiére en eſt moins tourmentée, & l'inflammation A B, initiale plus prompte & plus copieuſe; & par conſéquent la totale B C, ce qui doit tourmenter ces piéces; car l'inflammation étant centrale au point B, du calibre de la piéce abrége la durée de l'inflammation de la charge ſur la longueur d'un calibre B F, déja de la moitié ſelon que nous l'avons vû; outre cela les deux onces de poudre du petit canal A B, neceſſairement enflammées dans le tems de l'inflammation initiale B F, abrégeront de beaucoup la durée de l'inflammation totale B C; les inflammations étant plus promptes ſeront comme inſtantanées, & par conſéquent à chaque inſtant, à meſure qu'elles

s'étendront dans la volée B C, elles diminueront leurs forces par la diminution de leurs compressions : le boulet au contraire par son frottement diminuera de sa vitesse ; & ainsi pour que la flâme l'accompagne jusqu'au sortir de la piéce, il faut aussi diminuer sa longueur à proportion de l'augmentation de la vitesse de l'inflammation totale de la charge.

Cette lumiére toute ingenieuse qu'elle est a de grands inconveniens ; car on ne peut pas s'assurer de pouvoir écouvilloner bien ce petit canal A B, outre cela les inflammations étant promptes, & par conséquent coéxistantes échauferont le métal, lequel se ramolira beaucoup plutôt, ce qui exposera ceux qui sont destinés à leur service à de fâcheux accidens : outre que dans une occasion pressante, on ne les peut pas charger à cartouche ; à moins de joindre un boudin au fond de la cartouche de la grosseur de ce petit canal, on n'est pas assuré que le feu y doive necessairement communiquer, à moins qu'on ne créve le fonds de la cartouche ; ce qui est sujet à des inconveniens ; aussi ne les destine-t'on pas à cet usage : telle est la condition de l'esprit humain dans ses differentes inventions : il trouve rarement des avantages d'un côté, sans rencontrer des desavantages de l'autre ; il n'y a qu'à profiter du bon, & ne pas étendre l'usage des choses au-delà de leurs justes bornes.

Il nous reste encore deux choses à examiner, la force du ressort de la poudre, je veux dire la vitesse initiale que la poudre imprime à un même mobile avec differentes charges dans une même piéce ; & ensuite la force des charges differentes, c'est-à-dire la vitesse initiale que les differentes charges de poudre peuvent donner aux mobiles differens dans de differentes piéces ; ce qui n'est pas si facile à déterminer, comme on peut le remarquer, & comme nous l'avons déja établi, à cause des variations des inflammations causées par la difference des chambres, lesquelles doivent varier les vitesses.

Auparavant que d'entrer dans ce détail, il faut se rappeller ce que nous avons dit au sujet des vitesses differentes des inflammations. Nous avons consideré de deux façons differentes les inflammations, ou instantanées, ou successives, afin de voir le rapport des vitesses en des tems differens, & en des masses differentes dans l'une & l'autre des hypotéses : la premiere hypotése nous a fait voir que si un grain de poudre est enflammé dans un tems indivisible, & qu'il conserve son même volume d'extension,

une masse de poudre d'une grandeur inassignable, seroit consumée aussi vîte qu'un seul grain de poudre d'une grandeur indéfiniment petite ; & par conséquent les vitesses des extensions des differentes masses enflammées sont entr'elles dans cette hypotése en raison soutriplée des masses (6).

Dans l'inflammation successive nous avons démontré que les vitesses des extensions de differentes sphéres enflammées par le centre acquises à la fin de la durée de leurs inflammations, & même à chaque instant dans une même masse, seroient en raison soutriplée des quantités, c'est-à-dire de leur axe (7) (10) : donc les vitesses d'extensions des differentes masses sphériques enflammées par leur centre sont entr'elles dans la raison de leur axe, qui est la soutriplée de leurs quantités : donc elles s'enflamment dans un même instant, puisque à mesure que le rayon de la sphére sera plus grand, la vitesse sera aussi dans la même raison plus grande : donc tandis que la flâme d'un globe parcourra son rayon d'activité ou d'extension, la flâme d'un autre globe parcourra aussi en même tems son rayon d'activité. Il n'y aura dans les deux hypotéses que cette difference à faire, que la flâme parcourra son rayon d'activité dans un tems indivisible avec une vitesse infinie dans l'autre hypotése, & que dans celle-ci la flâme parcourra son rayon dans un tems égal & limité, avec une force limitée & égale à son rayon d'activité même, & par conséquent dans la raison des axes des quantités.

(55) Ce paradoxe ne doit pas surprendre, si nous accordons tout ce que nous avons établi sur les inflammations successives en des tems infinis ; & ce que nous disons à présent ne contredit point cette hypotése ; car quoique le tems soit fini, nous pouvons imaginer un nombre infini de differens instans qui le composent ; c'est sur cette division que nous avons établi tout ce que nous avons dit des differens instans de la durée des inflammations ; & quoique ce tems soit égal dans toutes les sphéres ; cependant une sphére allumée par son centre sera beaucoup plus vîte allumée que si elle étoit allumée par un point de sa surface, ou tout autre pris ailleurs que dans son centre ; mais toutes les sphéres d'activité des quantités sphériques de poudre allumées d'une maniere homogéne par leur centre, ou ailleurs, seront allumées dans un même tems par des inflammations initiales plus grandes ou moindres : que l'on se rappelle ce que nous avons dit au sujet des inflammations successives : un grain de poudre en allume 4000, ou un nombre plus

grand ou moindre, n'importe pourvû qu'on le ſuppoſe déterminé dans une poudre qu'on ſuppoſe homogéne, chaque grain ſe ſera étendu dans un volume 4000 fois plus grand : donc toute la poudre renfermée dans l'eſpace de ſon activité aura été enflammée, & par conſéquent l'aura debordée de beaucoup ; mais en la débordant elle en aura allumé d'autre ; & à meſure que les axes des activités à parcourir ſeront plus grands, les viteſſes acquiſes croîtront ; car plus il y aura de poudre dans la maſſe, & plus la flâme débordera ; & plus elle débordera, & plus la poudre s'allumera en plus grande quantité.

D'ailleurs indépendemment de cette verité ſuppoſons le ſucceſſif, & en des tems qui ſoient dans la raiſon des expoſans des ſphéres d'activité à chaque inſtans differens, comme notre hypotéſe de l'inflammation ſucceſſive l'a établi (7) : la moindre charge de l'arme la plus petite ſera bien égale à la 10e. d'une once de poudre ; donc tandis que cette 10e. d'once ſe ſera conſumée dans une petite charge, cette même 10e. aura enflammé $\frac{4000}{10}$ d'once, c'eſt-à-dire 400 onces ou 133 livres ; or nous n'avons aucune piéce de cette charge : donc les chambres ſphériques de toutes nos bouches à feu, qui ſont moindres lorſqu'elles ſont allumées d'une maniere uniforme, ſont enflammées dans un tems égal : donc leurs viteſſes d'extenſions, ou leurs rayons d'activité, ſeront parcourus dans un même tems ſenſible ; & par conſéquent leurs viteſſes d'extenſion ſeront dans la raiſon ſoutriplée des quantités de poudre qu'elles contiennent ; puiſque c'eſt la même choſe, en voilà aſſés entrer dans le détail des armes à feu.

(56) On doit conſiderer à préſent que les charges de nos bouches à feu ne ſont plus que des traînées de differentes épaiſſeurs & de differentes longueurs, dont les proportions peuvent varier entr'elles à l'infini, par la differente diſpoſition des chambres, des lumiéres, des charges & des piéces.

Leur ſection, c'eſt-à-dire le diamétre AB ou *ab* de la charge (*Fig.* 18, 19e.) dans l'endroit de la lumiére eſt toujours allumé dans un même tems ; & par conſéquent la ſphére ou cilindre de ces diamétres A, B, ou AB allumé en même tems, le ſera auſſi dans un même tems ; puiſque l'extenſion qui produit l'inflammation eſt circulaire ; & parce qu'à chaque inſtant il s'enflammera la même quantité, c'eſt-à-dire le même cilindre dans chaque piéce, il ſuit que ſi l'on diviſe l'inſtant de la durée de l'inflammation d'un ſeul grain de poudre en une infinité de petits inſtans :

tout

tout ce que nous avons dit sera veritable, & qu'à chaque instant il se consumera dans une grosse piéce beaucoup plus de poudre que dans une petite : donc les inflammations des sphéres de poudre se feront toujours de la même maniere & dans un même tems ; or puisque l'uniformité des inflammations contribue à la justesse du tir des piéces, & à l'égalité de leurs portées avec une même charge en tout précisément homogéne, il n'y a pas à douter que les chambres sphériques ne soient preférables aux autres ; & parceque dans les canons ces chambres ont leurs inconveniens à cause des accidens ; & que tandis que la charge A B, de poudre (*Fig.* 20e.) n'aura qu'un calibre A B, pour sa longueur, elle sera enflammée dans le même tems qu'une chambre sphérique quelconque, devant que le boulet soit en mouvement ; il faut conclure que la perfection des armes consisteroit à les faire d'une façon que cette poudre puisse les charger, comme nous l'avons déja dit, & que pour les mortiers on pourroit en faire de même, ou les faire sphériques ; puisque le canal des mortiers est évasé & peu profond, il n'y auroit pas de la peine à les netoyer.

Au lieu de faire des chambres si grandes dans les mortiers, on les feroit proportionnées aux distances dont on auroit besoin, en faisant plusieurs mortiers d'un même calibre, les uns avec une plus grande chambre, les autres avec une plus petite, on regleroit par l'élévation les portées ; de près on auroit l'avantage de pouvoir toujours remplir les chambres sans être obligé de donner beaucoup d'élévation, ou très peu au mortier pour alonger, ou racourcir leurs portées, ce qui les rend variables, *comme nous le verrons dans notre seconde Partie ;* & l'on auroit incontestablement des portées beaucoup mieux reglées.

(57) Les vitesses des inflammations seront aussi dans le même rapport des vitesses des extensions ; car les inflammations ne se font elles-mêmes que par les extensions, puisque toute l'inflammation totale se fait par l'extension d'une partie de la charge qui en a allumé le reste, d'où il suit que si nous nommons a, (*Fig.* 21e.) le rayon A B, de la $\frac{1}{4000}$ de la charge D F G C D, & b, le demi-diamétre A G, de toute cette charge C D F G, & l, celui de toute l'extension L A M, nous aurons $a, b :: b, l$, puisque $\frac{b}{a} = 16$, & $\frac{l}{b} = 16$, donc tandis que l'inflammation a, aura parcouru toute la charge b, la charge b, aura aussi parcouru toute

l'extenſion *l*, ce que nous avons déja démontré, d'où il ſuit que ſi l'on fait une traînée quelconque A B, (*Fig.* 22ᵉ.) & que l'on range une quantité de petits cubes C, dont le côté C, ſoit égal à l'épaiſſeur de la traînée A B, pourvû que les cubes C, ne ſoient pas éloignés les uns des autres au-delà de l'extenſion de leurs ſphéres d'activité, c'eſt-à-dire de 8 à 10 diamétres, & que la diſtance OM, qui contient tous ces petits cubes ſoit égale à la longueur A B, de la traînée, en communiquant le feu à la traînée A B, en même tems préciſément qu'aux premiers cubes C, les cubes ſeront préciſément enflammés dans le tems que la traînée A B, aura employé pour ſon inflammation totale ; c'eſt une expérience que j'ai réïterée pluſieurs fois, avec pluſieurs ſortes de groſſeurs differentes C; la raiſon en eſt manifeſte; puiſque la viteſſe de l'inflammation de la traînée A B, n'eſt autre choſe que celle des cubes C, qui en ſont les élémens; or ſoit qu'il y ait de la poudre, d'un cube C, à un autre cube C, ou qu'il n'y en ait point, la force d'extenſion de ce cube en ſera la même; il n'y aura que cette difference à faire que dans la traînée la flâme de la poudre F G repouſſera celle de la poudre A F, & l'obligera à s'élever, au lieu que dans les petits cubes C, la flâme ayant la liberté entiere d'achever ſon extenſion, s'étendra juſqu'au cube voiſin qu'elle enflammera.

Il s'enſuit donc de-là que ſi l'on prend une traînée conique A M N, (*Fig.* 23ᵉ.) les viteſſes des extenſions à chaque inſtant croîtront dans la raiſon des épaiſſeurs G F : de ſorte que ſi l'on prend les cubes ou ſphéres, dont ces côtés ſeront les axes, & que l'on veuille, comme nous venons de le dire, les ranger d'eſpace en eſpace de A vers N, comme F ; ils s'éloigneront toujours plus les uns des autres, à meſure qu'ils s'approcheront de N, dans la raiſon des F G, qui ſont leurs côtés, ainſi que l'on peut en faire l'expérience, comme je l'ai faite. Si l'on communique le feu à la traînée A N M, en même tems, & de la même maniere qu'à ces cubes ſemblables qui en ſont les élémens, elle ſera totalement enflammée en même tems que tous les cubes.

Formules qui expriment la force de la Poudre enflammée, à mesure qu'elle est enflammée dans la chambre, ou dans la volée, & qu'elle accompagne le mobile le long de la volée par des éforts redoublés lorsque les chambres sont remplies de Poudre : L'on donne aussi la formule qui exprime cette force, lorsque la chambre est totalement enflammée dans la chambre, de sorte néanmoins qu'elle n'en soit pas remplie, & que le reste en demeure vuide.

(58) Il suit de cette expérience soutenue par toutes les démonstrations que j'en ai données, que généralement les éforts totaux des quantités de poudre renfermées dans une chambre quelconque où elles sont enflammées, qui sont en raison composée des quantités fluides par la vitesse, seront entr'elles dans la raison des produits de ces quantités par les vitesses ; & parceque par la differente façon des chambres les vitesses F G, ne sont pas toujours dans la même raison soutriplée des quantités, & qu'ordinairement toutes les chambres differentes qui sont en usage ont des cercles pour leurs élémens, l'éfort total en general des quantités enflammées en differentes chambres, sera égal au produit de la quantité par le rayon du plus grand cercle qui termine la quantité enflammée : si la chambre est sphérique, il n'y a donc qu'à prendre son axe pour la vitesse, & la quantité étant le cube de cet axe, si nous nommons cet axe a, l'éfort total sera $= a^4$ dans les chambres cilindriques le plus grand cercle étant celui de son calibre en nommant a^3 la quantité de poudre & b son calibre, nous aurons $a b$ pour l'éfort total : dans les paraboliques, éliptiques, & autres curvilignes quelconques, en connoissant la plus grande ordonnée (que j'appelle x) de la chambre qui termine l'inflammation, & nommant a^3 la quantité de poudre, on aura a^3x, pour l'éfort total : dans les coniques, en connoissant l'axe correspondant au plus grand cercle qui termine la quantité de poudre enflammée dans la charge, dont je nomme le diamétre y, on aura a^3y pour l'éfort total de la quantité a^3 de poudre.

Or puisque la vitesse d'extension des chambres sphériques est dans la raison de leur axe, la vitesse initiale des mobiles n'étant qu'un effet de cette cause sera donc dans la même raison ; & par conséquent on pourra prendre l'une pour l'autre ; mais les portées

des piéces differentes ſous une même élévation avec differentes charges, ſont dans la raiſon doublée des viteſſes initiales de leurs mobiles, *comme on le verra dans la ſeconde Partie;* donc les portées des piéces à chambres ſphériques ſont dans la raiſon des quarrés de leurs diamétres.

Pour voir ſi l'expérience répond à cette théorie, il faudroit faire des épreuves en tirant avec des mortiers à chambres ſphériques de differens calibres, pour en comparer les differentes portées ſous une même élévation, ne me trouvant pas à portée de faire ces épreuves avec des chambres ſphériques, je rapporterai celles que Mr. de Saint Remy a citées dans ſes Memoires d'Artillerie.

(59) Un mortier de 12 pouces de calibre à chambre ſphérique, avec une chambre capable de contenir 8 livres de poudre avec cette charge pointé à 45 dégrés, a porté 1200 toiſes : un mortier avec une chambre ſphérique capable de contenir 12 livres de poudre avec cette charge, a porté à toute volée 1400 toiſes : un autre mortier de même calibre avec une chambre ſphérique capable de contenir 18 livres de poudre avec cette charge, a porté à toute volée 1800 toiſes.

Si cela eſt ainſi que le rapporte Mr. de St. Remy, cette expérience confirmeroit mon ſyſtéme ; car la chambre étant ſphérique, la viteſſe initiale de la bombe au ſortir du mortier ſera dans la raiſon des axes des chambres ; & par conſéquent les portées ſous la même élévation de 45 dégrés dans la raiſon des quarrés des calibres des chambres.

Or les racines cubiques des quantités de poudre que contiennent ces differentes chambres étant proportionnelles à leur calibre, on peut prendre leurs quarrés à la place des quarrés des calibres : la racine cubique de 8 eſt 2 : la racine cubique la plus approchante de 12 eſt 22′ : la racine cubique la plus approchante de 18 eſt $\frac{25}{10}$, & reduiſant tout en priſme ou dixiéme, nous aurons environ 20′, 22′, 25′, pour les rapports des viteſſes intiales des bombes, à la ſortie des mortiers, & pour leurs quarrés 400, 484, 625, dont les triples ſont 1200, 1452, 1875, pour les portées les plus approchantes.

La proportion des portées effectives des mortiers, eſt un peu moindre que celle des portées calculées, parceque les petites chambres auront peut-être été plus refoulées que les grandes, & par d'autres accidens ; mais en ſuppoſant le calibre éfectif de la

chambre qui contient 12 livres de poudre (lequel est de 107 lignes $\frac{1}{2}$) moindre de deux lignes qu'il ne l'est, & celui de 18 livres (lequel est de 123 lignes $\frac{1}{6}$) moindre de deux lignes $\frac{1}{2}$, les portées calculées seront précisément les mêmes de l'épreuve; cette difference provient du vent de la bombe dans le mortier, lequel est dans le mortier de 18 livres de poudre, de 5 lignes, c'est-à-dire 2 lignes $\frac{1}{2}$ de chaque côté de la bombe, & dans celui dont la chambre contient 12 livres de poudre; le vent de la bombe est de 4 lignes, c'est-à-dire 2 lignes de chaque côté; or l'on voit que 4, 5 :: 2, 2 $\frac{1}{2}$; nous en donnerons la raison, en parlant des portées des canons de differens calibres.

L'on voit qu'une poudre qui s'étendroit de 9 ou de 7 diamétres, donneroit à proportion de *u*, qui est son extension des vitesses initiales aux mobiles plus grandes ou moindres; de sorte que si le mobile prenoit toute la vitesse *u*, les portées lorsque les chambres sont pleines, seroient entr'elles (en supposant la chambre sphérique) dans la raison du quarré de 8, c'est-à-dire 64 au quarré de 9 qui est 81, & c'est ce qui fait la diversité des portées d'une poudre à celle d'une autre d'une differente qualité; quoique tout le reste soit égal.

(60) Lorsque les chambres ne sont pas remplies de poudre, puisque les éforts totaux absolus des quantités de poudre moindres de toute la charge sont dans la raison des produits des quantités par les vitesses, & que ces vitesses sont égales aux plus grandes largeurs, ou diamétres des cercles, qui terminent ces quantités dans la chambre, il suit que dans la chambre sphérique O P Q A, (*Fig.* 24[e].) nous avons la partie A M, de l'axe que je nomme *b*, qu'occupe la charge APMO, moindre de la totale OPQA; & par conséquent la largeur O P connue, de laquelle la moitié M P, est le rayon du plus grand cercle qui termine cette quantité enflammée dans la chambre O M P Q A; je nomme *u*, M P, parce qu'elle est égale à la vitesse absolue de cette charge O M P A O; donc en nommant la quantité de poudre O M P A O, $\frac{a^3}{q}$ nous aurons $\frac{a^3 u}{q}$ pour l'éfort absolu de cette quantité dans cette chambre; en supposant qu'elle la rempliroit entiérement; je veux dire que la chambre fût le segment O A P M; au lieu d'être la sphére OMPQ: mais eu égard à la compression de cette quantité OAPM, qui diminue dans la chambre sphérique par le vuide O M P Q, cette force absolue, dans la raison du quarré de l'espace O A P Q, au quarré de l'espace

OMPA, cette force abſolue ſera dans la raiſon de a^6u, à celle de $\frac{a^6u}{qq}$; c'eſt-à-dire en moindre expreſſion dans la raiſon qq, 1; d'où il paroît évidemment que l'éfort total de cette quantité devra s'exprimer par $\frac{a^6u}{qq}$.

Comme u repréſente toutes les ſoutendantes OP de cette chambre, & $\frac{a^3}{q}$ toutes les differentes quantités de poudre moindres de la charge ; cette expreſſion ſera celle de tous les éforts totaux de ces quantités ; cette expreſſion $\frac{a^6u}{qq}$ eſt générale pour toutes les chambres, & pour toutes les quantités de poudre moindres de leurs charges, dont elles expriment la force motrice totale, en ſuppoſant que le reſte de la chambre reſte vuide.

(61) Les effets ſont proportionnels à leurs cauſes ; or le mouvement du mobile eſt l'effet de la force motrice totale ; mais le mouvement du mobile eſt égal au produit de la maſſe par la viteſſe initiale du mobile : donc la force motrice peut être priſe pour ce produit : je nomme I la viteſſe initiale du mobile, & p le poids du mobile : donc $a^3u = Ip$; en diviſant l'équation par p, on aura $\frac{a^3u}{p} = I$, pour la viteſſe initiale du mobile avec toutes les chambres pleines, quelques quantités de poudre qu'elles contiennent ; & parceque les eſpaces parcourus ſous une même élévation par un même mobile avec une viteſſe initiale differente, ſont dans la raiſon doublée de leur viteſſe initiale, entre eux, il ſuit évidemment qu'ils feront dans la raiſon des $\frac{a^6uu}{pp} = I^2$, & que ſi nous diviſons Ip par a^3, qui eſt la quantité de poudre, on aura u pour la viteſſe de ſon inflammation : donc dans les chambres cilindriques d'un même calibre & de differentes hauteurs, la viteſſe u de l'inflammation étant toujours égale (puiſque c'eſt le même calibre), la force qui imprime le mouvement au mobile, ſera dans le rapport des a^3, a^3, lorſque les charges en feront differentes ; & parceque les p qui repréſentent les poids des mobiles, ſont les mêmes dans une même piéce, les quotiens des $\frac{a^3}{p}$ feront dans la raiſon des quantités a^3 qui varient ; ce qui nous indique que les eſpaces parcourus ſous une même élévation par un même mobile par la force motrice d'une chambre cilindrique chargée avec differentes quantités de poudre, feroient dans la raiſon doublée des quantités enflammées qui agiſſent contre le

mobile : si elles agissoient toujours dans un rapport proportionnel à leur quantité, & de la même façon à mesure qu'on augmente, ou qu'on diminue l'axe des charges de poudre ; & par conséquent les vitesses initiales à leurs débouchés de la piéce qui sont en raison soudoublée des espaces, parcourus *comme on le verra dans la seconde Partie*, seroient dans la raison des quantités enflammées, qui agiroient uniformement dans toutes les charges differentes de poudre pour une même piéce.

Dans les chambres sphériques qui chassent des mobiles proportionnels à leurs charges, on aura $\frac{a^3 u}{a^3}$ & $\frac{b^3 u}{b^3}$, ou en moindres expressions V, u pour les vitesses initiales des mobiles ; & parceque la vitesse u, dans les chambres sphériques est égale à leurs diamétres a & b, il s'ensuit que les espaces parcourus pendant tout le mouvement sous une même élévation, seront dans la raison doublée de leurs calibres a & b, comme on vient de le voir. (58) (59)

Il faut remarquer que dans les chambres cilindriques de poudre, dont les hauteurs sont proportionnelles à leur calibre, comme cela arrive dans tous les fusils, armes à feu & canons qui sont chargés avec des quantités proportionnelles à leurs poids, si les charges agissoient uniformement contre les mobiles à proportion des quantités de poudre, les portées seroient dans la raison doublée de leurs calibres, ainsi que dans les chambres sphériques ; parceque lorsque l'on charge proportionnellement aux poids des mobiles, on peut prendre les cilindres qui n'ont pour leur hauteur, ou leur axe, que le calibre de la piéce pour les charges entieres, puisqu'ils en sont les parties semblables ; & par conséquent on aura $\frac{a^3}{a^3}$ pour l'expression de leur vitesse initiale sous une même élévation ; ce qui nous indique que les portées des piéces cilindriques chargées semblablement, seroient dans la raison doublée de leurs calibres, si les quantités de poudre agissoient uniformément contre les mobiles à mesure que l'axe de la charge de poudre augmente par l'augmentation des quantités.

Généralement dans les chambres cilindriques de quelque hauteur & calibre qu'elles soient, coniques, paraboliques, hiperboliques, éliptiques, & autres curvilignes quelconques, on aura $\frac{a^3 u}{p}$ pour les vitesses initiales des mobiles : ce qui nous indique que le quotient des produits des forces motrices totales $a^3 u$ di-

vifées par les poids des mobiles, font dans le rapport de leur viteffe initiale au débouché de la piéce.

En voilà affés pour les portées de toutes fortes de piéces de quelque poids que foient leurs mobiles, & de quelque figure que foient leurs chambres, pourvû qu'elles ayent des cercles pour leurs élémens, & qu'elles foient toujours pleines.

(62) Si les chambres ne font pas remplies de poudre, généralement $\frac{a^6 u}{qqp}$ en nommant p le mobile, en exprimera les rapports des viteffes initiales au débouché de la volée.

Il faut avoir égard au frottement du boulet le long de la volée, qui par la trop grande longueur de la piéce le peut retarder, auffi bien qu'aux différences des quantités enflammées, quoi que la charge foit égale, par la maniere des inflammations, & par la longueur de la piéce, qui n'étant pas dans fon point critique du *maximum* de la viteffe de fa charge, peut diminuer l'inflammation qui fe fait, tandis que le mobile parcourt la volée; on a auffi fuppofé que la poudre étoit toute enflammée dans la chambre, & pour lors les éforts dans la chambre en feront veritablement dans le rapport de la formule $a^3 u$, & les viteffes initiales des mobiles feroient dans le rapport de la formule $\frac{a^3 u}{p}$ lorfque les chambres font pleines; & on auroit $\frac{a^6 u}{qq}$ pour les rapports des forces motrices totales, lorfque les chambres ne font pas remplies, & que le refte en demeure vuide; & $\frac{a^6 u}{qqp}$ pour les rapports de leurs viteffes initiales.

L'on voit par la proportion de cette formule, combien les portées diminuent en diminuant la charge totale d'une chambre, dont on laiffe le refte vuide, & combien il eft plus fûr & plus facile de fe fervir des chambres fphériques toujours pleines, que des autres, pour trouver le rapport des portées aux quantités differentes de poudre, & que les fphériques outre cela donnent une plus grande viteffe u d'inflammation, avec cette quantité de poudre, que celle que donneroit la cilindrique qui n'auroit qu'un de fes calibres pour fa hauteur; car l'axe de la chambre fphérique fera toujours plus grand que celui de la cilindrique; & l'inflammation le parcourra néanmoins en même tems que celui de la cilindrique, qui contiendroit autant de poudre que la fphérique.

Si l'on remplit au contraire le refte de la chambre, ou de fourrage, ou de terre douce, ou d'un tampon, pour lors les forces des

des differentes quantités de poudre dans une même chambre quelconque, approcheront du rapport de la formule $\frac{a^3 u}{q}$ par rapport à la force motrice $a^3 u$ de toute la charge qui remplit cette chambre quelconque, à mesure que les espaces vuides qu'on remplit feront refoulés, comprimés, tamponnés, & qu'ils approcheront plus par conséquent de la force de la resistance des surfaces environnantes de la chambre; outre la variation que peut apporter la communication du mouvement contre le mobile, qui ne lui est plus appliqué immédiatement, & qui peut devenir plus fort, ou moins contre la matiere du remplissage, sur tout contre le tampon, où toutes les directions des balons étant perpendiculaires sur le tampon augmentent de leurs forces motrices totales, de plus que contre la surface sphérique de la bombe, ou contre la terre, ou le fourrage, où ils peuvent s'échapper plus facilement que contre un tampon.

Il n'y aura plus que l'augmentation de vitesse causée par cette impulsion d'une même quantité de poudre, quoique égale, qui puisse augmenter ou diminuer la vitesse initiale du mobile; l'on voit donc que le réfoulement, le fourrage, la terre douce, les tampons ne servent qu'à augmenter les compressions des fluides, & qu'ils sont fort inutiles dès qu'on peut atteindre le but qu'on se propose sans cela; puisqu'il n'y a qu'à augmenter la poudre sur tout dans les mortiers, en faisant leurs chambres plus grandes, comme nous l'avons dit, parceque de cette façon, & les compressions & les inflammations en seront plus égales : au lieu qu'en refoulant, remplissant & tamponnant, on ne peut gueres le faire d'une maniere tout-à-fait homogéne, & outre cela les dérangemens, & les reculs des piéces en font plus grands, aussi bien que leurs échaufaisons, ce qui les met plûtôt hors de service.

Il y auroit cependant un inconvenient de ne rien mettre sur la poudre dans les mortiers, à cause des accidens du feu qui peut prendre à la charge par le frottement de la bombe, dans le tems qu'on la met dans le mortier, ou qui peut s'enflammer aussi dans le tems qu'on donne le feu à la bombe : ainsi il est prudent d'y mettre un bon parchemin du calibre de la piéce bien ajusté : de sorte que la superficie de la poudre forme un cercle dont le plan soit parfaitement perpendiculaire à l'axe du mortier, & conséquemment à celui de la bombe, qu'on lui suppose toujours perpendiculaire; c'est pour éviter l'inconvenient qu'il y a à ne pas

remplir la chambre que j'ai proposé de faire des mortiers d'un même calibre, avec des chambres sphériques de differentes grandeurs pour toutes sortes de portées, afin qu'on puisse toujours remplir les chambres, & qu'en mettant un seul rondeau de parchemin pour éviter les accidens entre la bombe & la charge, l'on puisse avoir des compressions & des inflammations plus égales.

(63) Dans les canons il faut absolument un bouchon pour séparer du boulet la charge de poudre, autrement il en arriveroit de trop grandes inégalités dans les inflammations, outre que le frottement du boulet le long de la volée pourroit l'enflammer & causer de facheux accidens à ceux qui servent la piéce; il faut pour cela charger avec un bouchon de la grosseur d'un seul calibre, comme nous l'avons déja dit, & pousser le bouchon sur la poudre, en appuyant fortement le resouloir contre la charge sans donner de si grands coups; il faut pour cela que le bouchon soit arrondi, dur & serré, sans être trop géné, mais précisément ajusté à son calibre, & deux ou trois coups legers du resouloir, pour s'assurer qu'il touche la poudre, suffisent; les coups en seront beaucoup plus justes; quant au boulet, il faut qu'il entre plus librement dans la piéce que celui de la poudre, à moins qu'on ne tire du haut en bas; car pour lors s'il ne géne pas le boulet, & qu'il ne le retienne, le boulet qui le presse par son pied s'éloigneroit de la charge de poudre, & laisseroit un vuide entre deux, surtout lorsque les piéces restent quelque tems chargées sans tirer, ce qui seroit nuisible; mais lorsqu'on tire de bas en haut, ou horisontalement, il ne le faut point du tout resouler, mais seulement le serrer contre le boulet, appuyant sur le resouloir pour serrer le boulet contre la poudre, parce qu'en resoulant on peut faire entrer la matiere du bouchon entre le boulet & la piéce, ce qui doit nécessairement détourner le boulet de sa direction; parceque les balons, comme élémens d'un fluide, s'équilibrent entr'eux, & prennent conséquemment la figure des surfaces environnantes: leur commune direction sera donc dans l'axe de la piéce; il est important que l'axe du boulet soit dans la direction de celui de la piéce, qui est la direction du pointement, afin que leurs éforts communs agissent contre le centre de gravité du boulet, pour qu'ils puissent le chasser de la volée par cette direction; mais s'il se met entre le boulet & la piéce quelque corps étranger, il éloignera son centre de gravité de l'axe du canon, & par conséquent de la

direction du pointement, parce qu'on suppose la piéce juste: ce refoulement du boulet indépendamment de tous les autres inconvéniens, met la piéce en danger d'être plutôt hors de service, lors qu'étant échauffée, les inflammations totales & instantanées en feront plus promptes, & que le boulet pour lors ne pouvant ceder assés vîte à l'inflammation, les espaces qui renferment les inflammations étant moindres, les compressions par conséquent en feront plus violentes, & les piéces au contraire diminuant de leurs resistances, comme nous l'avons vû par l'ébranlement du métal, son agitation, son relachement des fibres, son ramolissement & son échaufaison s'évaseront, & ensuite créveront.

(64) Il faut remarquer que la force d'extension d'une même quantité de poudre dans une chambre sphérique quelconque, est à la force d'extension de cette même quantité de poudre dans une chambre cilindrique, dont la hauteur est égale à son propre calibre, comme $\sqrt[3]{3}$ à $\sqrt[3]{2}$; & par conséquent les vitesses initiales du mobile qui sont dans la raison de cette vitesse d'extension (58) (59), seront entr'elles comme $\sqrt[3]{3}$ à $\sqrt[3]{2}$; & leurs portées sous une même élévation dans le rapport $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2}$; car ces deux chambres étant d'égale capacité, le calibre de la sphérique sera dans la raison soutriplée de cette quantité: le calibre de la cilindrique ne sera jamais égal à celui de la sphérique; puisque la capacité du cilindre circonscriptible, qui aura le même calibre de cette sphére sera à la capacité du cilindre égal à la charge de la sphérique, comme 3, 2 *par la Geométrie*, & que leurs calibres sont dans la raison soutriplée de leurs capacités; ils seront donc entr'eux comme $\sqrt[3]{3}$ à $\sqrt[3]{2}$: leurs éforts totaux seront donc $a^3\sqrt[3]{3}$ & $a^3\sqrt[3]{2}$, puisque u qui exprime leurs vitesses d'extension est dans cette raison: donc leurs vitesses initiales $\frac{a^3u}{p}$ sera dans la raison de u, ou $\sqrt[3]{3}$ à $\sqrt[3]{2}$; l'on voit encore par-là combien les chambres sphériques sont préferables aux cilindriques, & combien il seroit important de ne faire nos mortiers qu'à chambre sphérique.

Quoique nous supposons que les charges dans les piéces s'enflamment de la même maniere qu'elles s'enflammeroient, si elles étoient en liberté, & dans le même arrangement au milieu de l'air; l'on convient pourtant que cette inflammation s'y fera beaucoup plus promptement; parceque la flâme ne pouvant

s'exhaler, sera obligée de s'étendre & de s'élancer au travers des interstices de sa charge : Si nous divisons cependant ce tems de la durée totale de leurs inflammations dans une infinité de tems égaux infiniment petits, les proportions & les vitesses en seront les mêmes, & à chaque instant la sphére d'activité, dans les piéces cilindriques, étant précisément la même, ne peut redoubler sa vitesse, qui sera toujours dans la raison du calibre de la chambre; mais il arrivera un redoublement d'impulsion égal à chaque instant, à mesure qu'elle s'étendra dans la volée; & en supposant que le mobile reçoive tous ces dégrés de vitesse égale à chaque instant, la vitesse du mobile redoubleroit dans la raison des tems, puisqu'à chaque instant il acquerroit un nouveau dégré égal de vitesse, & par conséquent les espaces parcourus à chaque instant dans la volée, seroient dans la même raison de ceux que parcourent les corps dans leurs chûtes, par leur gravité accelerée, où leurs éforts seroient dans la même raison de ceux des liquides, qu'on renfermeroit dans ces piéces cilindriques; mais ces éforts dans ces deux cas sont dans la raison soudoublée des hauteurs, ou des axes des chambres; donc la vitesse du boulet dans les piéces dont les chambres cilindriques contiennent differente quantité de poudre, & qui sont d'un même calibre, & par conséquent ont de differentes hauteurs, seroient entr'elles dans la raison soudoublée de leurs hauteurs; & leurs portées avec des mobiles qui recevroient toutes leurs plus grandes vitesses absolues, & sous une même élévation seroient dans la raison des hauteurs des chambres; or les hauteurs des chambres cilindriques d'un même calibre sont dans la raison des quantités mêmes de poudre *par la Geométrie*; donc les espaces parcourus par les mobiles sous une même élévation, seroient dans la raison des quantités enflammées au débouché de la volée de ces mobiles; on fait à présent abstraction de la diminution des compressions, à mesure que les inflammations qui accompagneront le mobile dans la volée, s'étendront dans de plus grands espaces de la volée; car pour lors les compressions étant moindres dans la raison doublée des espaces plus grands, les forces des extensions à chaque instant seront entr'elles dans la raison inverse doublée des espaces qu'elles occupent; & parceque les espaces dans une même piéce cilindrique, sont dans la raison des parties des axes même de leur volée qu'elles occupent, à mesure que l'inflammation s'étend, on peut dire qu'à chaque instant la force motrice des extensions sera dans

la raison doublée inverse des axes qu'elles parcourent; puisque les axes étant dans la raison des espaces, leur quarré sera dans la raison doublée des espaces, dont le rapport inverse est celui de leurs forces (29).

Quoiqu'il paroisse que ce rapport contredise celui de la formule a^3u, qui exprime la force des inflammations faites totalement dans la chambre, cependant il ne la contredit point; & cela parceque dans la précédente on n'a eu égard qu'à l'inflammation faite dans la chambre; & dans celle-ci on a égard au redoublement de ces efforts, à mesure que la poudre enflammée s'élance dans la piéce le long de la volée, & pendant un tems qu'on suppose proportionnel à la hauteur de la charge de poudre: & on examine les percussions réiterées que la flâme fait contre le mobile en les supposant faites avec une force égale, & qui ne s'affoiblit point: mais comme ces percussions ne sont jamais égales (puisqu'à mesure que les inflammations occupent de plus grands espaces, les percussions doivent diminuer), cela doit apporter un changement à la vitesse initiale qu'elles impriment aux mobiles; ce que nous allons examiner.

(66) Soit la parabole FCG, (*Fig.* 25e.) inscrite dans le cilindre AB; à mesure que la charge ABOP, étant enflammée, s'étendra dans de plus grands espaces C1, C2, C3, C4, les forces de ces extensions ou inflammations seront dans la raison inverse doublée des espaces qu'elles occupent; or les lignes prises dans l'axe CD, sont dans la raison des espaces cilindriques OBAP, AHVB, &c. qu'occupe la charge enflammée dans la piéce cilindrique; donc les quarrés de ces lignes C1, C2, C3, C4, dans la volée seront dans la raison des quarrés des espaces, & par conséquent dans la raison inverse des forces des extensions, comme nous venons de le démontrer (31); or les paraboloïdes KCL, FCG, correspondans aux abcisses quelconques C1, CD, sont dans la raison doublée de leurs abcisses C1, CD; & par conséquent dans celle des quarrés des quantités cilindriques OBAP, FBAG, correspondantes aux abcisses C1, CD; car les paraboloïdes KCL, FCG, sont dans la raison des cilindres KRLS, AFBG, correspondans à leurs bases KL, FG, & aux abcisses C1, CD, puisque ces cilindres sont doubles de l'espace du paraboloïde, par les proprietés de la parabole; or ces paraboloïdes KCL, FCG, sont dans la raison des quarrés de leurs abcisses correspondantes C1, CD; puisque les quarrés des ordonnées K1, FD, lesquelles ordonnées sont les rayons

de leurs bases, sont dans la raison de leurs abcisses C1, CD; or les cercles sont dans la raison des abcisses C1, CD, & par conséquent les solidités de ces paraboloïdes, qui sont dans la raison composée de leurs bases par leurs hauteurs C1, CD, seront dans la raison doublée des hauteurs C1, CD: donc les forces des extensions de la poudre AOPB, enflammée dans une piéce cilindrique APFG, qui sont dans la raison inverse doublée des cilindres ABOP, AFBG, sont aussi dans la raison inverse des paraboloïdes CKL, CFG; puisque les paraboloïdes sont dans la raison doublée des quantités des cilindres correspondans.

Généralement dans les piéces cilindriques de quelque hauteur, & de quelque calibre que soit la charge, & de quelque longueur que soient les piéces, la plus grande force de la charge dans le tems qu'elle est enflammée dans la chambre qui est son moindre espace, est exprimable par le paraboloïde correspondant à la volée: de sorte que & la volée & le paraboloïde ayent même base & même hauteur, & supposant que toute la charge se soit enflammée dans la chambre, & que les inflammations coéxistent jusqu'au débouché de la volée, les forces de ses inflammations seront comme les paraboloïdes pris inversement; & par conséquent leurs diminutions seront comme les differences VFGX, MVXN, &c. des paraboloïdes: si l'on veut trouver la somme totale des forces, il n'y a qu'à prendre la somme totale des paraboloïdes; mais ces paraboloïdes sont dans la raison des quarrés de leurs axes; & comme les axes sont dans une progression arithmetique, la somme de leurs quarrés est exprimable par la somme des quarrés des nombres naturels, ou par les élémens d'un cone; & par conséquent cette somme sera exprimable par le plus grand quarré, qui est celui de l'axe de la piéce multipliée par le tiers de l'axe, c'est-à-dire par le tiers du nombre des termes; ce qui revient au tiers du cube de l'axe de la piéce.

(66) 1°. La formule $\frac{1}{3} l^3$ en nommant l, l'axe de la piéce exprimera la somme des forces des extensions de la charge; or $\frac{1}{3} l^3$ est le produit de $ll \times \frac{1}{3} l$, & ll étant comme le plus grand paraboloïde, est comme la premiere force d'extension qui se fait dans la chambre, laquelle est $= a^3 u$: donc la formule $\frac{1}{3} l^3$ se change en $a^3 u \times \frac{1}{3} l$ & divisant de part & d'autre par $l u$, multipliant par 3, on a $a^3 = \frac{ll}{u}$; mais u est le calibre de la piéce: donc le quarré de l'axe de la piéce divisé par son calibre, donne le rapport de la quantité de pou-

dre convenable à la piéce pour que les quantités de poudre ſoient convenables à leur longueur & à leurs calibres ; d'où il ſuit que ſi par des expériences réiterées, on détermine la charge qui convient à une piéce, pour donner des forces proportionnelles, on trouvera la charge convenable à toutes les autres piéces, en prenant les quarrés des longueurs qu'on diviſera par leurs calibres ; & enſuite faiſant cette analogie comme le quarré de la longueur de la piéce dont la charge eſt connue diviſée par le calibre de cette piéce, eſt à ſa charge connue ; ainſi le quarré de la longueur d'une piéce quelconque diviſée par ſon calibre, eſt à la charge qu'on lui doit donner, pour que les éforts ſoient proportionnels aux charges de poudre.

2°. Pour que les quantités de poudre dans les piéces de differens calibres ſoient proportionnelles aux éforts, en chargeant les piéces proportionnellement aux poids des boulets, il faut que les calibres & les longueurs des piéces ſoient en raiſon reciproque ; ce que je démontre ainſi.

Je nomme a^3 & b^3 les deux charges de poudre : l'éfort de la poudre dans la grande piéce eſt exprimable par a^3vl, & l'éfort de la poudre dans la petite piéce eſt exprimable par b^3uL ; puiſque les éforts *par la condition du Problême*, ſont proportionnels aux quantités de poudre ; donc $a^3, b^3 :: a^3vl, b^3uL$: donc $a^3b^3uL = a^3b^3vl$: donc $uL = vl$: donc $u, v :: l, L$, C. Q. F. D.

3°. Si les charges de poudre ſont proportionnelles aux poids des boulets dans des piéces de differens calibres, il faut que les longueurs des piéces ſoient en raiſon ſoudoublée de leur calibre determiné, pour que leurs portées ſous une même élévation ſoient dans le rapport de ces charges de poudre ; ce que je démontre ainſi.

Les portées ſous une même élévation ſont entre elles dans la raiſon doublée de leurs viteſſes initiales I, *Chap. VI. Sect.* 1e. *P.* 1e ; ces viteſſes initiales I & 1, ſont entre elles dans la raiſon des $\frac{a^3vL}{p}, \frac{b^3ul}{p}$ (61) : donc lorſque les charges de poudre ſont proportionnelles aux poids des boulets, on aura $\frac{a^3vL}{a^3} = I$, $\frac{b^3ul}{b^3} = 1$ (61), d'où l'on tire $I, 1 :: vL, ul$: donc $I^2, 1^2 :: vvLL, uull$; mais ces deux derniers termes repréſentent les portées des piéces qui ſont dans la raiſon doublée des viteſſes ; & par la condition du Problême $v^2L^2, u^2l^2 :: a^3, b^3$; or $vv, uu :: aa, bb$, (61) puiſque les viteſſes des inflammations ſont dans la raiſon des calibres, & les calibres dans la raiſon ſoutriplée des quantités a^3, b^3 de poudre : donc

à la place de vv & uu on peut ſubſtituer aa, bb : on aura aaL^2, $bbl^2 :: a^3, b^3$, ou $L^2, l^2 :: a, b$: donc $L, l :: \sqrt{a}, \sqrt{b}$: C. Q. F. D.

Nous avons ſuppoſé dans la formule $\frac{a^3u \times l}{3}$ que le boulet à chaque inſtant reçoit de certains accroiſſemens de viteſſe ; mais comme ce boulet a un vent au travers duquel il s'échappe de l'air, & que par conſéquent le reſſort s'affoiblit ; il ſe peut faire que ces accroiſſemens ne ſoient pas auſſi grands ; ainſi la formule $\frac{a^3ul}{3}$ peut être trop forte pour exprimer la ſomme des forces qui agiſſent ſur le boulet, de même que la formule a^3u peut être trop foible, en ſuppoſant que la premiere inflammation qui ſe fait dans la chambre ſoit égale ; il faudroit donc trouver une formule moyenne entre ces deux-ci : mais la choſe eſt trop difficile, pour ne pas dire impoſſible à déterminer, ni en general, ni en particulier, à cauſe des variations ordinaires dans tous les ſujets Phiſiques ; car le mobile peut être hors de la piéce, avant que la ſomme des extenſions ſoit achevée ; & d'autre part l'inflammation ne ſe fait que rarement dans la chambre, &c ; l'on doit conclure ſeulement de cette théorie, que les forces motrices totales ſont dans la raiſon que nous avons déterminée par rapport aux quantités enflammées pendant que le mobile a parcouru la volée ; mais on ne doit pas conclure que les quantités enflammées au départ du mobile ſoient toujours dans le rapport des charges ; car il eſt certain que l'on ne peut augmenter les hauteurs des charges qu'à un certain point O *Fig. precédente*, au-delà duquel le mobile n'en reçoit plus de viteſſe, puiſque l'éfort ſera $= 0$, comme nous l'avons vû ; en ſecond lieu on ne peut diminuer la hauteur des charges cilindriques, qu'à un certain point, au-delà duquel il n'y a plus de mouvement dès que l'éfort de la poudre de la charge contre le mobile ne ſera que tout au plus en équilibre contre ſa reſiſtance ; alors le boulet n'aura plus aucun mouvement.

(67) Il ſeroit donc de la derniere importance de connoître ce point critique de la hauteur de la charge convenable à chaque calibre par rapport à ſa longueur, ce qui ſera toujours très difficile, tandis qu'on ne pourra pas s'aſſurer de l'égalité des extenſions dans les mêmes poudres, & de l'égalité des inflammations, quoique avec les mêmes charges, & outre cela de l'égalité des reſiſtances par les differentes peſanteurs de l'air, & par les differentes compreſſions ; d'où il faut conclure que la chambre cilindrique étant de toutes la plus variable, doit être auſſi de toutes la plus

plus imparfaite ; tandis que la hauteur de ſa chambre ſera de pluſieurs de ſes calibres ; mais ſi au lieu qu'on a ſuppoſé que toute la charge s'enflamme totalement dans la chambre, les charges s'enflammoient d'une maniere inégale & differente par l'échaufaiſon de la piéce, dans des proportions qui peuvent varier à l'infini, pour lors les charges ne ſont plus à leurs portées dans les rapports que nous avons déterminés, parce qu'une fois l'inflammation aura été retardée, la portée ſuppoſée ſe trouve beaucoup moindre, l'autre fois elle aura été accelerée, elle ſe trouvera par conſéquent beaucoup plus grande qu'on ne la ſuppoſe.

(68) Il eſt difficile de faire des expériences qui puiſſent convaincre pleinement, parceque les inégalités des accidens qui peuvent varier à l'infini nos épreuves, ſont à l'avantage & des uns & des autres ; ceux par exemple qui ſoutiennent que les portées des charges differentes de poudre dans une même chambre ſont proportionnelles aux quantités, peuvent avoir fait leurs épreuves avec des poudres qui s'enflamment à l'avantage de cette opinion ; & dans des chambres où les inflammations ont moins variées ; d'ailleurs l'amour propre qui nous ſeduit pour flatter nos opinions nous inſpire naturellement, ſans que nous nous en appercevions nous-mêmes, des détours qui aident aux défauts de nos principes ; par exemple on voit qu'avec une certaine quantité de poudre le mobile n'eſt point parvenu au but qu'on ſe propoſe, on eſt indulgent ſur la meſure ; on l'augmente un peu, on refoule un peu plus fort, ou bien le ſort qui favoriſe les uns plus que les autres, fait qu'une piéce ſe dérange, & par ſon dérangement ajuſte un coup qui ſans cela n'auroit rien valu ; mais quoiqu'on ne connoiſſe point les quantités préciſes enflammées par rapport aux charges, eu égard à la difference des inflammations ; cependant par les portées on peut parvenir à cette connoiſſance ; car nous ſçavons que les viteſſes initiales ſont dans la raiſon doublée des portées ſous une même élévation avec differentes charges, & cela eſt certain ; or connoiſſant les viteſſes initiales, & le poids des mobiles, l'on parvient à la connoiſſance des quantités enflammées qui agiſſent contre le boulet ; donc ſi je nomme I, la viteſſe initiale du boulet exprimée par $\frac{a^3ul}{p}$, c'eſt-à-dire par la force de la poudre diviſée par le poids du boulet ; le quarré I^2, ou $\frac{a^6u^2l^2}{p^2}$ ſera comme la portée ; ſi l'on multiplie le poids du boulet P par la viteſſe I, on aura $a^3ul = IP$; & cettte force connue IP,

divifée par *ul*, donne le rapport a^3 de la quantité de poudre qui agit contre le boulet ; & de cette façon on parvient à connoître les rapports des forces a^3ul, par la connoiffance des portées connues, & des poids des boulets ; mais ce qui fait craindre qu'on ne parvienne jamais à une entiere perfection, c'eft que les portées d'une même charge avec une même élévation, malgré toutes les précautions, ne font jamais égales précifément, ou ne le font que par hazard ; néanmoins c'eft beaucoup lorfque par une pratique éclairée d'une bonne théorie, on peut parvenir à s'approcher de la jufteffe en changeant les élévations, les mobiles, les piéces & les charges, & qu'il n'y ait d'un coup à l'autre que les differences qui fe rencontrent ordinairement avec des charges & par des directions précifément homogénes en tout; par exemple je fais tirer dans mes épreuves quatre coups de fuite fous une même élévation avec une même charge, une même piéce, & la même bombe, il fuffit que dans un de ces quatre coups l'on voye toujours que la proportion fe trouve une fois telle que la théorie l'indique, ou avec peu de différence; puis qu'en changeant les charges, les élévations & les mobiles, & en tirant avec cette nouvelle charge quatre fois de fuite, fi la proportion s'y rencontre auffi une fois, l'on doit conclure que ces differences qui fe trouvent dans ces quatre charges homogénes ne proviennent pas du défaut des quantités de poudre, ni des élévations des piéces, ni des poids des mobiles, puifque toutes ces chofes font toujours les mêmes quatre fois de fuite.

On va faire remarquer dans les épreuves fuivantes les éforts des differentes quantités de Poudre dans les piéces, & la viteffe qu'elles ont donnée aux boulets & aux bombes.

(69) Les Mathématiques ont cet avantage fur toutes les autres fciences de convaincre & d'éclairer pleinement l'efprit, en lui manifeftant la verité, tandis que les principes ne s'étendent pas au-delà de la quantité; mais dans les fujets où elles empruntent des lumieres des autres fciences, on peut bien s'affurer que fi les principes des fciences qu'elles empruntent font veritables, les conféquences en font infaillibles ; mais les Mathématiques ne pouvant pas toujours démontrer ces principes, on peut douter des conféquences, de-là vient cette diverfité d'opinions en matiere de Phifique, fur tout lorfque la Geométrie ne peut éclairer

l'esprit par elle seule, & qu'il faut qu'elle recoure à des hypotéses; pour lors en prouvant la probabilité de l'hypotése, par l'explication des Phenoménes conséquemment aux principes, dès qu'on voit la liaison de la conséquence, on a lieu d'être satisfait, on ne doit pas en éxiger davantage: d'ailleurs l'esprit de l'homme étant plus accoutumé aux fausses opinions dont il se désabuse tous les jours; après en avoir été pleinement convaincu, faute d'avoir fait un juste usage de ses lumiéres & de son jugement, se défie plus de la verité même ordinairement, que d'une fausseté agreable, & soutenue par des tours qui le surprennent, & lui plaisent; ce qui le rend chancelant, & fait qu'il connoît qu'il se sent même convaincu, sans sçavoir cependant parfaitement s'il ne s'est point trompé, s'il ne reconnoîtra point de même son erreur dans la suite, comme il l'a déja fait par le passé, sur tant de fausses opinions qui lui paroissoient cependant veritables; c'est pour cela que les expériences sont absolument nécessaires, quand il s'agit de la pratique: autrement il seroit inutile de faire des expériences, dès qu'on auroit des demonstrations Mathématiques; car dans tous les autres sujets de la Geométrie, non seulement l'expérience n'est aucunement necessaire pour une pleine conviction; mais quand même elle ne répondroit point à l'exactitude de la théorie, elle ne concluroit rien contre la démonstration du contraire; bien loin de conclure, c'est que quand même on fait voir à nos yeux évidemment, que l'on trouve deux moyennes proportionnelles entre deux lignes données: si l'esprit n'est pas éclaité de cette verité, il ne la reçoit point comme mathématique.

Pour soutenir donc la verité de mon sistême par la force de l'expérience, je me suis rapporté à celles qui ont déja été faites par plusieurs raisons: la premiere c'est, que je suis persuadé de la difficulté qu'il y a à se précautionner contre les inégalités qui peuvent varier les épreuves, & qu'on ne peut éviter qu'en changeant les affuts & les piéces, ce que je n'ai pas été à portée de faire, & que je me contente d'indiquer à ceux qui voudront les faire à la fin de ma troisiéme Partie dans la mécanique du pointement: la seconde c'est, que si je citois mes expériences, elles pourroient être plus suspectes, que celles qui ont déja été faites par d'autres; car il est trop naturel d'aider à l'opinion, en augmentant ou diminuant les forces par la maniere de charger dans les épreuves; je me rapporte à celles de Monsieur Dumets Lieutenant Genéral de l'Artillerie en Flandres, citées par Monsieur de S. Remy

dans ſes Memoires d'Artillerie, auſſi bien qu'à celles de Monſieur Belidor Profeſſeur de l'Artillerie à l'Ecole de la Fére, citées dans ſon Bombardier François.

Il paroît que la viteſſe initiale des boulets au debouché de la piéce devroit être exprimable par $\frac{a^3 u}{p}$, ou $\frac{a^4}{a^3} = a$, comme nous l'avons vû (61), lorſqu'on ſuppoſoit que toute la charge de poudre étoit proportionnelle au poids du boulet, & qu'elle s'enflammoit totalement dans la chambre de la piéce, en faiſant abſtraction de la longueur de la piéce, conſéquemment à l'exemple des épreuves des mortiers à chambres ſphériques citées dans les Memoires de Mr. de St. Remy (61), où la hauteur de la volée du mortier a été conſiderée comme inſenſible, parceque les inflammations agiſſent peu contre la bombe, dès lors qu'elles s'étendent dehors de la chambre dans la volée.

Il paroîtroit encore que cette viteſſe initiale des boulets au débouché de la volée, devroit donc être exprimable par la formule $\frac{a^3 ul}{a^3} = ul$ (65), laquelle formule ſuppoſeroit que toute la poudre ſe ſeroit enflammée dans la chambre, & que l'inflammation totale auroit accompagné le boulet par des percuſſions ſucceſſives, juſques au débouché de la volée; mais les épreuves de Mr. de St. Remy, que je vai citer, nous vont faire voir que la poudre ne s'enflamme pas totalement dans la chambre, & qu'elle s'enflamme à meſure qu'elle parcourt la volée dans des eſpaces dont le rapport entr'eux s'éloigne peu du rapport, que ces quantités de poudre qui s'enflamment le long de la volée ont entr'elles.

Suppoſons que cela ſoit ainſi, puiſque les eſpaces qui renferment les inflammations à chaque inſtant, ſont proportionnels aux quantités enflammées, les éforts à chaque inſtant ſeront égaux; car les quotiens des quarrés des quantités de poudre qui ſe ſont enflammées, diviſés par les quarrés des eſpaces qui les renferment, ſeront égaux (28) (29): donc à chaque inſtant la force de l'inflammation croîtra d'un dégré égal de viteſſe: or ſi elle croît d'un dégré de viteſſe à chaque inſtant, la ſomme totale des dégrés de viteſſe pendant le tems que l'inflammation a parcouru l'axe de la volée, ſera exprimable par le quarré de cet axe, puiſque ce mouvement ſeroit le même que celui des graves dans leur chute, & lequel eſt dans cette proportion; cette force acquiſe qui agit contre le boulet, pour lui imprimer ſa viteſſe initiale au débouché de la volée, feroit dans la raiſon ſoudoublée de cet axe: donc cette viteſſe du boulet

sera exprimable par $\sqrt{l}$; l'étenduë de sa portée, sous une même élévation, sera exprimable par l : si les longueurs des piéces sont proportionnelles à leurs calibres, on peut prendre leur calibre pour leur longueur, les portées seront par conséquent dans la raison des calibres des piéces.

(70) Expériences de Monsieur Dumets Lieutenant Général ès Armées de S. M. T. C. & Lieutenant de l'Artillerie en Flandres, faites avec differentes piéces de differens calibres chargées de poudre aux deux tiers du poids du boulet, lesquelles font voir que les portées sont dans la raison soutriplée des quantités enflammées, c'est-à-dire dans la raison des calibres des piéces, en supposant que les quantités enflammées dans chaque piéce sont proportionnelles aux quantités de poudre de leurs charges, & que les charges sont proportionnelles aux poids des boulets : elles nous font voir par conséquent que ces quantités de poudre se seront enflammées le long de la volée à chaque instant dans la raison des espaces que leurs inflammations ont occupé.

Une piéce de 24 livres de France a porté à toute volée

	Portées effectives de l'épreuve.	*Portées calculées selon mon sistéme.*
chargée de 16 livres de poudre	2250 toises,	2250 toif. supposées.
Une piéce de 16 livres chargée comme dessus,	2020 . . .	1970
Une de 12 livres	1870 . . .	1833
Une de 8 livres	1660 . . .	1635
Une de 4 livres	1520 . . .	1317

Monsieur de S. Remy rapporte que selon des anciens memoires on trouvoit que les piéces anciennes portoient dans cette proportion,

	Portées effectives de l'épreuve.	*Portées calculées du sistéme dans le rapport des calibres.*
celle de 24 livres, .	6000 pas communs. .	6000 pas supposés.
16 Coulevrinées, comme la longueur des piéces n'entre point dans ce rapport, & qu'on n'en connoit pas les dimensions, on n'en fait pas la comparaison.		
12 . . .	5000 pas	4768 pas.
8 . . .	4500 pas	4352 pas.
4 . . .	3000 pas	3572 pas.

Dans les épreuves de Monſieur Dumets.

	Viteſſes initiales de l'epreuve.	Viteſſes initiales ſelon le calcul dans le rapport des calibres.
24 livres	47	47 ſuppoſées.
16 livres	44 à 45	44 à 45
12 livres	43 à 44	42 à 43
8 livres	40 à 41	40 à 41
4 livres	39	36 à 37

Dans les épreuves des anciennes piéces.

	Viteſſes initiales des épreuves.	Viteſſes initiales calculées du ſiſtême dans le rapport des calibres.
24 livres	77 pas communs	77 pas ſuppoſés.
12 livres	70 pas communs	69 pas.
8 livres	67 pas	66 pas.
4 livres	54 pas	59 pas.

Les viteſſes initiales ſe rapportent à une toiſe près dans les expériences de Monſieur Dumets, & dans celles des anciennes piéces, celles de 12 livres & de 8 livres ſe rapprochent à un pas commun, quant à la petite piéce de 4 livres, elle ne ſe rapproche pas ni dans l'une ni dans l'autre épreuve : il peut ſe faire que celle de Monſieur Dumets fût plus longue de la proportion ordinaire, & que celle des anciennes piéces fût au contraire plus courte de la proportion ordinaire.

Il faudroit d'ailleurs être aſſuré que ces piéces ayent été bien calibrées, & que celles de 4 livres n'ayent pas été dans une épreuve d'un moindre calibre, & dans l'autre d'un plus grand ; quand même cela ne feroit pas ainſi, mon ſiſtême ne feroit pas contredit ; mais cela prouveroit ſeulement, ou que les charges de poudre n'ont pas été peſées exactement, ou que les charges étant telles, les inflammations n'ont pas été proportionnelles à leurs charges ; pour une plus grande ſatisfaction, j'ai voulu voir de quel calibre étoient les piéces en ſuppoſant tout le reſte veritable, & que les calibres n'étoient pas juſtes.

Calibres reduits à la proportion des portées effectives dans les épreuves de Monsieur Dumets.

Piéces.	Calibres reduits.		Calibres veritables.	
	Pouces.	*Lignes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
24	5	$5\frac{10}{32}$	5	$7\frac{5}{8}$
16	4	$9\frac{3}{4}$	4	$11\frac{7}{32}$
12	4	$4\frac{11}{16}$	4	$5\frac{3}{4}$
8	3	$10\frac{0}{32}$	3	11 0
4	2	$8\frac{5}{16}$	3	$1\frac{5}{16}$

Calibres reduits à la proportion des portées veritables dans les épreuves des anciennes piéces citées dans les Memoires de Monsieur de S. Remy.

Piéces.	Calibres reduits.		Calibres effectifs.	
	Pouces.	*Lignes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
12	4	$3\frac{5}{32}$	4	$5\frac{3}{4}$
8	3	$9\frac{16}{32}$	3	11 0
4	3	$8\frac{15}{32}$	3	$1\frac{5}{16}$

Si nous faisons une seconde fois la comparaison des portées calculées aux portées effectives dans la raison des calibres moindres calculés, aux calibres veritables des piéces ; il est évident qu'on aura des portées calculées précisément égales aux portées veritables des épreuves ; puisque pour lors par cette comparaison, les calibres veritables sont aux calibres calculés, comme les portées veritables aux portées calculées ; & par une inverse les calibres calculés seront aux calibres veritables, comme les portées calculées aux portées veritables ; nous avons donc toutes ces analogies suivantes qui nous donneront les veritables portées.

Piéces.	Calibres calculés.		Calibres veritables.		Portées calculées.	Portées veritables.
	Pouces.	*Lignes.*	*Pouces.*	*Lignes.*	*Toises.*	*Toises.*
16	4	$9\frac{3}{4}$	4	$11\frac{7}{32}$	1970	2020
12	4	$4\frac{11}{16}$	4	$5\frac{3}{4}$	1833	1870
8	3	$10\frac{0}{32}$	3	11 0	1635	1660
4	2	$8\frac{5}{16}$	3	$1\frac{5}{16}$	1317	1520

Et en faisant les mêmes analogies pour les anciennes piéces, on aura les portées veritables des piéces.

Nous n'avons point comparé la portée des piéces de 24; parce qu'on suppose qu'elle soit telle dans le calcul, comme dans l'épreuve; on voit que les portées des piéces dans les épreuves ne s'éloignent pas de beaucoup du rapport que nous avons déterminé, par rapport à leur calibre; puisqu'en diminuant les calibres des piéces dans la raison que nous venons de le faire, les portées calculées sont précisement les mêmes que les veritables des épreuves: quant à la piéce de 4, il est probable que la difference de sa portée calculée à sa portée veritable, ne provient pas de la difference de son calibre, mais d'une autre cause quelconque.

On voit aussi que les calibres calculés s'approchent beaucoup du rapport du calibre du boulet des piéces, & que les differences des portées effectives, aux portées calculées, sont pour celles de 16 . . . 50, celles de 12 . . . 37, celles de 8 . . . 25, celle de 4 . . . 3, lesquelles differences s'approchent beaucoup des quarrés 49, 36, 25, 4.

(71) Cette seconde comparaison nous indique que la force totale agit à peu près contre les boulets dans la raison des quarrés des calibres des boulets, tandis qu'elle agit contre l'orifice des piéces dans la raison des quarrés des calibres: ce qui est assez évident, puisque la colonne EDEF, qui appuye sur le boulet EDF, (*Fig.* 26e.) n'agit sur le boulet que par sa base, qui est le cercle de son diamétre, tandis que le reste de la colonne qui agit sur l'orifice CB de la piéce, s'échappe par les intervales.

Mais aussi si la force motrice contre le boulet a diminué dans cette raison, il faut considerer que le poids P du boulet a diminué dans la raison de la difference du cube de V à celui de B; c'est-à-dire du cube du calibre V de la piéce au cube du calibre B du boulet: donc la vitesse totale ou l'espace parcouru pendant tout le mouvement du boulet sera augmentée par la diminution du poids du boulet, tandis que de l'autre sa vitesse sera diminuée par la diminution de la base de la colonne fluide qui le presse: de sorte que la premiere analogie faite dans le rapport des calibres des piéces dont les boulets, péseroient veritablement 24 livres, 16, 12, &c. nous a donné les portées des forces motrices totales, contre des mobiles qui auroient reçu toutes leurs impressions; & la seconde, eu égard à la diminution de ces mobiles nous fait voir, & repare en même tems la difference causée par l'augmentation de la vitesse, eu égard

égard à la diminution du poids des boulets, qui sont moindres à cause du vent de ces boulets supposés, & dont le calibre devroit être égal précisement à celui de la piéce, pour recevoir toute l'impression de la base de la colonne fluide enflammée, & en même tems elle nous fait voir, & repare la diminution de la force motrice occasionnée par ce même vent : au reste il seroit assez difficile de déterminer dans l'éxacte rigueur le rapport de l'éfort de ces deux colonnes fluides dont nous venons de parler, parce qu'il est comme impossible de déterminer la quantité du fluide qui s'échappe à chaque instant, ni par conséquent la diminution du ressort de celui qui reste; car cette diminution se joignant à chaque instant à une plus grande extension, lui fait perdre une plus grande quantité de force.

Il est vrai que le vent des boulets augmente la vitesse totale dans la raison triplée du calibre du boulet à celui de la piéce; mais aussi les colonnes fluides enflammées qui débordent le boulet, forment une couronne fluide à l'entour du boulet qui l'enveloppe, le retarde, & le fait balotter dans la volée, ce qui augmente son frottement, & diminue l'augmentation des portées, que les poids moindres auroient donné sans cet inconvenient : cette diminution sera d'autant plus grande que le poids du mobile & la vitesse de son impulsion seront plus grands aussi; c'est pour cela que les boulets qui ont trop de vent ne vont pas si loin, que ceux qui sont ajustés à la piéce, & que les gros boulets sont plus retardés que les petits; aussi les differences des portées calculées aux portées veritables sont un peu moindres que celles des calibres des boulets aux calibres des piéces; car l'on voit que ces boulets calculés ont probablement moins de vent, que n'en avoient les boulets effectifs dont s'est servi Monsieur Dumets dans ses épreuves.

La raison de cette augmentation dans les petites piéces est sensible. 1°. A cause de leur longueur L, qui est plus grande à proportion dans les petites piéces que dans les grosses. 2°. A cause du rapport du calibre du boulet au calibre de la piéce qui est plus grand dans les boulets des petites piéces, que dans les boulets des grosses : or comme la vitesse croit par la diminution du poids du boulet, dans la raison triplée du calibre du boulet au calibre de la piéce; plus ce rapport sera grand, plus la vitesse du boulet qui croîtra par la diminution du poids du boulet sera grande : car supposons le calibre du boulet = 2, celui de la piéce = 3; la vitesse

par la diminution du poids du boulet sera à celle qu'il auroit euë, si son calibre eût été égal à 3, qui est celui de la piéce, comme 8, 27 : supposons à présent le calibre du boulet = 5, le calibre de la piéce = 6; la vitesse qu'il aura sera à celle qu'il auroit euë, comme 125, 216 : il est certain que ce dernier rapport est moindre que le précédent; nous faisons ici abstraction de la resistance de l'air contre les surfaces differentes des boulets, parceque cela regarde la seconde Partie, & la fin de la troisiéme dans la mécanique du pointement.

Dans une même piéce quelconque lorsque la bale a moins de jeu, la portée en est plus grande & plus juste, parceque cédant moins vîte à la force motrice totale, elle augmente l'inflammation : le balottemement d'ailleurs ne peut plus diminuer la vitesse imprimée par cette force motrice totale, qui agit contre le boulet par toute sa base, ce qui nous indique que les balottemens dans une même piéce retardent beaucoup plus, que la force de la vitesse n'augmente, par la diminution du poids du boulet; puisque bien loin que cette diminution puisse compenser la diminution de la base de la force motrice totale, & que la bale aille plus loin, elle va de beaucoup moins loin que lorsqu'elle n'a point de jeu; c'est qu'alors la force de la compression, & de la resistance de l'air contr'elle est beaucoup supérieure; mais cela ne détruit point ce que nous venons de dire; car dès que la bale aura son vent qu'elle doit avoir dans les piéces de tous les calibres, pour lors cette diminution sera moindre dans les petites piéces que dans les grosses; & par conséquent les portées des petites piéces s'approcheront plus du rapport des forces motrices absolues des charges, que les portées des grosses piéces, ne s'en approcheront lorsque leurs boulets auront le vent qu'on leur donne ordinairement.

Je m'étois proposé de faire l'aplication de ces principes aux épreuves de Monsieur Belidor, qui seroient beaucoup plus satisfaisantes pour mon sujet, s'il n'avoit mis ni terre ni bouchon, & qu'il eût laissé vuide tout l'espace de la chambre entre la poudre & la bombe, ou bien si ayant plusieurs mortiers du même calibre, avec differentes chambres, les unes d'une même espece, mais de differentes quantités, & les autres de differentes especes & d'une même quantité : de sorte qu'il eût toujours rempli les chambres de poudre, on auroit pû y appliquer ces principes avec plus d'exactitude, pourvu qu'on eût connu exactement les dimensions des chambres, & les poids des bombes, & en faisant

par rapport à chaque calibre differens, qui sont ordinairement en usage, les mêmes épreuves; on auroit une connoissance plus exacte des rapports differens de leurs forces motrices totales; mais Monsieur Belidor ayant rempli avec la terre & le fourrage le vuide de ses chambres : de sorte que les forces motrices totales des differentes quantités de poudre ne sont plus ni dans le rapport des a^3u, parceque les compressions ne sont pas approchantes de celles des chambres qui sont remplies de poudre, ni dans le rapport de la formule $\frac{a^6u}{qq}$ parceque ces remplissages ont augmenté la force motrice totale que ces quantités auroient dans les cas des chambres qui ne sont pas remplies, & dont le reste demeure vuide; & qu'ainsi elles porteront plus ou moins loin, comme nous l'avons déja établi, selon que les remplissages seront plus ou moins condensés, & capables d'une plus grande ou moindre resistance : pour faire d'ailleurs l'application de ces principes aux épreuves, il faudroit avoir les dimensions des chambres & des piéces, & le poids éxact des bombes; cependant quoi qu'on ne puisse pas parvenir à cette connoissance éxacte faute de ces précautions, & de ces conditions requises; je ne laisserai pas de faire l'application à ces épreuves, pour indiquer la méthode d'en faire l'analise; ce qui nous fera également conclure par les épreuves, ce que nous avons déja établi par le raisonnement sur le rapport & sur l'inégalité de ces forces motrices.

EXPERIENCES DE M. BELIDOR, Professeur de l'Artillerie.

Citées dans son Bombardier François faites à l'Ecole de la Fére avec un Mortier de 12 pouces, dont la chambre étoit un cone tronqué & renversé selon les proportions suivantes.

Ce cone étoit tronqué vers le fond, vis-à-vis la lumiére, & faisoit un cercle d'environ deux pouces de diamétre; les cotés du cone avoient 14 pouces, l'axe 12 pouces 7 lignes; & le diamétre du grand cercle, qui étoit le même que celui du mortier de 12 pouces justes : cette chambre pouvoit contenir jusqu'à 8 livres de poudre.

Ce mortier chargé d'une livre de poudre couverte d'un peu

de fourrage, & environ deux pouces de terre repandue également par dessus, & un peu pressée, a donné sous l'élévation de 15 dégrés 60 toises pour sa portée, & selon Monsieur Belidor auroit donné pour sa plus grande amplitude. . . 120 toises.

Chargé avec deux livres de poudre avec les mêmes précautions.	245
Chargé de trois livres.	416
Chargé de quatre livres.	562
Chargé de cinq livres.	734
Chargé de six livres.	906

(72) Puisque ce mortier (*Fig.* 27e.) étoit à chambre conique; la plus grande force motrice initiale de chaque charge étoit exprimable selon nos principes par a^3u, en la supposant enflammée totalement dans la chambre qu'on suppose pleine, & la force agissante étoit exprimable par IP; mais comme la chambre avoit probablement du vuide, sur tout dans les trois premieres charges d'une livre, de 2 livres, de 3 livres, où la chambre n'étoit pas remplie avec un peu de fourrage, & deux doigts de terre douce; mais seulement couverte à en juger par les termes de Monsieur Belidor, cette plus grande force motrice de chacune de ces charges auroit dû être exprimée par $\frac{a^6u}{qq}$ en nommant $\frac{a^3}{q}$ la quantité de poudre de chaque charge, & a^3 la charge totale qui remplit toute la chambre; la quantité du mouvement sera toujours le produit de la vitesse initiale I de la bombe par le poids P, & par conséquent la force agissante contre la bombe, sera = IP comme auparavant; puisque probablement P a toujours été le même dans toutes les épreuves faites avec ce mortier, les forces IP seront dans le rapport de I, c'est-à-dire de la vitesse initiale de la bombe qu'on trouve en prennant la racine quarrée de la distance où elle est parvenue : nous prendrons ces racines pour le rapport des forces agissantes de chaque charge contre la bombe, afin de les comparer aux forces de l'inflammation totale faite dans la chambre de ce mortier, lesquelles devroient être entr'elles dans le rapport des vitesses initiales de la bombe avec chacune de ces charges si elles agissoient totalement, & toujours de la même maniere sur la bombe; mais comme les charges n'agissent pas ainsi, le rapport de leurs plus grandes forces sera different de celui des forces qui agissent contre la bombe : on trouve dans la table suivante les rapports de ces plus grandes forces entr'elles, & celui

des forces agissantes contre la bombe ; mais il faut auparavant reflechir que ce mortier ayant l'évasement AB, (*Fig. suivante*,) de sa chambre, égal à son propre calibre, à sçavoir de 12 pouces, la bombe devoit appuyer sur la charge lorsque la chambre étoit totalement remplie de la poudre du fourrage & de la terre douce, & donnoit des compressions beaucoup plus fortes que les mortiers ordinaires, lesquels ayant l'orifice de leurs chambres moindre que leur propre calibre portent la bombe, au lieu qu'ici la bombe appuye toute sur la charge, dès que la charge arrive à l'orifice de la chambre ; & par conséquent la compression de cette charge devoit être plus grande que celle d'une autre chambre d'égale capacité, & qui n'auroit pas été pressée par la pesanteur de la bombe : en deuxiéme lieu, lorsque la chambre du mortier n'étoit pas remplie, la bombe qui appuyoit entieremenr sur l'orifice de la chambre dans laquelle sa convexité entroit, diminuoit le vuide du côté de l'orifice de la chambre, outre cela ôtoit plus facilement la communicarion de l'air exrerieur avec celui de la chambre ; ce qui produisoit deux effets, à sçavoir que le reste de la chambre étant vuide, la bombe ne pouvoit jamais partir que sous une inflammation totale de la charge ; car la bombe ne pouvoit partir, que dès qu'elle devenoir le moindre obstacle qui s'opposoit à l'extension de la flâme ; mais elle n'étoit jamais le moindre obstacle, tandis que la flâme avoit de vuide dans la charge, & dans la chambre ; donc la flâme qui faisoit l'impression du mouvement, sur la bombe avoit déja enflammé toute la charge, lorsque la bombe partoit.

La premiere force motrice dans cette épreuve auroit donc dû être $a^3 u$, & parceque les quanrités des charges a^3 dans cette chambre sont dans la raison triplée des diamétres des plus grands cercles qui les terminent, puisqu'en achevant la piramide ABG, par le moyen de l'axe FG, que l'on trouve par la Geométrie $= 15$ pouces 1 ligne & $\frac{1}{6}$, & connoissant la solidité de cette piramide totale, qui sera dans la raison triplée du côté de sa base, lequel est $= 6$, qui est le plus grand rayon du plus grand cercle qui termine cette chambre ; on peut supposer cette chambre totale remplie $= 216$; & par conséquent la petite solidité de la petite piramide MGN ajoutée, dont le rayon PM du cercle de sa base, est égal à un pouce, sera $= 1$, le cone tronqué sera $= 116 - 1 = 115$: or on aura cette autre équation, parceque l'on sçait que ces 115 ne donnent que 8 livres de poudre pour valeur effective de la charge de toute la

chambre AMNB ; & par conséquent 115 = 8 livres de poudre : donc 8, 115 : : 7 livres de poudre, $100 + \frac{5}{8}$, & ainsi pour toutes les autres charges, pour avoir des quantités proportionnelles aux charges en plus grande expression, afin d'en tirer les racines cubiques, ce qui est notre but, parceque ces racines cubiques seront dans le rapport des V, qui expriment les vitesses d'inflammation de chacune de ces charges ; car les quantités des charges seront dans le rapport des cubes des côtés des bases des piramides qui les renferment : donc les racines cubiques des charges, ou des quantités proportionnelles à ces charges, seront dans le rapport des côtés des bases de ces charges dans la chambre ; d'où il suit qu'il n'y a qu'à tirer la racine cubique de 216, pour avoir le côté de la base de la charge de 8 livres, & tirant la racine cubique de $100 + \frac{5}{8}$ qui est la quantité proportionnelle à la charge de 7 livres, à laquelle il faut ajouter $+ 1$ pour la petite piramide MGN ajoutée, on aura $\sqrt[3]{101 + \frac{5}{8}} = 57'$ qui sera égal V, c'est-à-dire à la vitesse de cette charge, en operant de même, pour les charges de 6 livres, 5, 4, 3, 2, & une livre de poudre, on aura pour leurs vitesses correspondantes 54', 51', 47', 43', 38', 30', & multipliant la quantité a^3 de la poudre de chaque charge par cette vitesse V, on aura le rapport des forces motrices totales enflammées dans la chambre qu'on trouve dans la table suivante.

Charges. Livres de poudre.	*Vitesses d'inflammation calculées.*	*Forces motrices dans la chambre calculée.*
8	60'	
7	57'	
6	54'	324'
5	51'	255'
4	47'	188'
3	43'	129'
2	38'	76'
1	30'	30'

L'on trouve dans la table suivante les portées des piéces dont les racines donnent la vitesse initiale de la bombe, où le rapport de la force qui agit sur la bombe dans chaque charge : Dans

la colonne ſuivante de la table on trouve le rapport de la force qui agit contre la bombe, en ſuppoſant que la force de la charge d'une livre de poudre ſoit égale $a'u = 30$, & qu'elle ait agi totalement contre la bombe, afin de voir tout à coup ſon rapport à la force $a'u$ des autres charges.

CHARGES.	*Viteſſe d'inflammation calculée.*	*Forces calculées.*	*Portées veritables*	*Viteſſe initiale de la bombe.*	*Force qui agit contre la bombe.*
Livres de poudre.					
6	54'	324'	906	301'	82'
5	51'	255'	734	270'	74'
4	47'	188'	552	235'	64'
3	43'	129'	416	204'	56'
2	38'	76'	245	156'	43'
1	30'	30'	120	109'	30' *ſuppoſée.*

L'on trouve la derniere colonne en faiſant $109 = 30'$ dans le cas de la charge d'une livre de poudre, en ſuppoſant que la force $a'u$ correſpondante à une livre, ait agi totalement ſur la bombe, & ſuppoſant que la viteſſe initiale de la bombe (qui eſt dans le rapport de la force qui a agi ſur la bombe), comme nous venons de le remarquer dans ce paragraphe, laquelle eſt égale à 109 toiſes, ſoit égale à 30, de ſorte que $109 = 30$; & diminuant toutes les viteſſes 156, 204, de la penultiéme colonne dans le rapport de 109, à 30', on aura dans cette derniere colonne le rapport des forces qui agiſſent contre la bombe aux forces totales $a'u$ de chaque charge qui ſont dans la troiſiéme colonne de cette table, pour en faire plus facilement la comparaiſon.

AUTRES EPREUVES DE M. BELIDOR, faites à l'Ecole de la Fére.

Citées dans ſon Bombardier François avec un Mortier de 12 pouces de calibre à chambre poire, capable de contenir environ 5 livres de Poudre.

Ce mortier chargé d'une livre de poudre couverte d'un bouchon de fourrage, & le reſte de la chambre rempli de terre, a donné pour ſa portée ſous l'élévation de 15 dégrés 80 toiſes, & ſelon Mr. Belidor auroit donné pour ſa plus grande amplitude . . . . . . 160 toiſes.

de amplitude	160 toiſes.
A deux livres de poudre	360
A trois livres de poudre	552
A quatre livres de poudre	705
A quatre livres & demi de poudre n'y ayant eu de place que pour le bouchon. . .	766

Mr. Belidor n'a pas donné les dimenſions de cette chambre, laquelle étant à poire peut varier dans pluſieurs proportions; ainſi je n'ai pas trouvé à propos d'en donner les forces, parceque cela ne ſe pouvoit faire ſans en avoir les dimenſions.

Il faut obſerver ſeulement que ces ſortes de chambres peuvent être conſtruites de differente façon; car elles peuvent être, ou deux paraboles jointes enſemble par leurs baſes, ou des autres courbes de differente nature; & que généralement leurs ordonnées, à commencer du fond de la chambre, vont en augmentant, & enſuite en diminuant; ce qui fait que les viteſſes des inflammations vont auſſi en augmentant, enſuite en diminuant; ce qui doit varier les viteſſes initiales de la bombe, leſquelles augmenteront tandis que les ordonnées augmenteront, & elles diminueront au contraire, dès que les ordonnées diminueront, non ſeulement dans le rapport des augmentations ou de ces diminutions, mais encore dans le rapport des differentes figures des chambres.

TROISIE'ME

TROISIE'ME EPREUVE DE M. BELIDOR,

Citée dans son Bombardier François, faite à l'Ecole de la Fére avec un Mortier de 12 *pouces à chambre cilindrique, capable de contenir* 6 *livres de Poudre, chargé d'une livre de Poudre, d'un bouchon, & de la terre doucement refoulée par dessus, a porté sous l'élévation de* 15 *dégrés à la distance de* 62 *toises, & eût donné pour sa plus grande amplitude, selon Mr. Belidor,* 124 *toises.*

CHARGES.	Portées veritables,	Différences veritables, & secondes différences.
Livres de poudre.	*Toises.*	*Toises.*
1	124	56
		+22
1½	180	78
		— 8
2	258	70
		—12
2½	328	58
		—12
3	386	46
		— 0
3½	432	46
		— 9
4	478	37
		— 2
4½	515	35
5	550	

Comme ces charges ont été refoulées & la chambre remplie, elles ne sont plus dans le cas, ni des chambres qui ne sont pas remplies, & dont on laisse le reste vuide, ni de celles qui sont totalement remplies ; ainsi l'on ne peut rien fixer de précis pour ces vitesses ; on doit seulement considerer que jusqu'à ce que la

hauteur de la charge soit à peu près égale au calibre de cette chambre cilindrique, les inflammations sont dans le cas des charges sphériques qui s'allument par un point de leur surface (49); mais dès que la charge a plus de cette hauteur, on ne peut plus conter sur la même vitesse de l'inflammation; car pour lors les tems de la durée des inflammations sont dans la raison des longueurs des traînées (13), ce qui diminue les vitesses; & parceque la hauteur de cette chambre cilindrique capable de contenir 6 livres de poudre, est à peu près double de son calibre du plus au moins : on peut donc conclure que depuis la charge d'une livre de poudre, jusqu'à celle de trois livres, chaque charge de demie en demie livre aura donné des vitesses differentes, mais toujours plus grandes que toutes les autres charges; & que depuis la charge de 3 livres jusqu'à celle de 6, elles auront donné des vitesses initiales moindres, & au-dessous de la proportion qu'elles doivent avoir avec les charges; & cela d'autant plus que les arrangemens & les compressions des poudres par le remplissage & le refoulement different d'une charge à l'autre, feront plus grandes ou moindres : de sorte que les dernieres quantités de poudre ajoutées, augmentent de beaucoup moins les portées, que les autres semblables quantités ajoutées, parceque le canal de la chambre cilindrique, qui contient ces quantités, gênera beaucoup moins de tems les grosses quantités que les petites : en second lieu, les vitesses des inflammations étant dans la raison du calibre de cette chambre, dès que la premiere quantité équilibrante à la resistance de la bombe aura été enflammée dans chaque charge differente, le reste de la charge aura été mis en mouvement avec la bombe, devant que d'être enflammée, & ne se sera enflammée par conséquent que dans de plus grands espaces, comme nous l'avons établi; cette diminution de compression sera beaucoup plus grande dans les grandes charges que dans les petites, parce qu'elles se trouvent enflammées dans la volée même du mortier; & par conséquent les forces motrices totales de ces quantités partielles, & ainsi dilatées, diminueront dans la raison doublée des quantités divisées par la doublée des espaces : on voit donc que ces espaces dans la volée du mortier étant beaucoup plus grands que dans la chambre cilindrique, les quotiens qui expriment les forces motrices totales de ces quantités partielles, seront moindres dans la même raison que les diviseurs de la fraction qui expriment ce rapport seront plus grands : ainsi la premiere demie livre ajoutée à la pre-

miere charge d'une livre, n'étoit pas assez forte pour chasser la bombe avec toute sa plus grande vitesse dont cette charge étoit capable, elle a augmenté la portée de 56 toises : la seconde demie livre ajoutée ayant eu la même vitesse d'inflammation, a été allumée dans un même tems que toute la charge précédente, quoique moindre, & a augmenté par la quantité son éfort dans un plus grand rapport, & c'est pour cela qu'elle donne 78 toises; & par conséquent 22 toises de plus, que la même quantité précédente d'une demi-livre n'en avoit donnée pour son augmentation : la troisiéme demi-livre ajoutée, qui repond à deux livres & demi de poudre a donné 70 toises, & par conséquent 8 toises de moins que la demi-livre précédente n'en a donné pour son augmentation ; c'est parceque la hauteur de cette charge étoit déja égale à celle de son calibre : elle aura déja été enflammée lorsqu'elle étoit en mouvement, ou dans le moment qu'elle s'y mettoit : la quatriéme demi-livre ajoutée qui répond à la charge de trois livres de poudre, a déja été allumée après avoir été mise en mouvement, lorsque la bombe cessoit de la comprimer avec la même force, & n'a donné que 58 toises d'augmentation, & par conséquent 12 toises de moins que la précédente n'en avoit donné : la cinquiéme demi-livre de poudre ajoutée qui répond à la charge de 3 livres & demi, a été enflammée plus lentement par la longueur de l'axe, & par le dispersement de la poudre dans un plus grand espace, & a donné pour son augmentation seulement 46 toises ; & par conséquent 12 toises de moins que la précédente n'en avoit donné : la sixiéme demi-livre ajoutée qui répond à la charge des quatre livres de poudre, aura été allumée en même tems que l'autre précédente, elle n'aura augmenté la force morrice totale que dans la raison de cette quantité, & a donné 46 toises, comme la précédente pour son augmentation : la septiéme demi-livre ajoutée aura été enflammée dans le mortier, lorsque la bombe étoit au point de son débouché, & par conséquent sous une compression beaucoup moindre, & n'a donné pour son augmentation que 37 toises, & par conséquent 9 toises de moins que la précédente : la huitiéme & derniere demi-livre de poudre ajoutée qui répond à la charge de 5 livres de poudre, n'a donné que 35 toises, & par conséquent 2 toises de moins que la précédente pour son augmentation, parceque cette derniere charge aura été allumée dans un même tems que la précédente, quoique moindre.

Voilà sans doute la raison pour laquelle les portées des piéces cilindriques sont très-inégales, & que les mêmes quantités donnent de differentes portées, parceque l'inflammation totale en est retardée de plus que dans aucune autre chambre qui seroit de leurs calibres; & voilà encore une veritable conviction de ce que j'ai déja si souvent établi, que l'on ne sçauroit jamais mieux faire pour corriger les inégalités de la poudre qui font varier leurs portées, que de se servir pour les mortiers des chambres sphériques, on peut les laisser cilindriques; mais il faudroit se servir d'une poudre dont la charge ayant pour sa hauteur son calibre, fût suffisante pour faire l'effet qu'on en éxige.

QUATRIE'ME E'PREUVE DE M. BELIDOR,

Citée dans son Bombardier François, faite à l'Ecole de la Fére, avec un Mortier de 8 pouces de calibre à chambre cilindrique, capable de contenir cinq quarterons de Poudre pour sa plus forte charge, ni restant de place que pour le bouchon de fourrage par dessus, le reste de la chambre rempli de terre, pressé tout doucement avec la demoiselle, a donné sous l'élévation de 15 *dégrés* 50 *toises & demi pour sa portée, & auroit donné pour sa plus grande amplitude, selon Mr. Belidor* 101 *toises, & pour toutes les autres charges selon la Table suivante.*

CHARGES.	Portées effectives.	Différences effectives.	Secondes différences.
Quarterons.	*Toises.*	*Toises.*	
1	101	61	
2	162	84	+23
3	246	104	+20
4	350	36	—68
5	386		

L'on voit que le premier quarteron ajouté à la charge n'ayant pas eu sa hauteur égale au calibre de sa chambre, toute la poudre ajoutée dans la charge de deux quarterons a été enflammée dans

un tems égal à celui que la charge d'un quarteron a employé pour son inflammation : elle a donné 61 toises d'augmentation ; le deuxiéme quarteron ajouté, qui répond à la charge des trois quarterons, a donné pour son augmentation 84 toises, & par conséquent 23 toises de plus que la charge précédente n'en a donné pour son augmentation, parceque la hauteur de cette charge se rapprochoit toujours plus de celle de son calibre, & que les compressions devenoient toujours plus fortes ; le troisiéme quarteron ajouté, & qui répond à la charge d'une livre de poudre, parceque toute cette charge a été allumée dans un tems égal à celui de toutes les autres précédentes dans le moment que la bombe a été mise en mouvement, & a donné 104 toises, & par conséquent 20 toises de plus que la précédente ; le dernier quarteron qui a été enflammé dans la volée du mortier, a diminué tout à coup par la diminution de la compression, & par l'alongement de l'axe qui a retardé l'inflammation, & n'a donné que 36 toises d'augmentation, par conséquent 68 toises de moins que le quarteron précédent n'en a donné pour son augmentation : ce qui confirme la conclusion précédente sur l'imperfection de ces chambres ; car jamais on ne parviendra à la perfection, tandis que avec une même charge, malgré toutes les précautions possibles, on ne pourra jamais s'assurer d'avoir des portées précisément égales, comme cela arrive, & sur tout avec des chambres cilindriques, à cause des extensions des inflammations qui parcourent plus vîte l'axe des chambres une fois que l'autre, ce qui changera les portées & en raison des quantités enflammées, & en raison des vitesses differentes des extensions d'une même quantité, indépendamment des dérangemens que peuvent causer les accidens, & dans les élévations, & dans les differentes resistances de l'air contre la charge, & dans la piéce, & contre le mobile pendant son mouvement : ce que nous allons examiner à fond dans la seconde partie, après avoir tiré quelques conjectures sur la force absolue de la poudre, & sur tout dans les mines, où elle est élevée à son plus haut apogé de violence.

SECTION QUATRIE'ME,

Dans laquelle on tire de la Théorie précédente, des conséquences sur la force de la Poudre dans les Fourneaux des Mines.

(73) TOUTE terrible que soit cette force dans les armes à feu, elle n'est point si grande qu'on n'en puisse imaginer d'autres qui sont infiniment au-dessus de celle-là ; il paroît que les machines mêmes des Anciens lançoient des traits avec une vitesse beaucoup plus grande que celle que la poudre imprime aux mobiles, & qu'elles jettoient des fardeaux beaucoup plus pésants que nos bombes & nos boulets : si l'on en croît à Juste Lipse, & plusieurs autres Auteurs, les Anciens tiroient des boulets de plomb avec leurs balistes, avec une si grande violence, que quelque fois le boulet se fondoit en l'air, parceque leur communiquant dans leur mouvement la plus grande vitesse dont ces boulets étoient capables ; ils la communiquoient aussi à toutes leurs parties ; & par conséquent la liquefaction des métaux n'étant autre chose qu'une agitation violente de la matiere subtile, il ne seroit pas tant surprenant que si ces machines communiquoient aux boulets par leur plus grande vitesse dont ils étoient capables la cause de la liquefaction, elles auroient pû par conséquent les liquéfier ; mais par rapport aux fourneaux des mines, l'on ne vit jamais rien de si grands dans tout ce qu'ont pratiqué à la guerre les Anciens devant l'invention de la poudre : les effets en sont si surprenans, & si violens qu'ils paroissent surnaturels : la raison de cette violence est manifeste, parceque pour lors la poudre étant renfermée dans le moindre espace qu'elle puisse occuper, & ayant beaucoup moins de communication avec l'air extérieur, que dans une piéce, & outre cela l'air qui l'environne dans son fourneau y étant beaucoup plus condensé, elle s'y enflamme toujours avec toute sa compression absolue, & y agit contre tout le terrein qui lui resiste, avec toute sa force absolue ; car au lieu que dans les bouches à feu, les mobiles qu'elles chassent leur cedent d'abord, & qu'ils ont du vent dans la piéce, ce qui affoiblit le ressort de l'air : ici tout l'espace environnant lui resiste avec une force infini-

ment plus grande, & son éfort se balance toujours avec une resistance proportionnée à cet éfort : au lieu que dans les armes à feu les resistances qu'opposent les mobiles par leurs poids aux éforts de la poudre sont beaucoup au-dessous des forces motrices de leurs charges.

Ligne équilibrante pour chaque charge qu'on doit considerer dans les Mines.

(74) Puisque la poudre agit toujours sphériquement, elle agira dans le fourneau, comme elle agit dans une bombe pour la faire éclater; & par conséquent les éforts des quantités de poudre dans les fourneaux se font également par toutes les directions des rayons indéfinis d'une sphére, contre le terrein qui s'oppose, & par son poids & par sa ténacité aux extensions de leurs inflammations; or quelque force qu'ait la charge d'un fourneau, son éfort initial sera donc a^3u; c'est-à-dire le produit de cette quantité de poudre par la vitesse de son inflammation qui sera toujours totale, parce que le balancement du fardeau à enlever, est ordinairement peu au-dessus de la force de la charge qui tend à l'enlever; & par conséquent les charges des fourneaux agiront toujours avec toutes leurs forces motrices a^3u; quelque resistance que puisse opposer le fardeau à enlever, elle est pourtant limitée & déterminée, selon l'éfort de chaque charge, de même qu'une bombe peut toujours avoir une épaisseur capable de la mettre en équilibre contre sa charge de poudre : de sorte que pour peu qu'on ôte de la charge, ou pour peu qu'on ajoute à l'épaisseur de la bombe, à sa tenacité, ou en un mot à sa resistance, la bombe ne pourroit plus créver.

Soit donc au lieu d'une bombe un globe ACDFIH, (*Fig.* 28[e].) au milieu du quel on fait un fourneau G; je dis qu'il y a une force équilibrante quelconque fixe G, contre cette masse, au dessous de laquelle le corps ABCDFIH resistera toujours, & au-delà de laquelle ce corps ne resistera plus : en second lieu, si l'on suppose une charge fixe quelconque G; je dis qu'à cette charge répond une épaisseur quelconque GP, GQ ou GI, au-dessous de laquelle le corps ne peut plus resister à cette charge; d'où il suit évidemment que chaque charge differente G, aura une force équilibrante égale à la resistance d'un globe quelconque, dont les rayons seront ou GP, ou GQ, ou GI, &c. que nous nom-

mons ligne de la force équilibrante, ou ſimplement ligne équilibrante pour abreger le diſcours.

La Figure des entonnoirs d'une Mine dépend de la reſiſtance du terrein homogéne, ou étherogene dans toutes les directions d'un Fourneau.

(75) Il ſuit de-là que la figure des fourneaux ne dépend point des quantités de poudre, mais des reſiſtances des materiaux de la mine qui, ſelon la profondeur des fourneaux, oppoſeront de plus grandes ou de moindres reſiſtances, ou même ſelon la tenacité ou denſité du terrein, qui peut être auſſi ou plus grande ou moindre: de ſorte que dans un terrein homogéne qui ſeroit capable de compreſſion, mais dont le poids ſeroit infiniment au-deſſus de la charge du fourneau G, l'entonnoir ſeroit circulaire: ſuppoſons une mine bien avant dans la terre, dont la charge fut infiniment au-deſſous de la reſiſtance de cette maſſe; mais cependant dans un terrein compoſé de petites lames, qui ſeroient capables de ſe reſſerrer les unes contre les autres, comme ce ſeroit du crin de cheval, l'éfort de cette mine ſeroit entierement circulaire & ſphérique, puiſque l'action de la poudre y ſeroit préciſément ſphérique, & que la reſiſtance des rayons eſt infiniment ſupérieure, & egale, ou doit paſſer pour égale de tous les côtés infinis des points G du fourneau, un rayon ne pourra pas plus ceder que l'autre, puiſqu'il reſiſte également à la même force qui le preſſe également; & par conſéquent l'équilibre des reſiſtances & des forces agiſſantes ſubſiſtant, le creux de cette mine ſeroit ſphérique formé par la compreſſion des parties condenſées & éloignées du centre du fourneau par l'éfort de la poudre, parce qu'on ſuppoſe que quoique cette maſſe fût capable de reſiſter à l'éfort de ſa charge par ſon poids, elle n'eſt pas cependant capable de lui reſiſter par la denſité & par la tenacité de ſes parties qui la compoſent; car ſi on la ſuppoſe capable de reſiſter à la charge par ſa denſité & par ſa tenacité, comme par ſon poids, alors le fourneau ne ſera aucun effet.

Si l'on conſidere une mine faite ſous la ſurface de la terre (telles que ſont les mines que nous pratiquons) dans un terrein de même qualité & parfaitement homogéne, il eſt certain que la reſiſtance des rayons ne ſera plus égale, & qu'à moins que l'éfort de la mine ne fût énorme, & au-deſſus de la reſiſtance de tous les

les rayons; il y aura des rayons du terrein qui refifteront, & d'autres qui céderont; fi l'on fuppofe que la force équilibrante de cette charge foit exprimable par une ligne plus grande que la perpendiculaire G R au plan de la furface du terrein; l'effet de ce fourneau en doit être bien different; car le terrein refiftera infiniment par tous les rayons qui font du côté du centre de la terre; cette refiftance ira en diminuant à mefure que les rayons s'approcheront de la ligne G R de moindre refiftance; donc il y aura un rayon quelconque C G, A G qui fera en équilibre contre cette charge, au-deffus duquel tous les autres qui feront plus grands refifteront, & au-deffous duquel tous les autres qui feront moindres céderont: de forte que fi ce rayon équilibrant à la force de la poudre eft le rayon d'un globe, ce globe refifteroit à cette charge; c'eft donc la ligne équilibrante aux charges des fournaux qu'il faut confiderer, pour proportionner la charge aux effets qu'on en exige.

(76) Suppofons maintenant que la BZ, (*Fig.* 29e.) foit la ligne de refiftance équilibrante à la charge Z; donc fi au lieu du fecteur du globe B F C Z, on avoit eu celui du globe A G D Z, il eût été fuperieur à la force de cette charge : maintenant fuppofons que les deux globes N B C M, & Q A G D S, foient coupés par un plan horifontal A B C D, il arrivera que tous les points compris entre B & C, cederont, parceque les lignes tirées de ces points au centre du fourneau, feront plus courtes que le rayon équilibrant, & oppoferont une moindre pefanteur; & que tous les autres rayons de K vers N M P, & de P vers M N K oppofans la même refiftance ne feront point changés; je dis donc que la direction du fourneau par laquelle la charge tend à faire la rupture qui forme l'entonnoir, fe fera toujours felon la ligne équilibrante B Z, & qu'elle tendra à enlever tout le refte B C Z; car fuppofons qu'on eût achevé le globe N K B F C P M, & que la charge ait eu la force de le faire éclater; fuppofons enfuite ce petit globe augmenté comme Q A G D S, il eft certain qu'il n'eût pas crevé; or pour avoir ôté le fegment A G D H à ce grand globe, on n'a point diminué fa refiftance qu'il oppofoit à cette charge de A vers Q S D, ni depuis D vers S Q A; donc tous ces points refifteront, tandis que tous les autres depuis B vers C, lefquels oppofent une moindre refiftance cederont, puifque la charge étoit en équilibre avec la refiftance B Z, devant qu'on ôtât le petit fegment B F C H; & par conféquent après en avoir ôté ce fegment on les a mis au-deffous de cet

équilibre ; donc ils cederont, on va démontrer que si les materiaux qui composent cette masse étoient inflexibles, & incapables de condensation ou de compression, l'éfort à l'entour de tous les rayons plus grands que B Z seroit nul, & la figure du fourneau seroit parabolique ; c'est-à-dire que son entonnoir seroit un paraboloïde, dont l'origine de la parabole generatrice sera au point Z du fourneau ; on démontre encore que si le terrein est homogéne, & qu'il soit composé de parties capables de condensation ; c'est-à-dire d'une plus grande densité par la compression des parties, qui s'éloigneront du centre du fourneau par la force de la poudre ; alors l'entonnoir formera un paraboloïde, dont le foyer seroit au centre du fourneau, & l'origine de la parabole generatrice de l'entonnoir seroit dans le fonds de l'entonnoir ; car les actions de la charge étant toujours égales, seront circulaires contre tous les rayons du terrein qui leur resiste : or les enfoncemens seront dans la raison inverse des resistances ; & parceque les resistances des poids sont infinies du côté du centre de la terre, la poudre n'y agira plus que contre la resistance de la compression des parties du terrein : l'on voit que si le terrein n'est pas homogéne, c'est-à-dire que les parties ayent plus de tenacité dans un endroit que dans l'autre, ou que les compressions soient plus faciles dans un endroit que dans l'autre, la figure du fourneau variera pour lors ; voilà ce qui a donné lieu à toutes les contestations des Mineurs, sur la nature & la figure de l'entonnoir d'une mine, parceque ces entonnoirs ne sont pas toujours dans le même rapport ; & par conséquent leurs figures ne sont pas semblables. M. DE VALLIERE Directeur General des Ecoles de l'Artillerie de France, est le premier qui s'est apperçû que les fourneaux formoient par l'excavation du terrein, des entonnoirs de la figure d'un paraboloïde ; ce qui doit en effet toujours arriver necessairement en des terres d'une resistance homogéne, soit par leurs tenacité & densité comme par leur compression ; ce que je démontre ainsi.

De quelque figure que soit l'excavation de l'entonnoir, (*Fig.* 30[e].) il est toujours sûr que la force de l'inflammation de la chambre doit être représentée par le cone A M N, puisque toutes les terres renfermées dans ce cone ne peuvent resister (76) : si la force de l'inflammation est représentée par ce cone, les forces diminuantes de ses extensions seront visiblement représentées par des cones moindres : par exemple le cone P M Q représentera la force de l'extension dans le second instant, R M V représentera la

force de l'extenſion dans le troiſiéme inſtant, ainſi des autres: maintenant les forces des differentes extenſions ſont entr'elles en raiſon inverſe doublée des eſpaces qu'elles parcourent; il ne s'agit donc que de trouver des eſpaces qui ſont en raiſon inverſe ſoudoublée des cones PMQ, RMV; & c'eſt ce que nous allons faire: les baſes des cones ſont des cercles qui ſont entr'eux comme les quarrés de leurs hauteurs *6m, 5m, 4m,* puiſque les diamétres de ces cercles ſont entr'eux comme leurs hauteurs; & ſi nous prenons des paraboloïdes faits ſur les mêmes hauteurs, les baſes de ces paraboloïdes ſeront des cercles qui ſeront comme leurs hauteurs, parceque les diamétres des cercles par la proprieté de la parabole ſeront comme les racines de ces hauteurs: donc les cercles élementaires du grand cone AMN, ſeront entr'eux en raiſon doublée des cercles élementaires du paraboloïde BMC; il en ſera de même des cercles élémentaires des autres cones à l'égard des cercles élémentaires des paraboloïdes correſpondans: donc les paraboloïdes BMC, DMK, &c. ſeront en raiſon ſoudoublée des cones AMN, PMQ, &c; & par conſéquent ſi l'on prend les paraboloïdes inverſément, à commencer par le plus petit vers le ſommet M, ils ſeront entr'eux en raiſon ſoudoublée inverſe des cones pris directement, c'eſt-à-dire à commencer par le plus grand AMN; donc les paraboloïdes pris inverſément, doivent repréſenter les eſpaces des differentes extenſions, puiſque les eſpaces ſont en raiſon ſoudoublée inverſe des forces qui ſont exprimées par les cones C. Q. F. D.

Formule $l^3 \times \frac{1}{4} l$, qui exprime les forces totales d'un Fourneau d'une Mine.

(77) Pour trouver la ſomme des forces, il n'y a qu'à conſiderer que les cones qui expriment les forces ſont entr'eux comme les cubes de leurs hauteurs; c'eſt-à-dire en commençant par le ſommet comme les cubes de la ſuite infinie des nombres naturels 0 1 2 3 4 &c. or il eſt démontré que la ſomme d'une telle ſuite eſt au dernier plus grand cube multiplié par le nombre des termes, qui eſt ici repréſenté par le plus grand axe *6m,* qui eſt la ligne de moindre reſiſtance comme 1, à 4: nommant donc L la ligne de moindre reſiſtance, le plus grand cone ſera l^3; & par conſéquent la ſomme des cones, ou des forces qu'ils repréſentent, ſera $l^3 \times \frac{1}{4} l$; d'où il ſuit que ſi les cones qui expriment les forces

correſpondantes aux lignes équilibrantes AM de différens fourneaux ſont ſemblables, leur éfort total ſera exprimable par $\frac{l^4}{4}$.

Ce que nous venons de dire dans la démonſtration que nous venons de faire ſuppoſe deux choſes : 1°. Que la force de la charge des fourneaux agiſſe toute dans un ſeul point O, (*Fig.* 31e.) qui eſt ſon centre, de même qu'on ſuppoſe dans la Mécanique que les péſanteurs des differentes parties d'un même corps ſoient toutes réunies au centre de gravité de ce corps : 2°. Que toutes les terres qui ſont autour de ce centre, & qui ne ſont pas compriſes dans ce cone, reſiſtent invinciblement à l'effet de la poudre qui tend à les comprimer ; mais l'une & l'autre de ces ſuppoſitions ne ſont pas vraies à la rigueur ; ainſi nous allons examiner ce qui doit arriver dans la réalité du fait, lorſque les terres environnantes de l'entonnoir ſont capables de compreſſion, & qu'elles cédent au frottement de la flâme.

Faiſons d'abord abſtraction de l'effet de la poudre vers les parties M oppoſées à la ligne de moindre reſiſtance, & examinons d'abord l'effet qu'elle doit faire à cauſe de l'étenduë de ſon fourneau ; ſoit le fourneau A B C D, dont la baſe eſt rectangulaire, & dont le centre eſt le point O, & dont la ligne de moindre reſiſtance eſt OP : ſi la force de ſon inflammation étoit toute reduite au centre O, cette premiere force ſeroit exprimée par le cone ORS, en ſuppoſant que les lignes OR, OS, ſont les rayons équilibrans ; mais comme toute cette poudre agit dans toute l'étenduë de ſa chambre, & qu'elle remuë les terres des côtés (car nous faiſons abſtraction du fonds) : ſuppoſons que ſon effet agiſſe de droit à gauche, juſqu'en E & en F, je méne de E & de F les droites ER, FS, qui forment un cone tronqué EF, SR, leſquels repréſentent les terres que la premiere force de l'inflammation faite dans le fourneau AC peut enlever ; car il eſt viſible qu'elle ne peut agir ſur les terres qui ſont au-delà des points R vers V, & de S vers V, à cauſe des rayons OR, OS, qui lui ſont équilibrans ; or à meſure que cette premiere inflammation s'étendra, les forces de ſes extenſions diminueront dans la même raiſon des cones tronqués EFN*n*, EFX*x*, &c ; & comme les eſpaces correſpondans à la premiere inflammation, & à ſes extenſions, doivent être en raiſon inverſe ſoûdoublée des forces de ſes extenſions ; je dis que les paraboloïdes tronqués HL, SR, HLT*t*, HLZ*z*, &c. étant pris inverſement, ſeront en raiſon ſoudoublée inverſe des cones tronqués ;

& par conséquent en raison des espaces correspondans aux forces; car on démontrera toujours que les cercles élémentaires de ces paraboloïdes seront en raison soudoublée des cercles élémentaires des cones tronqués correspondans; & que par conséquent les paraboloïdes tronqués pris inversement, seront en raison soûdoublée inverse des cones tronqués pris directement, c'est-à-dire des forces : Venons maintenant aux effets de la premiere inflammation de la chambre sur les terres du fonds de l'entonnoir : il est constant que cet effet ne sçauroit être déterminé à la rigueur : ce que l'on peut dire c'est, que la compression qu'elle fait sur ces terres est peu considerable, tant à cause de la grandeur immense des rayons resistans, que parceque ordinairement les terres viennent plus compactes à mesure qu'elles sont plus éloignées de la surface du terrein ; & quoiqu'il paroisse d'abord qu'on puisse juger du terrein par la noirceur des terres qu'on trouve dans le fond de l'entonnoir après que la mine a joué, il peut bien se faire que la poudre n'ait pas penetré si avant, & que les premieres terres brûlées ayent ensuite noirci les autres : ce que l'on peut assurer sur cet éfort qui se fait contre le fond de l'entonnoir, c'est qu'il est toujours au préjudice de celui qui se fait contre le paraboloïde tronqué du reste de cet entonnoir; car plus cet espace en dessous du fourneau sera grand, & moins les compressions de la poudre enflammée seront grandes; & outre cela les reactions des inflammations seront moindres; plus au contraire le fonds de l'entonnoir resistera, & plus la reaction des ressorts des balons enflammés sera grande contre le paraboloïde tronqué, & outre cela l'espace sera moindre; & par conséquent la poudre agira avec une plus grande compression contre le reste de l'entonnoir, & avec une plus grande force de ressort; d'où il suit évidemment qu'on ne sçauroit trop affermir le fond DC du fourneau AC, afin que la resistance de ce fond augmente la force du fourneau, contre la surface de l'entonnoir & contre sa base.

Si je nomme p le poids de l'escavation du fourneau, i la vitesse initiale avec laquelle les materiaux en sont enlevés, t la tenacité du terrein qui resiste à l'éfort de la poudre.

Cette force totale de l'inflammation dans un fourneau sera exprimable par $\frac{a^3ul}{4}$ ou par $\frac{l^4}{4}$: au lieu du plus grand cone l^3 qui répond à la plus grande force a^3u de la poudre dans l'état de sa premiere inflammation qui est dans sa plus grande compression ;

ſi je prends a^3u qui en fait auſſi généralement l'expreſſion, on aura $\frac{a^3ul}{4} = ipt$, puiſque la cauſe $\frac{a^3ul}{4}$ peut être priſe pour l'effet ipt; mais en ſuppoſant que la chambre du fourneau fût ſphérique, on auroit $a^3u = a^4$, & $\frac{a^3ul}{4} = \frac{a^4l}{4} = ipt$: donc ſi je fais $l = a^2$ le paraboloïde p qui eſt en raiſon ſoûdoublée de la force a^4 ſera évidemment exprimable par aa; ce qui nous indique qu'en faiſant les chambres des fourneaux ſphériques, ou cubiques, la ſolidité de l'eſcavation ſeroit en raiſon doublée de leur calibre a: donc en mettant aa à la place de p dans la formule précédente, on aura $a\,l = iaat$: donc $aal = it$: il reſulte de-là que la force de l'inflammation d'un fourneau s'employe plus pour vaincre la tenacité du terrein, & pour lui donner une viteſſe, qu'elle ne s'employe contre le poids du terrein.

Il reſulte auſſi que les viteſſes & les tenacités du terrein de l'entonnoir des fourneaux ſont entr'elles dans une raiſon compoſée de deux autres, dont la premiere eſt directe compoſée des trois grandeurs ſuivantes : 1°. De la racine a des quantités de poudre : 2°. De la viteſſe u de leurs inflammations : 3°. De la ligne de moindre reſiſtance l; la ſeconde de ces deux raiſons eſt l'inverſe des viteſſes ou des denſités ; car $\frac{aul}{d} = i$ $\frac{aul}{i} = d$: donc plus les tenacités des terres ſeront grandes, moins elles auront de viteſſe ; moins les tenacités des terres de l'entonnoir ſeront grandes, & plus elles auront de viteſſe avec une même charge de fourneau, & avec une même ligne de moindre reſiſtance.

Suppoſons $i = 0$; ce qui arrive lorſque le fourneau ne fait que marquer l'entonnoir, parceque la charge de poudre ne fait qu'un éfort total capable de vaincre, & la denſité, & le poids du terrein : donc $aul = t \times 0 = t$, puiſque o ne multiplie point.

Suppoſons $t = 0$: donc $aul = i \times 0 = i$.

De même ſi dans une chambre ſphérique de poudre a^3 j'exprime la force totale de l'inflammation par a^3ul: de ſorte que néanmoins $a^3u = ll$ (66) au lieu de l^3 ; ſi je nomme p le poids du boulet, i la viteſſe initiale, r ſon frottement dans la volée, & ſon retardement par la reſiſtance de l'air ; en un mot tous les obſtacles qui le retardent, j'aurois $a^3ul = ipr$, en prenant la cauſe a^3ul pour l'effet ipr : ſuppoſons que la quantité a^3 de poudre ſoit proportionnelle au poids du boulet, j'aurai a^3ul, ou $a^4l = ia^3r$: donc $al = ir$: donc $\frac{al}{i} = r$ & $\frac{al}{r} = i$: ce qui m'indique

que si je divise ce produit du calibre de la piéce & de sa longueur, par la racine quarrée de la distance où le boulet est parvenu sous chaque élévation, j'aurai l'exposant ou le rapport de l'obstacle qui l'a retardé.

Lorsque la charge de poudre sera précisément en équilibre avec le poids du mobile, j'aurai $a^3ul = p$; car pour lors les deux forces seront égales : donc $\frac{p}{ul} = a^3$: ce qui m'indique qu'en divisant le poids d'un mobile quel qu'il soit par le produit ul, qui est celui de la vitesse d'inflammation, & de l'axe de la piéce, j'aurai le rapport de la quantité de poudre enflammée qui est en équilibre avec le mobile.

Si je fais $u = \sqrt[3]{a^3} = a$, en supposant que cette poudre soit dans une chambre sphérique, j'aurai $\frac{p}{ul} = a^3$, ou $\frac{p}{l} = a^4$, d'où il est facile de tirer le rapport a^3 de la quantité de poudre enflammée qui est en équilibre précisément avec le poids du mobile.

De même si l'on veut trouver le mobile qui seroit en équilibre avec la charge déterminée d'une piéce on aura $a^3ul = p$: de sorte que si la chambre est sphérique, on aura $a^4l = p$: à présent si l'on prend an pour l'expression de la longueur l de la piéce, c'est-à-dire le nombre n des calibres a qu'elle contient, on aura $a^5n = p$: donc si le poids du boulet est proportionnel à la quantité de poudre, & que l'on veuille trouver le rapport du poids équilibrant à la charge de poudre, il faudroit multiplier le poids par aan, c'est-à-dire par le produit du calibre & de la longueur de la piéce.

Si les charges sont plus grandes, & les lignes de moindre résistance sont les mêmes, la force de la premiere inflammation qui est exprimable par l^3 ou $a^3u = a^4$ (en supposant sphérique la chambre du fourneau), étant en raison doublée de l'espace, ou de l'escavation de l'entonnoir, cette escavation sera exprimable par aa, d'où il suit qu'elle croîtra à mesure que l'axe de la chambre de la poudre du fourneau croîtra, comme on le démontrera encore dans le paragraphe suivant.

Les espaces des entonnoirs, ou les poids des terres en les supposant homogénes, ne seront pas dans la raison des quantités de poudre, en supposant que les chambres soient cubiques ou sphériques ; car si je nomme a^3 la quantité de poudre, aa sera le quarré de son calibre, & puisque ce quarré fait l'expression de la solidité

du paraboloïde, il eſt évident que a^3 & aa, ne ſçauroient être dans un même rapport.

Si les terres ne ſont pas homogénes, on voit qu'on ne ſçauroit déterminer la charge des fourneaux, ni leur figure ; car à meſure qu'elles feront plus comprimables d'un côté que de l'autre, les côtés des entonnoirs feront plus concaves d'un côté que de l'autre, & à meſure que les terres ne feront point liées, & que la poudre enflammée pourra s'exhaler au travers des vuides, les éforts feront de moindres effets : on trouvera l'application de ces principes généraux dans le ſecond Volume, où l'on donnera une pratique de ce qui concerne les mines.

Si l'on fait deux ou pluſieurs fourneaux à côté l'un de l'autre dans un même, ou dans de differens niveaux, la ſomme des entonnoirs peut être de differente figure à l'infini ; car la ſolidité de cet entonnoir ſera compoſée de pluſieurs autres entonnoirs qui feront tous d'une figure homogéne ou étherogéne entr'eux, à meſure que les inflammations agiront plus ou moins totalement par les oppoſitions, ou par les ſecours qu'elles ſe donneront mutuellement entr'elles ; ce qui eſt évident ; car un fourneau peut être évanté par le jeu d'un autre qui l'aura précedé : de même deux fourneaux peuvent agir enſemble, & vaincre la reſiſtance de la tenacité qui leur eſt commune avec beaucoup plus de force : il peut encore ſe faire que par la diſpoſition des traînées, & par l'emplacement des fourneaux, auſſi bien que par la quantité des charges, un fourneau ait ébranlé ſeulement la terre de l'entonnoir, & qu'immediatement après un autre fourneau qui joue n'ayant plus que la péſanteur à vaincre, faſſe un effet beaucoup plus grand par rapport à ſon rayon de moindre reſiſtance, & par rapport à ſa charge de poudre.

On pourroit ſur ces réflexions donner pluſieurs pratiques pour agrandir les entonnoirs des mines, en faiſant l'application de ces principes généraux à la conſtruction des fourneaux, & à la conduite des mines.

Quoique la force totale de la poudre enflammée dans ſon premier état de ſa plus grande compreſſion dans le fourneau d'une mine ſoit exprimable par a^2u, ou par l^3, & que l'eſpace de l'entonnoir ſoit exprimable par $\sqrt{l^3} = aa$ (en ſuppoſant la chambre ſphérique ou cubique de ſorte que $a = u$) ; cependant l'on peut concevoir une infinité de paraboloïdes qui auront tous la même ligne de moindre reſiſtance pour leur axe, & dont les baſes feront differentes

differentes par la difference des rayons des entonnoirs, lesquels paraboloïdes exprimeront l'espace ou la solidité de l'entonnoir avec cette même quantité a^3 de poudre; car à mesure que la tenacité sera plus grande, le rayon de l'entonnoir sera moindre; ce qui n'empêche pas néanmoins que les paraboloïdes, ou les entonnoirs des fourneaux ne soient dans la raison soûdoublée aa des forces $a^4 = l^3$.

Puisque la force de la poudre dans un fourneau est exprimable par l^3 dans l'état de sa plus grande compression, au lieu qu'elle est exprimable dans une piéce à chambre sphérique par ll, (66) il suit évidemment que ces deux forces sont l'une à l'autre comme a^3, aa ou comme $a, 1$; c'est-à-dire que la force de la même quantité a^3 de poudre dans un fourneau est plus grande que celle de cette même quantité dans une piéce dans la raison de son calibre ou de sa racine cubique a, à l'unité 1, supposé que la chambre qui contient la quantité a^3 de poudre fût sphérique ou cubique ou cilindrique.

L'on peut même concevoir que sans troubler ce rapport a^3, aa ou a, 1, les forces de la poudre enflammée dans les fourneaux soient entr'elles équimultiples ou équisoûmultiples de n, de sorte que a^3n, $A^3n :: a^3$, A^3 aan, $AAn :: aa$, AA; ou bien $\frac{a^3}{n}$ $\frac{A^3}{n} :: a^3$, A^3, &c.

Il est très difficile, pour ne pas dire impossible, de déterminer la figure des entonnoirs, leurs solidités & leurs rayons, puisque cela dépend de la tenacité & compression des materiaux, & de plusieurs autres circonstances qui peuvent en varier les figures de plusieurs maniéres à l'infini.

La pratique qu'on suit ordinairement pour regler la charge des fourneaux, est de supposer que le rayon de leur entonnoir est égal à la ligne de moindre resistance, & que la figure de l'escavation est un paraboloïde : on suppose encore que les quantités de poudre doivent être proportionnelles aux solidités des paraboloïdes.

De sorte qu'en supposant que les rayons des entonnoirs, sont égaux aux lignes de moindre resistance, on aura a^3, $A^3 :: l^3$, L^3; au lieu que nous venons de trouver pour ce rapport a^4, $A^4 :: l^3$, L^3 : ce qui donne une proportion bien differente, parce qu'on ne fait pas toutes les considerations qu'il faut faire sur toutes les circonstances necessaires qui peuvent varier ce rapport.

Comment les rayons des entonnoirs peuvent exceder leurs lignes de moindre resistance ; & pourquoi ils ne la peuvent exceder qu'à un certain point : Observations sur la charge des Fourneaux & sur l'élargissement des Entonnoirs.

(78) Les anciens Mineurs ont cru que les rayons des entonnoirs PS, ne pouvoient jamais surpasser la ligne de moindre resistance PO de quelque grandeur que fût la charge ; mais l'expérience & la raison même sont contraires à ce sentiment ; car si l'on augmente la quantité de la charge du fourneau sans l'approfondir d'avantage ; il est évident que la ligne de moindre resistance correspondante à cette charge, auroit fait un plus grand effet de l'aveu même des anciens Mineurs : Supposons donc que la premiere ait donné un rayon égal à sa ligne de moindre resistance ; il est encore évident que si j'enfonce la seconde charge : de sorte que chaque ligne de moindre resistance correspondante soit dans le rapport qu'elle doit avoir avec sa charge, le rayon de l'entonnoir que feroit cette charge, sera plus grand que celui de l'entonnoir qu'a donné la premiere charge, puisque ce rayon sera égal à sa ligne de moindre resistance laquelle est plus grande : Remettons donc la seconde charge à la place du premier fourneau, sa force équilibrante sera la même, puisque c'est la même charge ; donc son rayon équilibrant plus grand doit aussi donner (comme nous venons de le voir) un plus grand rayon d'entonnoir.

(79) Dès qu'il ne s'agit que de faire de grands entonnoirs, il résulte de-là qu'il n'y a qu'à s'approfondir le plus bas que l'on peut, & forcer de poudre autant qu'il est possible ; mais lorsqu'il est dangereux de faire crêver les fourneaux voisins, ou les galeries qui y conduisent, ou d'être incommodé par les matériaux à enlever, qui retombent aux environs de l'entonnoir, il faut proportionner la charge des fourneaux aux lignes de moindre resistance, en faisant des épreuves sur un terrein homogéne à celui qu'on veut miner selon la pratique ordinaire ; & pour lors on peut faire joüer plusieurs fourneaux l'un sur l'autre, sans que les éforts des premiers empêchent les effets des seconds fourneaux, qui feront sous les premiers. Mr. de Valliere nous a donné une Méthode à laquelle on ne peut rien ajouter ; & Mr. Belidor vient de nous promettre une Théorie sur les mines, de laquelle on doit esperer d'être satisfait. En attendant qu'il ait mis au jour son ouvrage, dont il

a déja annoncé le Programme, ceux qui feront curieux de voir le fiſtême de Mr. de Valliere, pour faire joüer plufieurs fourneaux, l'un deſſous l'autre, fans qu'ils s'empêchent les uns & les autres, le trouveront dans le Polibe de Mr. le Chevalier de Follard, ou dans le parfait Ingenieur de Mr. l'Abbé Deidier. Comme cet ouvrage doit être connu de tous ceux qui font profeſſion du Génie & de l'Artillerie, j'ai cru qu'il eût été inutile d'en faire ici la deſcription.

(80) J'ajoute feulement que puifque chaque charge (*Fig.* 32ᵉ.) a fa ligne AM de reſiſtance équilibrante, dès que ces lignes équilibrantes AM, GM, &c. aux charges M, feront de beaucoup plus grandes que les lignes 6M de moindre reſiſtance, lorſque l'inflammation fera arrivée au point 6, où elle arrive toujours plutôt qu'à un autre point du terrein dont la furface eſt un plan; puiſque fon éfort étant circulaire, il enlevera le terrein circulairemenr; & par conféquent le point 6, comme le plus proche, fera plutôt enlevé que la partie BD qui eſt plus éloignée : la poudre trouvant à s'exhaler au milieu de l'air, n'agira plus felon fa direction AM, où pour mieux dire GM; puifqu'elle la change à chaque inſtant, à meſure que la compreſſion diminuë, & les terres GDN, qui font déja minées, ne feronr pas totalement arrachées & enlevées de leurs entonnoirs : de forte qu'il reſtera une partie DBN, laquelle retombera felon fa moindre ou plus grande tenacité, & felon l'ébranlement qu'elle aura fouffert dans le tems du balancement de l'éfort de la charge contre la reſiſtance du poids des terres qu'elle tendoit à ébranler & à enlever ; ce qui fera que le rayon de l'entonnoir ne pourra furpaſſer qu'à un certain point la ligne 6M de moindre reſiſtance, quoique la force équilibrante AM de la charge foit beaucoup fupérieure à la ligue MQ hypotenufe du triangle ifocelle, & rectangle 6MQ, felon l'opinion commune des anciens Mineurs, qui croyoient la ligne 6Q toujours égale à la moindre reſiſtance 6M: c'eſt probablement la raifon pour laquelle on trouve ordinairement beaucoup de terre remuée dans le fonds des entonnoirs, que l'on croit être celle qui retombe perpendiculairement après l'éfort de la mine ; au deſſous de cette terre, lorſque le terrein eſt capable de compreſſion, on trouve ordinairement les terres noircies par la flâme de la poudre, & enfoncées au deſſous du centre du fourneau; ce qui confirme ce que nous venons d'établir (77).

(81) Pour élargir les entonnoirs (*Fig.* 33ᵉ.), & les faire de la

grandeur que l'on veut, foit qu'on n'ait pas de lignes de moindre refiftance affez grandes, parce qu'on ne peut pas s'enfoncer affez faute de terrein; foit qu'on veuille outre cela épargner la poudre qu'il faudroit pour la charge de ce fourneau, dont la ligne de moindre refiftance feroit égale au rayon des entonnoirs, laquelle charge feroit exhorbitante, lorfque les entonnoirs auront de grands rayons; au lieu de s'enfoncer fi profondement, il n'y a qu'à faire plufieurs fourneaux dont le centre foit éloigné un peu moins que ne porte leur ligne de moindre refiftance communes; car pour lors en faifant des communications de chaque fourneau à celui du centre, & donnant le feu par celui du centre, celui-ci communiqueroit précifément en même tems le feu à tous les autres; agiffans tous enfemble, ils enleveront tout le terrein qu'ils embraffent; lorfqu'on voudroit des entonnoirs d'un rayon d'une grandeur exceffive, & qu'il faudroit trop s'enfoncer, pour qu'une feule circonférence de fourneau puiffe fuffire avec cette ligne de moindre refiftance à faire l'entonnoir qu'on defire, il n'y auroit qu'à multiplier les circonférences des fourneaux, pour agrandir l'étenduë des cercles des entonnoirs; lorfqu'il y aura plus d'une circonference de fourneaux B comme C, pour que le feu du fourneau du centre communique en même tems le feu à toutes les autres circonférences à la fois; il n'y a qu'à faire plus groffes les traînées des boudins qui communiquent le feu à la feconde circonférence; de façon qu'elles foient confumées en même tems l'une que l'autre; s'il y avoit une troifiéme circonférence de fourneaux comme D, il faudroit proportionner les groffeurs des traînées AB, AC, AD, à leurs longueurs; de façon que les trois traînées foient précifément confumées en même tems (15).

Il peut arriver que l'excavation des fourneaux étant un paraboloïde; l'entonnoir total DD, ou CC, ou BB, qui comprend tous ces entonnoirs aura plufieurs inégalités dans fon fonds & fur fes bords; mais cela n'obfte en rien pour quelque effet qu'on veüille faire la mine; car fi c'eft pour faire fauter le terrein, toute la furface de l'entonnoir fautera également, comme fi l'on n'avoit fait qu'un fourneau, & que l'on fe fût approfondi de la moitié du diamétre de l'entonnoir; fi c'eft pour s'enterrer & profiter de l'excavation des entonnoirs, pour fe loger ou pour fe couvrir, ces inégalités du fond importent auffi peu, parce qu'il eft facile avec la fappe & la pioche de les applanir; lorfque les lignes de moindre refi-

ſtance de ces fourneaux feront d'une certaine grandeur, il arrivera un inconvenient, que le fourneau du centre joüera devant que tous les autres, par la longueur des traînées; & par conſéquent pourra ſouffler les terres qui ſont entre la circonférence de ſon entonnoir AM, & la circonférence des fourneaux B; ce qui pourroit en diminuer l'effet; car tous les autres fourneaux C, D, auſſi bien que les fourneaux B prendront toujours feu de cette façon préciſément en même tems, dès qu'on aura été éxact & attentif à proportionner leurs communications avec le fourneau du centre A; il n'y auroit qu'à faire le fourneau du centre plus petit, & au-deſſous de la force de la reſiſtance du terrein qu'il doit enlever, afin de retarder ſon effet & de le rendre nul; puiſque il ne feroit plus qu'une eſpece de reſervoir, ou d'amorce pour s'aſſurer de la communication égale à tous les fourneaux, & dans un tems préciſément égal; il n'y auroit que cette attention à avoir que la diſtance des fourneaux entr'eux de l'un à l'autre, auſſi bien que de celui du centre fût égale, & même un peu moindre que le diamétre de leurs entonnoirs.

Lorſqu'on voudroit faire joüer le fourneau du centre A, & qu'il n'y auroit qu'une circonférence de fourneaux B à l'entour, ſi on pouvoit laiſſer (ſans qu'il en arrivât aucun inconvenient) les canaux AB des communications vuides, & ſans poudre, & forcer de poudre le fourneau A, ſelon ce que nous avons établi, l'extenſion de la charge ſphérique du fourneau A, ſe feroit dans la raiſon de ſon axe; c'eſt-à-dire que la flâme s'étendroit par tout où elle auroit de vuide ſans reſiſtance au travers des canaux des communications à la diſtance de huit fois ſon diamétre de la charge tout au moins vers les points B, avec toute la viteſſe de ſon inflammation; d'où il ſuit évidemment que toutes les inflammations des fourneaux ſe feroient dans un même tems, quoi qu'un peu plus tard que celles des fourneaux du centre; mais lui ſeroient toujours coéxiſtantes devant qu'il eût achevé ſon effet.

L'on voit par cette méthode que l'inflammation des fourneaux B, feroit beaucoup plus prompte que ſi l'on rempliſſoit de poudre les canaux des communications AB, puiſque la viteſſe des inflammations des traînées AB, ſera dans la raiſon de leur calibre (15); or le calibre de la charge du fourneau du centre étant beaucoup plus grand que celui des traînées, il n'y a pas de doute que le feu ne fût plus vîte communiqué aux fourneaux B, par les extenſions des inflammations du fourneau A, que s'il leur étoit com-

muniqué par l'extenſion des traînées des canaux A, B; en multipliant ainſi les fourneaux, l'on voit combien il eſt facile d'agrandir les entonnoirs autant qu'on le veut, & auſſi combien cela épargne la poudre; puiſque ſi l'on faiſoit un ſeul fourneau, il faudroit s'enfoncer, ſelon les anciens Mineurs, à la profondeur des rayons des entonnoirs qu'on veut faire; & par conſéquent enlever le paraboloïde, qui auroit la même baſe que l'entonnoir total fait avec les fourneaux A & B, mais dont la hauteur ſeroit beaucoup plus grande; donc ce paraboloïde eût été beaucoup plus grand, & par conſéquent il eût fallu beaucoup plus de poudre pour la charge de ce ſeul fourneau, qu'il n'en faut pour la charge du fourneau A & des fourneaux B, puiſque les charges doivent être proportionnelles au fardeau qu'elles enlevent.

Au reſte de quelque figure que ſoit l'entonnoir d'une mine après l'effet de ſon fourneau, il importe peu pour la pratique qu'il ſoit parabolique ou conique, puiſque ceux qui le tiennent conique dans leurs expériences, ont été obligés d'ajouter $\frac{1}{6}$ de la poudre à la charge qu'il faudroit pour l'enlevement de ce cone; & ceux au contraire qui croyent cet eſpace parabolique, n'ajoutent rien à la charge qu'il faudroit pour l'enlevement de ce paraboloïde; ce qui revient au même, parceque en ſuppoſant l'entonnoir paraboloïde, on ſuppoſe la quantité du terrein qu'il faut enlever plus grande d $\frac{1}{6}$ e partie, que ſi cet entonnoir étoit d'une figure conique, & qu'il eût même baſe & même hauteur du paraboloïde, comme cela eſt évident par la *Geométrie*, ainſi que le remarque fort bien Mr. l'Abbé Deidier dans le parfait Ingenieur. Mais il importe beaucoup de connoître l'étenduë des rayons des entonnoirs à meſure qu'on enfonce les fourneaux, & qu'on les force de poudre; & cela pour deux raiſons: la premiere c'eſt, que l'on peut s'en ſervir utilement contre les mines des Ennemis, en forçant de poudre, afin que par les éforts collateraux des fourneaux on puiſſe faire crêver les galleries & les ſoûterreins de l'Ennemi, & quelquefois même faire joüer leurs propres mines lorſqu'elles ſont chargées, à leur deſavantage: en ſecond lieu, il ſeroit auſſi très-important de connoître cette étenduë pour ne pas endommager ſes propres ſoûterreins, & ſes propres fourneaux, que l'on ne voudroit pas encore faire joüer, lorſqu'on fait joüer une mine contre l'Ennemi.

Je n'ai établi que des principes generaux ſur la force de la poudre, ſans entrer dans le détail de ſa fabrication, parceque je re-

ſerve cette pratique pour le Volume ſuivant, où je parlerai des qualités des materiaux qui la compoſent, de leurs doſes, & des moyens de la perfectionner ; car il me paroît qu'on pourroit la rendre beaucoup plus prompte & plus forte.

L'on trouvera enſuite le rapport de ces charges que je déterminerai (conſéquemment à un coup d'épreuve) aux diſtances des buts qu'on ſe propoſe d'atteindre, & aux poids des mobiles ; comme je propoſe de faire toutes les chambres ſphériques ou cilindriques de la hauteur d'un ſeul calibre, toujours remplies de poudre, il ſera aſſez facile de donner des tables générales ſur la force de la poudre ; ce qui nous ſera d'une grande utilité.

Je déterminerai auſſi dans le ſecond Volume les dimenſions de nos piéces, faites ſelon le ſiſtême de cette Théorie, dont je ne donne qu'une ébauche dans celui-ci, après que je ſerai entré dans le détail de la fabrication de la poudre, de la fonte des métaux, de leurs alliages que cela ſuppoſe. Il reſulte néanmoins de tout ce que je viens d'établir dans cette premiere Partie, que de quelque force que ſoit la poudre, il ſera très difficile de déterminer les dimenſions de nos piéces, auſſi bien que leurs charges à proportion du poids des mobiles & des éloignemens des buts qu'on ſe propoſe d'atteindre, tandis que les inflammations d'une même quantité varieront, par rapport à la longueur des axes des chambres qu'elles auront à parcourir.

Si la nature obſervoit dans ſes opérations une proportion mathématique, on pourroit à force d'expériences & de raiſonnement en combiner les effets ; mais mille accidens imprevus les peuvent varier : il eſt comme impoſſible de les pouvoir tous conſiderer : de ſorte que ce ſeroit un prodige ſi l'on pouvoit arriver à la derniere préciſion. Il faut nous regler ſur les bornes de l'eſprit humain, & des lumiéres qu'il a plû à Dieu de nous donner, en tachant de les rendre utiles autant qu'il veut bien le permettre.

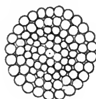
On tireroit un grand avantage de ſe ſervir des Machines de traits des Anciens pour inquieter l'Ennemi.

(82) Seminiovuski, Perrault, Blondel, Meſſieurs Belidor, le Chevalier de Folard & Bigot, ont eu raiſon de propoſer après Vitruve des machines de traits, à l'exemple des Anciens pour le jet des bombes, & des pierres à la place des mortiers, eu égard aux variations & accidens continuels des inflammations qui don-

nent rarement les mêmes portées, malgré toutes les précautions qu'on prend à charger également; quoiqu'il ne soit pas prudent de s'en dépourvoir tout-à-fait, eu égard aux inconveniens ausquels sont sujettes aussi les machines de traits qu'on pourroit faire, lesquelles également seroient dérangées par l'alteration du tems (selon l'humidité, la sécheresse, & la chaleur qui dérangeroient les ressorts ou les cordes des arcs), selon les machines dont on se serviroit: au lieu que les mortiers souffrent bien à la verité des variations par ces mêmes accidens, mais n'en sont pas dérangés pour cela, & ne laissent pas d'être d'un bon service; cependant cela n'empêcheroit point tout au moins que l'on ne pût se servir très utilement de ces sortes de machines pour harceler l'Ennemi, par un déluge continuel de pierres, de feux d'artifices, & d'autres fardeaux capables de l'inquiéter, d'écraser ses batteries, ses édifices & ses magasins, sans qu'il en coutât autant qu'il en coute avec les mortiers; car ces machines ne sont point embarrassantes à transporter, & peuvent servir dans toute sorte de terrein, & jetter toutes sortes de fardeaux; l'on épargneroit donc les transports de cette grande quantité de mortiers, & les voitures destinées à leurs charois, seroient plus utilement employées à porter une grosse quantité de poudre, pour augmenter le feu des autres piéces contre l'Ennemi, & sur tout à faire des fourneaux avec des charges forcées, quand il s'agiroit de rendre inutiles ceux d'une place contreminée qu'on assiége: d'ailleurs ces machines dans un tems temperé seroient beaucoup plus justes que les mortiers; puisque pour lors on éviteroit toutes les variations causées, par les inégalités des inflammations, par l'évasement des mortiers, les défauts des calibres, des bombes, & les dérangemens des affuts qui sont très considerables; il n'y auroit plus qu'à avoir égard aux resistances de l'air, en changeant les poids des mobiles, ou les élévations des machines, ainsi que nous l'allons faire voir dans la seconde Partie de cet Ouvrage.

Fin de la premiere Partie.

THEORIE


Fig. 2.e

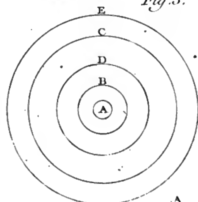
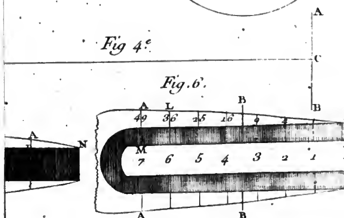
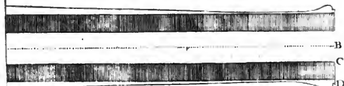

Fig. 3.e
E
C
D
B
A

Fig 4.e


A
C
B
Fig. 6.
A
L
B
49
36
25
16
9
4
M
7
6
5
4
3
2
1
A
N
A
B


B
C
D


F
Fig. 7.
C
B
A
Fig. 9.

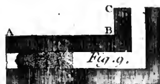




Fig. 11.



Fig. 15.

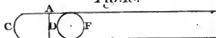


Fig. 14.

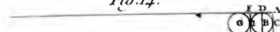


Fig. 17.





Fig. 18.

Fig. 19.



Fig. 20.

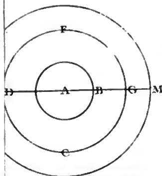
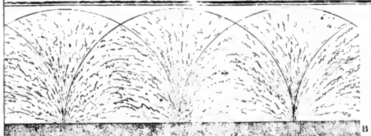
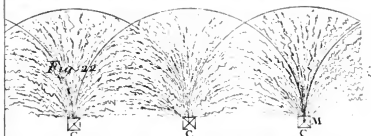


Fig. 21.

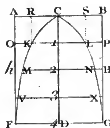


2

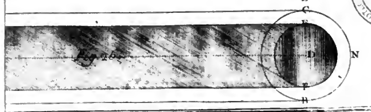

B

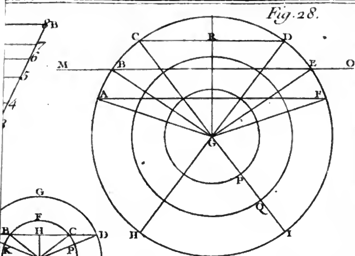

Fig. 22
C
C
C
M

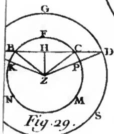

F
F
F
F
G
G
G
Fig. 23.

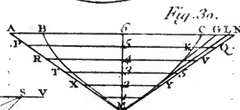

A
R
C
S
B
O
K
L
P
h
M
N
H
V
X
F
D
G
Fig. 25.

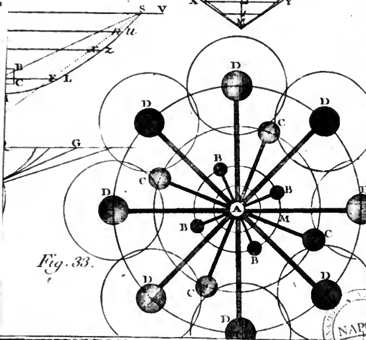

D
Fig. 26.
E


C
D
N
B


Fig. 28.
C
R
D
M
B
E
O
A
F
G
P
Q
H
I
8
B
7
6
5
4


G
F
B
H
C
D
K
P
Z
N
M
S
Fig. 29.


Fig. 30.
A
B
6
C
G
L
N
P
5
K
Q
R
4
V
T
3
5
X
2
Y
1
M


S
V
u
z
B
C
L
G
D
C
B
A
M
Fig. 33.



THEORIE NOUVELLE
SUR
LE MECANISME DE L'ARTILLERIE.



SECONDE PARTIE, SUR LES PROJECTIONS.

DANS laquelle on examine la nature du Mouvement, la Courbe des Projections des Mobiles par une Méthode nouvelle, où l'on donne le moyen de faire de nouvelles Tables pour les jets sur des objets, tant au niveau de la Batterie, qu'au dessus ou au dessous de son niveau, par les Projections élevées, horisontales ou abaissées, selon l'Hypotése de Galilée dans le vuide, & selon une nouvelle Hypotése differente de celle de Galilée dans le plein, avec un instrument nouveau, & veritablement universel pour ajuster les tirs de toutes sortes d'Armes à Feu.



LA maniere d'examiner les sujets que l'on traite, en fait ordinairement toute la clarté, & l'obscurité; souvent les recherches que l'on fait dans les Sciences, ne sont difficiles que pour avoir voulu trop élever la matiére, & pour les avoir faites d'une maniére élégante, comme si un Ouvrage ne faisoit honneur à son Auteur, qu'autant qu'il suppose des connoissances préliminaires plus profondes, & plus abstraites; l'on a cherché les principes de l'art du

jet des bombes dans les sections coniques; & c'est en cela qu'on l'a rendu difficile, par une étude assez penible qu'on est obligé d'en faire, & qu'on l'a rendu obscur, dès que l'on sort du cas des projections élévées sur un but au niveau de la batterie; & dans ce cas-là uniquement trouvant une plus grande facilité; on a voulu assujetir l'usage à une regle généralement universelle; on s'est d'abord formé des suppositions sur lesquelles on pouvoit fonder veritablement tout l'art du jet des bombes: on a d'abord supposé que les corps jettés étoient sans frottement, sans resistance de l'air; & que par conséquent la force de leurs impulsions étoit égale, reguliére & perpetuelle: de sorte que si leur gravité ne les approchoit pas du centre de la terre, le moindre mouvement seroit perpetuel, & capable de les jetter à une distance infinie, dès qu'ils seroient en mouvement; on a encore supposé que leur gravité les approchoit de l'horison dans la raison des quarrés des instans que les corps employent à tomber pendant leur mouvement, & que l'impulsion les éloignoit du point des batteries le long de leurs lignes de direction, dans une progression continuë arithmétique des mêmes instans: de sorte que les quarrés des distances, ou des instans (puisqu'ils sont dans la même raison), étant dans la raison des espaces parcourus par la gravité dans leurs chûtes, la ligne de projection seroit parfaitement parabolique, *puisqu'elle auroit les proprietés d'une courbe qu'on nomme parabole*, & delà on a pû conclure incontestablement que les amplitudes des paraboles des projections d'une même force, sous toutes sortes d'élévations, étant dans la raison des Sinus, des arcs doubles des élévations, les distances horisontales, où la bombe tomboit sur l'horison, étoient dans la même raison; c'est sur ce fondement que Galilée, Torricelli, Blondel, & Mr. Belidor, ont formé des tables qui sont assez approchantes de la justesse, dans les projections approchantes de l'élévation de 45 degrés; mais l'expérience ne s'assujetissant point à nos idées, & la nature n'ayant pas un si grand goût pour la regularité dans son mouvement, tous ces calculs se sont souvent trouvés faux dans les projections horisontales ou abaissées, ou dans celles qui sont fort peu ou beaucoup élévées.

On s'en est à la verité apperçu; mais la facilité de cette hypotése a prévalu: on a bien opposé à Blondel que la resistance de l'air devoit interrompre cette regularité, & que ces deux mouvemens mélangés ne pouvant agir uniformément, devoient alterer

en quelque chose leurs proportions ; mais l'on s'est contenté de part & d'autre d'objecter & de répondre avec élegance, sans en venir à une veritable conviction, & l'on a suivi jusqu'à présent le même sistême.

SECTION PREMIERE,

De l'Hypotése de Galilée sur les Projections, en supposant le mouvement d'impulsion égal perpetuel, & sans affoiblissement.

CHAPITRE PREMIER;

Des portées horisontales en tirant sur des objets qui sont au niveau des Batteries.

PUISQUE l'impulsion qui chasse le corps A vers M, (*Fig.* 34[e].) ne diminue point, tandis que la gravité le précipite de A vers F, pour qu'il aille tomber au point B, il faut que la force qui chasse ce corps de A vers M, soit capable de lui faire parcourir l'espace AM; qu'il parcourroit si sa gravité ne l'entraînoit vers F, dans le même tems précisément que la gravité du corps A employeroit pour tomber de A vers F, supposé qu'on le laissât tomber librement abandonné à la seule action de sa gravité qu'il a au point A, & qu'il n'eût aucune direction qui le portât contre le point M, ces deux forces d'impulsion & de gravité unies ensemble, lui feront parcourir la courbe A G B, *selon la Mécanique*, dans le même tems que l'impulsion seule lui eût fait parcourir AM, où la gravité seule lui eût fait parcourir A F; supposons qu'il parcoure en 5 instans la ligne A M horisontale; il parcourra aussi en 5 instans la ligne verticale A F ou M B; au premier instant, il parcourra l'espace A I, par l'impulsion, l'espace I I, par sa gravité; au second instant il aura parcouru l'espace A2 par son impulsion, & par sa gravité 2 2 ; au troisiéme instant l'espace A3 par l'impulsion, & l'espace 3. 3 par sa gravité; au quatriéme instant A4 par l'impulsion, & l'espace 4. 4 par la gravité ; & au dernier instant il aura enfin parcouru tout l'espace A M par l'impulsion, & tout l'espace A F, ou M B par sa gravité : dans cette supposition les espaces

A. I : 1. 2 : 2. 3 : 3. 4 : 4 M, sont toujours égaux entr'eux; puisque le mouvement d'impulsion est toujours égal, & les espaces 1. 1 : 2. 2 : 3. 3 : 4. 4 : M B, sont dans la raison des quarrés des nombres des instans; à sçavoir au premier instant 1; au second instant 4; au troisiéme 9; au quatriéme 16, & au cinquiéme & dernier 25; ce que l'on a reconnu par l'expérience, & ce que l'on appuye par de bonnes raisons.

Le corps A peut être infiniment grand, ou infiniment petit; & par conséquent peut parcourir par sa gravité des espaces 1. 1 au premier instant de sa chûte, ou plus grands, ou moindres, dans une raison qui nous est cependant inconnuë; mais nous sçavons par l'expérience que tous les autres espaces, dans tous les instans suivans de sa chûte, seront dans la raison des nombres qui expriment les quarrés des instans qu'il employe à tomber (c'est-à-dire des nombres naturels 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 &c.); par Z vitesse de la gravité spécifique de chaque corps, dans le premier instant de sa chûte, que je nomme Z; nous avons 25 Z pour l'espace parcouru M B dans 5 instans, qui est le produit de 1 Z par 25.

La force de l'impulsion contre le corps A, peut être aussi infiniment grande, ou infiniment petite; & par conséquent les espaces A1 : A2 : A3 &c. infiniment grands ou infiniment petits; parceque nous avons besoin de comparer ces deux vitesses ensemble (puisque l'art consiste en cela, comme nous le verrons) nous supposons que la vitesse de la gravité, dans le premier instant de la chûte est moindre que celle de l'impulsion, sans quoi le corps A, ne sçauroit s'élever au-dessus de l'horison, & resisteroit toujours par sa pésanteur à cette force d'impulsion; nous supposons donc que la vitesse de la gravité de chaque corps au premier instant, mesure la vitesse d'impulsion : de sorte que celle-ci sera triple, quatruple, millesime, &c. de celle-là; & parceque en augmentant la poudre dans les armes à feu, on augmente ordinairement, comme nous l'avons vû *dans la premiere Partie de cette Mécanique*, la vitesse d'impulsion; on peut supposer une vitesse infiniment au-dessus de celle de la gravité, sur tout des mobiles d'une petite pésanteur.

Si nous prenons un instant infiniment petit, nous aurons une vitesse infiniment moindre que celle de l'impulsion dans le premier instant; & par conséquent l'espace A I sera infiniment plus grand que l'espace I. I; ce que nous appellons le but en blanc.

Puisqu'on suppose le mouvement d'impulsion toujours égal &

ſans affoibliſſement ; le point A de la batterie étant infiniment élevé au-deſſus du point B, où le mobile s'arrête contre le but qui le retient ; l'eſpace AM ſeroit ſans doute infini ; mais à meſure que le point B ſera moins au-deſſous du niveau de la batterie A, comme B4 : B3 : B2 de la courbe AGB, les eſpaces AM, A4, A3, &c. ſeroient moindres ; parce que le mobile A parcourant un moindre eſpace 1 1 : 2 2 : 3 3 : &c. rencontrera plutôt la terre qui le retient, & termine ſa courſe, & par conſéquent ſera moins de tems en mouvement ; & parce que les diſtances A1, A2, A3, &c. ſont dans la raiſon des tems, plus le nombre des inſtans de la durée du mouvement ſera grand, plus les portées ſeront grandes ; & plus il ſera petit, & moins les portées ſeront grandes : toute la difficulté conſiſte donc à connoître le nombre des inſtans que le mobile employe, devant que la terre ou le but le retiennent, & terminent ſa courſe ſelon la differente direction de la piéce.

A meſure que nous élevons la piéce, de ſorte que la direction de ſa volée AM, (*Fig.* 35e.) forme un angle BAM, avec l'horiſontale, puiſque le mouvement eſt conſtant & ſans diminution dans cette hypotéſe ; la viteſſe d'impulſion AI ſera la même, puiſque la charge eſt la même, ſoit que la direction AM ſoit élevée, ou ſoit qu'elle ſoit horiſontale comme AB ; la viteſſe de la gravité 1. 1 ſera auſſi la même ſur l'inclinée AM, que ſur l'horiſontale AB, puiſqu'elle agit toujours ſelon la même direction perpendiculaire 1. 1, 2. 2, 3. 3, 4. 4, & par le même poids A ; donc les eſpaces A1, A2, A3, &c. ſeront les mêmes ſur la direction élevée AM, que ſur l'horiſontale AB, & les eſpaces correſpondans de chûte 1. 1, 2. 2, 3. 3, &c. ſeront auſſi les mêmes ſur la direction élevée AM, que ſur l'horiſontale AB.

Il ſuit que plus la direction AM, de la volée de la piéce ſera élevée, plus les eſpaces MB de chûte ſeront grands ; & par conſéquent le nombre des inſtans que le corps A employera à les parcourir ſera auſſi plus grand : l'on voit par là que le but de l'art conſiſteroit à trouver le nombre des inſtans que le corps A doit employer ſelon toutes les élévations, depuis zero à 90 degrés, devant que la terre au point B le retienne, ſoit que le point B ſoit de niveau avec la batterie A, ſoit qu'il ſoit plus bas, ou ſoit qu'il ſoit plus haut ; car plus cette derniere ligne de chûte ſera grande, plus les tems à la parcourir le ſeront auſſi ; & par conſéquent la diſtance horiſontale qui eſt dans cette raiſon des tems, le ſera auſſi.

Pour donner une idée plus distincte de ce mouvement & de la projection d'un mobile, sous toutes sortes de directions, & avec toutes sortes de vitesses; imaginons qu'une bombe ou un boulet A, (*Fig.* 36ᵉ.) de quel poids qu'il soit, soit enfilé dans une verge AG inflexible, d'une hauteur indéfinie, libre d'une façon qu'elle n'empêche point sa chûte perpendiculaire, causée par le mouvement acceleré de sa gravité, & qu'une force quelconque égale à celle de l'impulsion de la poudre la pousse parallelement à elle même de A vers M, tandis que la verge A G sera poussée vers 1, sur la direction horisontale AM : le poids tombera le long de la verge de l'espace 1. 1, tandis que l'impulsion la pousse de A vers 2, le boulet tombera le long de la verge A G de l'espace 2. 2, & lorsque la verge sera arrivée vers M, le boulet sera tombé le long de la verge AG de la hauteur MB : de sorte que si nous prennons tous les points infinis que le boulet a parcouru depuis A vers M, sur le plan vertical AMBG, ils formeront la courbe de projection A A *a a a a* B, veritablement parabolique; puis qu'elle parcourroit sur la direction AM des espaces A. 1 : 1. 2 : 2. 3 : &c. égaux à chaque instant, tandis que le boulet, où la bombe par sa gravité auroit parcouru à la fin de chaque instant le long de la verge AG, ou *a*G des espaces 1. 1 : 2. 2 : 3. 3 : &c. lesquels seroient dans la raison de 1. 4. 9. 16. &c. c'est-à-dire des quarrés des tems 1. 2. 3. &c. & par conséquent cette ligne de projection auroit les proprietés d'une courbe qu'on nomme parabole; il en est de même dans l'hypotése de Galilée, de tous les mobiles jettés par une arme à feu, & même de tout autre corps jetté par quelque puissance de quelque nature qu'elle soit; car l'impulsion de la poudre, ou de la puissance imprimée à ce mobile, le pousse toujours également, selon la même direction de A vers M, & la gravité n'étant jamais oisive l'emporte continuellement en bas vers G ou B.

Supposons qu'une puissance qui pousse la verge (*Fig.* 37ᵉ.) de A vers P, au lieu de la pousser horisontalement, la pousse par une direction inclinée, de sorte qu'elle soit toujours parallele à elle-même, la vitesse d'impulsion étant la même, ainsi qu'on le suppose; la verge sera emportée de A vers M sur l'inclinée AM, dans le même tems qu'elle a été auparavant emportée sur l'horisontale A P, puisque ces deux espaces AM, AP sont égaux, comme rayons d'un même cercle MDP : elle parcourra donc comme auparavant au premier instant le même espace A. I ; & le boulet le long

de la verge AG parcourra auſſi dans le même tems l'eſpace vertical 1. 1; dans le ſecond inſtant elle parcourra l'eſpace 1. 2 ſur la direction AM, tandis que le boulet parcourra l'eſpace 2. 2 le long de la verge ; au dernier inſtant la verge AG parcourra l'eſpace 5M ſur la ligne de direction AM, tandis que le boulet parcourra par ſa gravité le long de la verge MB, l'eſpace 6. 6 ou MB: de ſorte qu'elle aura parcouru l'inclinée AM, dans 6 inſtans, & le boulet en 6 inſtans aura auſſi parcouru la verge verticale BM, comme dans la direction horiſontale AM, (*Fig.* 36e.) ou comme dans la direction horiſontale AP de cette figure, où l'on voit que les eſpaces A. 1 : 1. 2 : 2. 3 : 3. 4 : &c. ſont préciſement les mêmes dans une direction horiſontale AP, comme dans l'autre AM, auſſi bien que les eſpaces 1. 1 : 2. 2 : 3. 3 : 4. 4 : &c.

Si nous prennons ſur le plan vertical A M B tous les points infinis que le boulet y a parcouru le long de la verge, tandis que l'extrêmité A de la verge AG, a été emportée le long de la direction AM, ils formeront une courbe A *q q q q q* B préciſément parabolique, comme la précédente A *a a a a a* B, (*Fig.* 36e.) ou A *a a a a* B de cette figure ; puiſque ce ſont les mêmes ordonnées préciſément A. 1, A. 2, A. 3, A. 4, &c. dans une direction comme dans l'autre, & les mêmes abciſſes 1. 1 : 2. 2 : &c.

Suppoſons à préſent que la viteſſe d'impulſion A1, (*Fig.* 38e.) ſoit centuple de la viteſſe 1 1 du premier moment de gravité au premier inſtant de la chûte du boulet ; nous aurons cette progreſſion ſur la ligne indéfinie AB, 100, 200, 300, 400, &c. & on aura ſur la verge, pour les eſpaces totaux parcourus par la gravité à la fin de chaque tems 1 : 4 : 9 : 16 : 25 : 36 : &c. parceque la viteſſe d'impulſion eſt centuple de celle de la gravité, *par hypotéſe* la verge élévera beaucoup plus le boulet, que le premier moment de ſa gravité ne l'abaiſſera au premier inſtant de ſa chûte ; car l'extrémité 1 de la verge qu'on éléve ſelon la direction AB, s'élevera de la ligne 1. 1M, & la gravité l'abaiſſera ſeulement de la ligne 1. 1; au ſecond inſtant la verge l'aura élevé de la ligne 2F ; & la gravité l'aura abaiſſée de la ligne 2. 4 ; au troiſiéme inſtant la verge s'élévera de la ligne 3 C, & la gravité abaiſſera le boulet de la ligne 3 9 ; au dernier inſtant la verge aura élevé le boulet de la ligne 6 G, & la gravité l'aura abaiſſé de la même 6 G, & pour lors le boulet s'arrêtera ſur le plan AG qui ſoutient la verge, & lequel s'oppoſe à ſon mouvement : mais ſi le boulet ne rencontre point là d'obſtacle, parce que le point A de batterie d'où il eſt parti,

eſt ſur une élévation O, & que le terrein ARP n'eſt pas horiſontal : pour lors ſi l'on ſuppoſe que la verge qui l'enfile eſt plus grande, & qu'elle eſt toujours pouſſée avec une même force contre B, le boulet continuera ſa courſe vers le point P, en deſſous du niveau A G; car la verge l'aura élevé de la ligne moindre DB, & la gravité l'aura abaiſſée de la ligne plus grande PB; il ſuivra toujours ſa route juſqu'à ce qu'un obſtacle le retienne & termine ſa courſe; le boulet aura donc parcouru autant de fois la ligne A. 1 ſur la direction AB, qu'il aura eu d'inſtans de mouvement : ſi au lieu que la puiſſance a élevé le boulet ou la verge ſelon la direction AB, elle l'eût élevé par la direction A N plus élevée, le boulet à chaque inſtant eût été élevé plus haut, & parceque ſa gravité ne l'auroit pas plus abaiſſé qu'auparavant, puiſque cette élévation ne change pas le poids ni la direction de la gravité, les eſpaces 1 M : 2 F : 3 C : &c. étant beaucoup plus grands, & les eſpaces au contraire 1. 1 : 2. 4 : 3. 9 : &c. étant les mêmes, le boulet eût par conſéquent rencontré plus tard l'obſtacle G ou P qui le retient & termine ſa courſe ; & par conſéquent le boulet eût cheminé, ou pour mieux dire le point A de la verge eût cheminé plus longtems ſur la direction A N, que ſur la ligne de la direction A B.

Que cherchons nous pour le jet des bombes, ou pour le tir de toutes ſortes d'armes à feu, & même de toutes ſortes de projections : l'on cherche l'élévation qu'il faut donner à la puiſſance motrice, pour que la courbe A 1 L G P, de la projection paſſe par le point quelconque, ou G, ou P, ou L du but qu'on ſe propoſe d'atteindre, dans quelque ſituation que ſe trouve ce point à l'égard de la batterie A : or ce point ſera toujours dans la verge à l'extrémité d'une ligne quelconque 1. 1, 2. 4, 3. 9, 4. 16, &c. des eſpaces que la gravité a fait parcourir au boulet le long de cette verge.

On conçoit d'abord que tandis que le boulet s'éleve à chaque inſtant par ſon impulſion d'un eſpace toujours égal à 1 M, & qu'au contraire l'eſpace 1. 1 que parcourt la gravité va toujours en augmentant, il arrivera que ces deux eſpaces ſeront égaux, & pour lors le boulet ceſſera de s'élever ; ces eſpaces 1. 1 : 2. 4 : 3. 9 : 4. 16 : &c. augmenteront toujours plus ; le boulet tombera toujours plus vîte vers le point horiſontal G, ou abaiſſé P, ou élevé L, juſqu'à ce que le but, ou un obſtacle quelconque, le retienne dans un de ces points ; on conçoit encore qu'il ſe fera une deſtruction de force

force entre la force d'impulsion $1m$ ou $1M$, & la gravité 1.1 ; de sorte que si nous supposons à présent $1m$ centuple de l'espace 11, parcouru pendant le premier instant de la chûte : si nous nommons z la vitesse du premier moment de gravité 1.1 nous aurons pour les espaces $1m$, $100z$, pour l'espace $2f$, $200z$, pour $3c$, $300z$, & pour les autres $400z$, $500z$, $600z$, &c. (& l'espace 1.1 parcouru par la gravité dans le premier instant étant égal à l'unité ou à z) l'on aura pour les espaces parcourus par la gravité dans tous les autres instans suivans $1:4:9:16:25:36$: &c. qui sont dans la suite des quarrés des nombres naturels, *par les Observations sur la gravité accelerée*, les espaces $1m$, $4f$, $9c$, c'est-à-dire les hauteurs ausquelles le boulet s'éleveroit réellement au-dessous de l'horisontale AG, à la fin de chaque tems déterminé, seront $100-1:200-4:300-9:400-16$, &c. & pour le 100e. 100×100 ou 10000 moins le quarré de 100 qui est encore 10000, c'est-à-dire $10000-10000=0$, & pour lors si le terrein est de niveau, le boulet rencontrera l'horison qui terminera sa course ; il n'est donc plus question que de trouver le nombre des termes que cette progression doit avoir dans chaque élévation, pour connoître la portée horisontale d'une piéce avec une même force sous chaque élévation ; puisque le boulet rencontrera toujours l'horison, lorsque la ligne $6G$ sera égale au quarré du nombre des termes ou des instans, puisque c'est la même chose, lequel quarré je nommerai toujours xx, parceque je nomme x le nombre des instans de la durée du mouvement. Soient deux projections d'un même mobile avec la même vitesse, mais sous differens angles $6AG$, NMF, (*Fig.* 39e.) la droite $A1=MP$ exprime la vitesse initiale de l'une & de l'autre projection, le mouvement sur la ligne $A6$ étant uniforme, il y aura dans $A6$ autant de fois $A1$, qu'il y aura d'instans écoulés égaux à l'instant pendant lequel $A1$ a été parcouru : je nomme a l'espace $A1$ & x le tems total pendant lequel $A6$ a été parcouru, nous aurons $A6=ax$, & à cause des triangles semblables $A1C$, AaC, &c. il y aura dans AG autant de fois AC, que $A1=a$ se trouve dans $A6$: si nous nommons $AC=c$ nous aurons $AG=cx$ par la même raison dans $6G$ il y aura autant de fois $C1$ que $A1$ se trouve dans $A6$: nous nommons $C1=s$, & nous aurons $6G=sx$.

En faisant le même raisonnement, si dans le triangle MNF de la seconde projection, nous nommons MP (a) MQ (C) QP (S) & le tems à parcourir $MN=X$: nous aurons $MN=aX$,

MF = CX & NF = SX : si nous portons l'espace MN de la seconde projection sur la droite A6 de la premiere projection de A en L, & que du point L nous abbaissions la perpendiculaire LH qui rencontre la courbe ou la parabole AHG en H; il est évident que l'espace AL, que le mobile a parcouru par la premiere projection est égal à l'espace MN parcouru par la seconde projection, & que par conséquent les tems étant égaux, à cause que les vitesses initiales sont les mêmes, & que le mouvement est uniforme, sa chûte LH doit être égale à la chûte NF; mais *par la proprieté du mouvement acceleré*, 6G est à LH, comme le quarré du tems employé à parcourir A6, est au quarré du tems à parcourir AL : donc 6G est à NF, comme le quarré du tems à parcourir A6, lequel quarré est xx, est au quarré du tems employé à parcourir MN, lequel est XX; mais nous avons trouvé 6G, est à NF, comme fx, SX : donc fx, SX :: x^2, X^2 : & faisant le produit des extrêmes & celui des moyennes : on aura $fxX^2 = SXx^2$, & divisant de part & d'autre par xX, on aura $fX = Sx$, d'où l'on tire f, S :: x, X; mais en prennant pour Sinus total la vitesse initiale Ai = MP, la droite iC = f est le Sinus de l'angle de l'élévation de la premiere projection, & la droite PQ = S sera le Sinus de l'élévation de la seconde projection : donc le tems de la premiere projection est au tems de la seconde, comme le Sinus de l'élévation de la premiere est au Sinus de l'élévation de la seconde : la droite AC est le Sinus de complément de l'angle de l'élévation de la premiere projection, & la droite MQ est le Sinus de complément de l'angle de l'élévation de la seconde projection; or nous avons trouvé ci-dessus que l'amplitude AG étoit cx, & l'amplitude MF étoit CX : donc les amplitudes sous differentes élévations, & avec les mêmes vitesses, sont comme cx, CX : mais nous avons trouvé x, X :: f, S : mettant donc dans cx, CX, le rapport, f, S au lieu du rapport x, X, qui est la même, les amplitudes seront comme cf, CS; c'est-à-dire comme les produits des Sinus de chaque élévation par son Sinus de complément.

Il suit de-là, que soit que l'on pointe avec la verticale BC, (*Fig.* 40[e].) soit que l'on pointe avec l'horisontale CN, si les arcs AB, MT sont égaux, & les vitesses initiales égales, les portées seront égales, puisque QA sera = MN, & AR = FM, *comme Sinus des complémens des deux arcs égaux* BA *&* MT *par la Trigonométrie;* & par conséquent les portées sous chacune de ces deux élévations MCN & ACN seront égales; puisqu'elles sont comme nous venons

de le voir, dans la raiſon des *cs*, c'eſt-à-dire du produit du Sinus de chaque élévation par le Sinus de ſon complément, qui font les deux rectangles AQCR, & FMCN préciſément égaux.

Il ſuit encore que les portées horiſontales des élévations également éloignées de 45 degrés ſont égales; puiſque les arcs AP PM étant égaux, les arcs AB, MT, le ſeront auſſi à cauſe des deux arcs égaux BP & PT de 45 dégrés; & par conſéquent les rectangles *cs*, ſeront égaux auſſi bien que les portées correſpondantes qui ſont dans la raiſon des rectangles *cs*.

Il ſuit encore que la plus grande portée horiſontale eſt celle de l'élévation de 45 dégrés PCN; car le plus grand rectangle (*cſ*) qu'on puiſſe prendre dans le quart de cercle BAMT, eſt le quarré OCPD du Sinus de 45 dégrés; car puiſqu'il y a toujours deux rectangles égaux, l'un en deſſous de 45 dégrés, & l'autre en deſſus, & que tous ceux qui ſont en deſſous de 45 dégrés ſont moindres de celui de 45 dégrés; il s'enſuit que ceux qui ſont au-deſſous de 45 dégrés, ſont auſſi moindres chacun que celui de 45 dégrés, lequel par conſéquent eſt le plus grand.

Parce que les produits *cs* des Sinus des élévations, par les Sinus de leurs complémens, ſont entr'eux dans la raiſon des Sinus des arcs doubles des élévations, les portées horiſontales ſous chaque élévation, ſeront auſſi entr'elles dans la raiſon des Sinus des arcs doubles de ceux de chaque élévation : de ſorte que ſi nous prenons deux élévations differentes, par exemple l'une de 4 dégrés, & l'autre de 20, leurs portées ſeront auſſi dans la raiſon du Sinus de 8 dégrés doubles de 4, au Sinus de 40 double de 20, ou bien du produit du Sinus de 4 par le Sinus de complément de 86, au produit du Sinus de 20 dégrés par le Sinus de complément de 70; ce qui eſt la même choſe : quoique cela ſoit ainſi, la raiſon ne s'en préſente pas dabord, & c'eſt pour cela que je le démontre, pour ne rien avancer ſans le rendre ſenſible.

DEMONSTRATION.

Je ſuppoſe que l'arc CF, (*Fig.* 41[e].) ſoit celui de l'élévation: l'arc BC eſt égal à l'arc CF. puiſque l'arc BCF eſt double de CF, donc la ſoûtendante BF ſera toujours également partagée par le rayon AC au point O, *par la Geométrie d'Euclide:* faiſons AG égal à la moitié du rayon AF, la ligne GO ſera paralelle à la ligne AB, puiſqu'elle coupe en deux parties égales les côtés AF, BF aux

points O, & G, *par la Geométrie d'Euclide ;* donc les deux triangles ABG ABO font égaux *par le troisiéme d'Euclide,* puisqu'ils sont renfermés entre les deux paralelles AB,OG, & qu'ils ont la même base AB, & parce que le triangle ABO, est égal au triangle AOF, à cause des côtés égaux OB, OF, AB, AF & AO commun, le triangle ABG sera donc égal au triangle AOF, mais dans le triangle AOF, OF est le Sinus de l'élévation CAF, & AO par conséquent son complément. Dans le triangle ABG, la base AG est toujours le demi rayon, & la hauteur BD est toujours le Sinus de l'arc BCF double de l'arc CF de l'élévation ; donc le produit CS, qui n'est autre chose que le rectangle dont AOF est la moitié, est égal au produit de AG × BD, dont le triangle ABG est la moitié ; de même si nous prenons un autre angle d'élévation *c*AF, & que nous achevions le reste, comme auparavant, nous trouverons que *o*F est le Sinus de cet angle, & A*o* son complément, & que le rectangle A*o* × *o*F, double du triangle A*o*F, est égal au rectangle A G × *bd* double du triangle A*bd*, lequel est égal au triangle A*o*F : donc puisque les amplitudes de ces deux élévations, sont comme les rectangles A*o* × *o*F, AO × OF, elles seront comme les rectangles AG × *bd*, AG × BD, & par conséquent comme *bd*, BD, à cause du multiplicateur commun AG, c'est-à-dire les amplitudes sous differentes élévations, & avec la même vitesse, sont entr'elles comme le Sinus des angles doubles de leurs angles d'élévation C. Q. F. D.

Quoique ce soit la même chose de prendre les Sinus des arcs doubles des élévations, ou le produit du Sinus par son complément, je me servirai toujours du produit *cs* du Sinus d'élévation par son complément, à cause de la facilité qu'il y a par cette voye de faire l'analise du mouvement des mobiles, sur des objets au-dessus ou au-dessous du niveau des batteries, par des directions horisontales, élevées ou abaissées par la construction des tables ; & sur tout pour examiner la seconde hypotése, qui suppose le mouvement d'impulsion diminué & sensiblement annéanti par la résistance de l'air: la table suivante n'est autre chose que le produit d'un Sinus par son complément de dégrés en dégrés. Pour faciliter le calcul on a pris la somme du logarithme d'un Sinus, & du logarithme de son complément ; ce qui est plus commode.

TABLE des portées horiſontales pour un Tir élevé ſur un objet au niveau de la Batterie, ſelon l'hypotèſe de Galilée, qui ſuppoſe le mouvement d'impulſion égal & perpétuel, laquelle ſert au calcul des Tables univerſelles pour tous les cas des projections.

Degrés.		Portées, CS. Logarithmes.	Degrés.		Portées, CS. Logarit'mes.	Degrés.		Portées, CS. Logarithmes.
89	1	18:2417891	74	16	19:4231797	59	31	19 : 6449049
88	2	18:5425546	73	17	19:4465316	58	32	19 : 6526302
87	3	18:7182046	72	18	19:4681887	57	33	19 : 6597002
86	4	18:8425253	71	19	19:4883120	56	34	19 : 6661359
85	5	18:9386402	70	20	19:5070375	55	35	19 : 6719558
84	6	19:0168489	69	21	19:5144807	54	36	19 : 6771763
83	7	19:0826452	68	22	19:5407413	53	37	19 . 6818116
82	8	19:1393081	67	23	19:5557041	52	38	19 : 6758741
81	9	19:1889523	66	24	19:5700435	51	39	19 : 6893744
80	10	19:2330217	65	25	19:5832240	50	40	19 : 6923215
79	11	19:2725454	64	26	19:5955022	49	41	19 : 6947228
78	12	19:2082833	63	27	19:6069277	48	42	19 : 6965844
77	13	19:3413588	62	28	19:6175442	47	43	19 : 6979108
76	14	19:3705793	61	29	19:6273905	46	44	19 : 6987054
75	15	19:3979400	60	30	19:6365006	45	45	19 : 6989700

Uſage des Tables pour les tirs élevés ſur des objets au niveau de la batterie ſelon l'Hypotéſe de Galilée.

Puiſque les portées horiſontales par des directions élevées MN, MP, (*Fig.* 42e.) ſont dans la raiſon des produits CS, il n'y a qu'à faire une épreuve ſous une élévation NMC, afin que nous puiſſions connoître quelle ſera la portée MR ſous toutes les autres élévations RMP; ſuppoſons que ſous l'élévation MN, nous connoiſſions la portée MC; ſi nous voulons ſçavoir à quelle diſtance portera la piéce ſous une autre élévation quelconque RMP, nous avons cette analogie (CS) produit du Sinus de l'angle d'élévation NMC par ſon complément, eſt à ſa portée connue MC, comme (CS) produit du Sinus de l'élévation RMP par ſon complément, eſt à MR, qui ſera la portée qu'on cherche ſous l'élévation RMP. Si l'on veut ſçavoir au contraire à quel dégré il faut pointer la piéce pour tirer à une diſtance telle que MR; nous avons cette analogie (MC) portée de l'épreuve (CS) :: (MR) diſtance propoſée, eſt au produit du Sinus de l'élévation qu'on cherche par ſon complé-

ment : nous n'avons plus qu'à voir dans les tables le nombre le plus proche du quatriéme terme de cette proportion ; & l'on trouvera à côté les degrés correſpondans à la portée propoſée MR, & la piéce ainſi élevée ſelon la direction MP, la courbe de projection M Q R paſſera préciſément par le point R propoſé.

Au lieu de ſe ſervir pour la ſolution de ces cas de la table précédente ſelon le rapport des CS, on peut ſe ſervir des tables ſuivantes, dont on ſe ſert ordinairement, & qui ſont dans le rapport des Sinus des arcs doubles de l'angle d'élévation : ce qui revient au même comme on vient de le démontrer.

Il eſt même plus expédient de ſe ſervir de celle-ci, lorſqu'on veut trouver par le calcul l'angle d'élévation convenable à la piéce, pour atteindre un but ſitué à une diſtance déterminée, parce que les nombres étant moindres, la régle de proportion qu'il faut faire ſera plus facile ; car l'on ne doit ſe ſervir de la table précédente que pour la conſtruction des tables, comme on le verra dans le Chapitre ſuivant.



TABLE des Sinus, des Arcs doubles, de celui de l'élévation pour les portées horiſontales.

Degrés.		Portées.	Degrés.		Portées.
	90	0			0
1	89	349	25	65	7660
2	88	698	26	64	7880
3	87	1045	27	63	8090
4	86	1392	28	62	8290
5	85	1736	29	61	8480
6	84	2079	30	60	8660
7	83	2419	31	59	8829
8	82	2558	32	58	8988
9	81	3090	33	57	9135
10	80	3420	34	56	9272
11	79	3746	35	55	9397
12	78	4067	36	54	9511
13	77	4384	37	53	9613
14	76	4695	38	52	9703
15	75	5000	39	51	9781
16	74	5299	40	50	9848
17	73	5592	41	49	9903
18	72	5870	42	48	9945
19	71	6157	43	47	9976
20	70	6428	44	46	9994
21	69	6691	45	45	10000
22	68	6947			
23	67	7193			
24	66	7431			

L'uſage de ces tables eſt le même que celui des tables précédentes : par exemple ſi l'on connoît la portée CM ſous une élévation déterminée CMN, & ſi l'on veut connoître l'angle d'élévation RMP, qu'il faudroit donner à la piéce pour atteindre un but R à une diſtance déterminée MR, au lieu de cette analogie

qu'on a trouvée par les tables précédentes MC, CS : : MR, CS ; on feroit cette analogie suivante ; comme la portée connuë CM est à la distance proposée MR ; ainsi le Sinus de l'angle double de celui de l'élévation NMC du coup d'épreuve qui a donné la portée CM, sera au Sinus de l'angle double de celui de l'élévation RMP qu'on cherche : on trouvera dans cette table l'angle qu'il faudra donner pour l'élévation du mortier.

Ces tables ne sont autre chose que le Sinus d'un angle double pour un Sinus total de 10000 parties : Gallilée & Torricelli les ont inventées.

CHAPITRE SECOND.

Des Projections sur des Objets au-dessus ou au-dessous du niveau des batteries en tirant de bas en haut, ou de haut en bas.

NOUS aurions tout ce qu'on peut desirer, si l'on ne tiroit jamais des bombes que sur des objets au niveau de la batterie ; mais lorsque les buts sont plus hauts ou plus bas que le niveau de la batterie : si l'on comprend bien ce que nous venons d'établir, on verra que puisqu'à chaque instant le mobile avance de la ligne NG, (*Fig.* 43e.) (*a*) sur la direction NM, à mesure qu'il parcourt par sa gravité la ligne MQ, plus cette MQ sera grande, & plus de fois NG, ou le Sinus total (*a*) se trouvera dans NM ; de sorte que si le point F eût été en Q, au niveau NQ de la batterie N, la bombe seroit tombée en Q, au lieu qu'elle ira tomber au-delà au point V ; parce que le point F étant au-dessous du niveau de la batterie, il aura encore tous les instans de mouvement qu'il lui faut pour parcourir la ligne QF par sa gravité ; car autant d'instans de mouvement sa gravité employe pour parcourir QF, autant de fois la ligne NM contiendra la ligne NG, (*a*) c'est-à-dire le Sinus total, où la ligne horisontale NQ contiendra la ligne N*d*, (*c* c'est-à-dire le Sinus de complément de l'élévation MNQ : donc il ne sçauroit atteindre le but F, par l'élévation MNQ, comme il l'atteindroit si le but F étoit au point Q, & il faudra prendre une élévation moindre comme NK, afin que la courbe de projection NRCF puisse précisément rencontrer le point F, lorsque la gravité y aura porté le mobile.

PROPOSITION

PROPOSITION PREMIERE.

Trouver les dégrés d'élévation, pour tirer sur un but, au-dessous du niveau de la batterie, c'est-à-dire en tirant du haut en bas par une direction continuelle.

Supposons que le but fût au niveau de la batterie; en sorte que la distance horisontale NQ, (*Fig.* 43e.) fût la même, & que la ligne de chûte fût MQ, la ligne de chûte MQ seroit à la ligne de chûte KF, par la direction NK que nous cherchons, comme le quarré du tems employé à parcourir NM est au quarré du tems à parcourir NK : si je prends donc GD ou le Sinus d'élévation que je nomme S, pour exprimer le tems de la chûte MQ, & une quatriéme proportionnelle aux deux tems, laquelle je nomme x, nous aurons s, est à x comme le tems est au tems : or les chûtes MQ, KF, sont entr'elles dans la raison des quarrés des tems; donc MQ, KF : : ss, xx, mais NQ $= cs$ & MQ $= ss$; car puisque nous avons fait NQ $=$ ND $\times s = cs$; par la même raison nous avons MQ $=$ DG $\times$ S $= ss$; ainsi MQ, QN : : ss, cs; & par conséquent KF, NQ : : xx, cs; mais en nommant z l'espace ND parcouru sur l'horisontale par la vitesse initiale NG de la direction NK, il est encore sûr que NQ $= zx$, & que par conséquent $cs = zx$: l'espace NK parcouru sur la direction NK sera $= ax$; la hauteur QF de la batterie N au-dessus du niveau du but F, qu'on suppose toujours connue $= b$; puisque dans le triangle rectangle NQF, on connoît les angles & la base NQ; & par conséquent le côté QF sera connu, que l'on reduira ainsi en proportion NQ, cs : : QF, b ou $\frac{QF \times cs}{NQ}$; la hauteur KQ à laquelle la bombe se feroit élevée au-dessus de l'horison MQ si la gravité ne l'avoit abaissée $= xx - b$.

Cela étant, il faut chercher l'élévation qu'il faudroit donner à la piéce, en supposant que le but fût au niveau de la batterie, par le chapitre précédent, nous nommons toujours cette portée horisontale NQ déterminée (cs) soit que le but F soit au niveau de la batterie ou non, parce que la hauteur QF ne change pas la valeur de l'horisontale NQ.

Récapitulation des dénominations des Lignes.

$$KF = xx$$
$$NK = ax$$
$$NQ = cf = zx$$
$$QF = b$$
$$KQ = xx - b$$

par la 47e. du premier $NK^2 = NQ^2 + KQ^2$ en changeant l'expreſſion on aura $aaxx$ à la place de NK^2; parce que $ax = NK$, à la place de NQ^2 on aura $ccff$; parceque $Nq^2 = cf$; à la place de KQ^2, on aura $x^4 - 2xxb + bb$; parceque $KQ = xx - b$.

Nous aurons cette équation $aaxx = ccff + x^4 - 2xxb + bb$ où il n'y a qu'une inconnue, laquelle nous donnera la valeur de xx, & par conſéquent celle de $KQ = xx - b$ par le moyen de laquelle on trouvera par la Trigonométrie l'angle d'élévation KNQ qu'on cherche, puiſque dans le triangle rectangle de la projection qui porte le mobile au point F propoſé, on connoît les deux côtés NQ & KQ, & l'angle droit compris NQK : en faiſant paſſer tout d'un côté on aura $x^4 - aaxx - 2xxb + bb + ccff = 0$, en faiſant $aa - 2b = p$ & $ccff + bb = q$, on aura cette équation préparée $x^4 - pxx + q = 0$ dont la ſolution donnera $x^2 = \frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$ pour la valeur de xx, & par conſéquent celle d'élévation qu'on cherche.

L'on voit que plus la diſtance NQ ſera grande, & plus les hauteurs b correſpondantes à un même angle d'abaiſſement QNF le ſeront auſſi, il n'y a qu'à connoître la diſtance horiſontale QN ou ON de la batterie au but, & pour lors trouvant l'élévation qu'il faudroit donner à la piéce ſi le but étoit au niveau de la batterie, au lieu qu'il eſt au-deſſous par cette formule ci-deſſus, on trouve la valeur du Sinus de l'angle d'élévation convenable pour atteindre le but.

A chaque amplitude CN, QN, ON, il peut arriver que le but ſe trouve infiniment abaiſſé au-deſſous de la batterie N, de ſorte que les angles d'abaiſſement QNF peuvent augmenter depuis zero à 90 dégrés, de même que les amplitudes horiſontales cf correſpondantes aux CN, QN, ON, &c. peuvent auſſi augmenter depuis zero à 45 dégrés; car à chaque amplitude de chacun des 45 dégrés du demi quart de cercle, il peut y avoir des angles d'abaiſſe-

ment QNF differens, depuis zero à 90 dégrés : c'eſt pourquoi pour éviter l'embarras du calcul aux Bombardiers ordinaires, on peut faire des tables ſelon la voye que j'en indique pour tous les abaiſſemens de dégrés en dégrés, pour chaque portée horiſontale, depuis la portée zero à la plus grande portée de la piéce.

PROPOSITION SECONDE.

Trouver l'élévation qu'il faut donner à la piéce pour atteindre un but ſitué au-deſſus du niveau de la batterie, c'eſt-à-dire de bas en haut.

Lorſque le but eſt au-deſſus du niveau de la batterie, il arrivera le contraire de ce que nous avons dit ; car ſi le but D, (*Fig.* 44[e].) eût été au niveau de la batterie A, l'élévation MAD l'y eût portée ; mais il s'en faut de la hauteur DN, *b* que le mobile ait aſſez d'inſtant de mouvement pour aller à la diſtance AD ; car ſa gravité parcourra plutôt la ligne MN que la ligne MD, & autant d'inſtans il employeroit à parcourir la ligne ND, autant de fois, on aura de moins le Sinus AP du complément de l'angle MAD ſur la diſtance horiſontale AD ; il faut donc réparer par une autre élévation plus grande, le nombre des inſtans qu'il faudroit au mobile, pour parcourir par ſa gravité l'eſpace ND, qui nous manque par l'élévation du but N, qui eſt au-deſſus du niveau de la batterie A.

Puiſque la diſtance AD eſt la même, ſoit que le but ſoit plus haut ou plus bas du niveau de la batterie, la diſtance AD ſera toujours égale ; & par conſéquent nous la nommons toujours (cf), parce qu'elle ſera toujours ni plus ni moins égale au produit du Sinus de complément AMD, par le Sinus d'élévation MAD qu'il eût fallu donner au mortier, ſi le but eût été au niveau de la batterie au point A, lequel Sinus d'élévation nous prenons pour l'expreſſion du tems. $AD = cf.$

Le Sinus total $Aq = a$

La hauteur connue ND du but au-deſſus du niveau de la batterie $= b$ dont on trouve la valeur reduite *comme dans la Propoſition premiere précédente.*

La hauteur RN, à laquelle le mobile ſe ſeroit élevé ſi la gravité ne l'avoit abaiſſé pendant la durée de ſon mouvement du point A au but N qui le retient $= xx$: toute la hauteur RD au-deſſus de l'horiſontale AD de la batterie $= xx + b.$

Le nombre des inſtans $= x.$

La direction $AR = ax$, puiſqu'à chaque inſtant le mobile parcourra également le Sinus total (a).

Nous avons comme auparavant $AR^2 = AD^2 + RD^2$ & en ſubſtituant les valeurs on aura $aaxx$ à la place de AR^2; $ccſſ$, au lieu de AD^2, & $x^4 + 2xxb + bb$ à la place de RD^2, & faiſant paſſer tout d'un côté, & en ordonnant l'équation on aura $x^4 - a^2 x^2 + 2xx^2 b + c^2 s^2 + bb = 0$, faiſant $+2b - aa = -p$, parce que la grandeur $-a^2 + 2b$ ne peut pas être poſitive comme on le démontrera plus bas, & $ccſſ + bb = q$, on aura cette équation preparée $x^4 - pxx + q = 0$ dont la ſolution donnera $\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp - q} = xx =$ RN, à laquelle ajoutant la valeur de (b) on aura RD; & dans le triangle rectangle ARD connoiſſant les côtés AD, RD, on connoîtra l'angle RAD de l'élévation qu'on cherche, par laquelle le mobile paſſera par le point N propoſé.

On trouvera ainſi la méthode de calculer pour chaque amplitude horiſontale correſpondante à chaque dégré d'élévation, depuis zero à 45 dégrés, les tables des angles des élévations ſelon les dégrés du niveau du but au-deſſus de celui de la batterie depuis zero à 90 dégrés.

CHAPITRE TROISIE'ME,

Des Projections par des Directions horiſontales.

PROPOSITION PREMIERE,

Trouver les portées des Projections par des Directions horiſontales en pointant la volée de niveau ſur un but au-deſſous du niveau de la batterie.

DANS l'hypotéſe de Galilée l'on ne conſidére pas ordinairement les projections horiſontales, parceque les courbes des projections AGR, (*Fig.* 45e.) ne ſont jamais en ligne droite, à cauſe de l'action de la gravité qui les abaiſſe ſans ceſſe depuis le premier moment de leur départ: on tire cependant ordinairement de cette maniere les armes à feu; car ſi l'on tire à la guerre contre l'ennemi dans une plaine, ou à la butte dans les écoles, on pointe ordinairement les piéces de niveau; & quoique la piéce ne puiſſe jamais chaſſer le boulet ſur un niveau AN parfait, il arrive

néanmoins que dans les premiers instans du mouvement du boulet les espaces 1T, 2T, 3T, &c. parcourus par la gravité, sont presqu'insensibles ; & comme les objets que l'on vise ont une certaine étendue, pour petite qu'elle soit l'étendue, elle donne une distance A1 assez considerable ; c'est ce que nous appellons le but en blanc, *comme nous le verrons dans la seconde hypotése de cette seconde partie*, lorsque cette hauteur 1T est considerable, la bale va toujours en s'affoiblissant ; & c'est ce que les Anciens appelloient la portée morte, comme ce seroit AGR : les Anciens n'ont pas tant erré, comme le prétendent la plûpart des Auteurs, lorsqu'ils ont crû que la portée de la direction horisontale AN étoit la plus grande ; car si le mobile avoit un plus long espace NR à parcourir au-dessous du niveau AN de la batterie A, l'espace AN de la projection horisontale seroit sans doute le plus grand dans certains cas : de sorte qu'il est vrai que les portées des tirs horisontales sont les plus grandes, dès que les mobiles ne sont pas arrêtés dans leurs courses ; & cela parce qu'ils gagnent par la longueur A1 du Sinus total (*a*) qu'ils parcourent à chaque instant ce que le tir élevé gagne par la hauteur NQ, puisqu'à chaque instant ils avancent de l'espace A1 (*a*) dans la direction horisontale, tandis que par la direction élevée ils n'avancent que du Sinus de complément (*c*) de l'élévation.

LEMME.

Les Portées des Directions horisontales sur des objets au-dessous du niveau de la Batterie, sont en raison composée du Sinus total, & de la tangente des angles d'abaissement.

DE'MONSTRATION.

A chaque instant le mobile parcourra un espace égal au Sinus total (*a*), nous aurons donc autant de fois le Sinus total (*a*) dans la portée AN, que le mobile employera d'instans pour parcourir par sa gravité la ligne de chûte RN, le nombre des instans soit nommé (x), nous aurons $AN = ax$; or pour trouver x considerez que les triangles A1B : A2B : A3B : ANR : &c. sont semblables *par le sixiéme livre d'Euclide*, à cause des côtés paralelles & perpendiculaires 1B, 2B, 3B, NR, &c ; donc *par le sixiéme livre d'Euclide*, on aura A1, 1B :: A2, 2B :: A3, 3B :: AN, NR, & puisque A1 est égal au Sinus total (*a*), 1B sera égal à la tangente (*t*) de l'angle NAR *par la Trigonométrie*, lequel j'appelle angle d'abaissement, nous

aurons donc autant de fois la tangente $1B$ dans NR, que le Sinus total AI (a) dans AN : donc si $AN = ax$, $RN = tx$, & parceque t est proportionnel à x, comme nous l'allons bien-tôt démontrer ; on peut supposer $x = t$: donc $at = ax$, c'est-à-dire la portée horisontale AN qui est égale à ax, sera égale à at, qui est le produit du Sinus total (a) par la tangente (t) de l'angle NAR. C. Q. F. D.

Pour démontrer que x est proportionnel à t, concevons que le mobile soit arrêté en different point, tel que T sur les differentes hauteurs du but qui le retient en differens cas, les chûtes $1T$, $2T$, $3T$, $4T$, seroient toutes exprimées par tx, selon que nous venons de le voir, c'est-à-dire les tangentes des angles d'abaissement $1AT$, $2AT$, $3AT$, &c. multipliés par les tems des chûtes ; or les lignes de chûte $1T$, $2T$, &c. sont entr'elles par la nature du mouvement acceleré, comme les quarrés des tems ; c'est-à-dire comme les xx : donc $tx, TX :: xx, XX$, & par conséquent $TX\,xx = XX\,tx$; d'où l'on tire en divisant par xX, $tX = Tx$: donc $t, T :: x, X$. C. Q. T. D.

Il suit de cette proposition, que si l'on tire sous une élévation CAD, (*Fig.* 46[e].) par une direction élevée AC, & si l'on tire ensuite la même piéce par une direction horisontale ABD, de sorte que la batterie A soit au-dessus du niveau du but F de la hauteur DF égale à la ligne de chûte CB, la portée horisontale AB de la direction élevée AC, sera à la portée horisontale AD de la direction ABD comme (cs), (at), c'est-à-dire comme le produit du Sinus de l'élévation (s) par son complément (c) au produit du Sinus total (a) par sa tangente (t) de l'angle d'abaissement FAD, puisque *par le premier Chapitre de cette Partie*, par la direction élevée AC, la portée horisontale $AB = cs$; & par ce Lemme la portée horisontale par la direction horisontale $AD = at$, il suit encore que parce que $DF = BC$, ou $t = s$, *par la supposition de ce Corollaire*, les deux portées AB, AD, qui seront entr'elles dans la raison de leurs dimensions inégales, seront dans la raison des Sinus de complément (c) de l'élévation CAD, au Sinus total (a).

Il suit encore que si la hauteur DF de la batterie A au-dessus du but est toujours égale, plus la portée horisontale AD de la piéce, par une direction horisontale AB sera grande, en supposant la vitesse initiale plus grande, plus l'angle d'abaissement DAF sera petit ; puisque le côté DF étant le même, plus la ligne AD sera grande, plus l'angle DAF sera petit ; ce qui est évident ; cependant les portées AD seront plus grandes, puisqu'elles seront comme

at, AT, & que les *t* étant égaux par la ſuppoſition ; puiſque les lignes de chûte DF, NM ſont égales, elles ſeront comme les *a*, A, c'eſt-à-dire comme les viteſſes initiales : il faut obſerver que les grandeurs que nous avons pris pour l'expreſſion des tems, étant les tangentes des angles d'abaiſſement, ces tangentes ſeront égales, étant priſes pour les grandeurs abſolues, quoi qu'elles ſoient inégales en raiſon de tangente, ſi l'on les prenoit dans les tables en ſuppoſant mal-à-propos le même rayon : ce qu'il faut éviter.

La portée par la direction horiſontale étant toujours exprimée par *at*, il s'enſuit, 1°. Que ſi les viteſſes (A) (*a*) des deux projections ſont égales, & les chûtes auſſi, la portée ſera préciſément la même dans l'une & dans l'autre, auſſi-bien que l'angle d'abaiſſement : 2°. Que ſi les viteſſes (A) (*a*) ſont égales, & les chûtes inégales, les portées (*at*) & (AT) ſeront dans la raiſon des tems, ou des tangentes des angles d'abaiſſement, leſquels ſeront differens : 3°. Que ſi les viteſſes *a*, A ſont inégales, & les hauteurs égales, les portées ſeront comme les viteſſes, & les angles d'abaiſſement ſeront inégaux : 4°. Que ſi les viteſſes *a*, A, & les hauteurs *tt*, TT, ſont inégales, les portées *at*, AT, ſeront en raiſon compoſée des viteſſes & des tems, ou des tangentes des angles d'abaiſſement.

Enfin l'on doit concevoir que le tir par une direction élevée CAD, l'emportera toujours ſur le tir par une direction horiſontale AB, ſur une même plaine, juſqu'à ce que la hauteur de la batterie A au-deſſus de cette plaine MF, qui termine le mouvement du mobile ſoit conſiderable ; car afin que le mobile mû par la direction AC ſe trouve ſur l'horiſontale AD, il faut qu'il parcoure l'eſpace AB ; au lieu que le mobile en partant de la piéce au point A, par la direction horiſontale AB, n'a rien à parcourir pour ſe trouver ſur cette horiſontale ; mais le mobile en partant de A par la direction horiſontale avancera à chaque inſtant beaucoup plus vîte à ſçavoir du Sinus total ; tandis que le mobile par la direction élevée AC, n'avancera à chaque inſtant que du Sinus de complément : d'ailleurs le mobile par ſa gravité ayant déja parcouru la hauteur BC par le tir élevé, avancera beaucoup plus vîte de D vers F, parce qu'il parcourt ADF avec une viteſſe plus accelerée, au lieu que par la direction horiſontale AB, il commence vers B ; & par conſéquent le mobile employera beaucoup plus d'inſtans, pour parcourir DF par ſa gravité, que par le tir élevé AC, parce qu'il la parcourra par une viteſſe moins accelerée : & ſur l'horiſontale AB, les eſpaces parcourus à chaque inſtant étant beaucoup

plus grands, il arrive infailliblement que le mobile tiré par la direction horisontale AD, dévancera le mobile tiré par la direction élevée AC: dans la suire du tems.

Il n'est plus question que de trouver la hauteur à laquelle la batterie doit être élevée au-dessus du but F, pour que la portée, par la direction AD horisontale, soit égale ou plus grande que la portée par la direction élevée AB.

Supposons une élévation BAD (*Fig.* 47e.) quelconque, par laquelle le mobile arrive en F, au-dessous du niveau de la batterie A: on demande quel doit être l'angle d'abaissement DAF du but au-dessous de la batterie, pour que le mobile y arrive par une direction horisontale AD, avec la même force motrice, c'est-à-dire que la charge soit précisément en tout égale. Je nomme C le Sinus de complément de l'élévation BAD & (xx) la tangente DF de l'angle d'abaissement requis DAF.

Par la proposition du Chapitre précédent, nous avons $AD = C \sqrt{BF}$: & parceque la direction de la piéce ne change point la distance AD; nous avons encore $AD = ax$, *par ce Chapitre*: donc $ax = C\sqrt{BF}$, en divisant chaque membre par a, $C\frac{\sqrt{BF}}{a} = x$, laquelle sera la valeur de la tangente de l'angle requis DAF, pour que la courbe de projection AQF, par la direction élevée AC, rencontre au même point F, la courbe de projection AGF, par la direction horisontale AD.

Dès que l'angle DAF sur le terrein, sera plus grand sur le terrein, que celui qui répond à x du calcul, le tir horisontal AD l'emportera sur le tir de la direction élevée AB, dès que l'angle DAF, sera égal à celui qui répond à x du calcul, les deux portées seront égales, & se rencontreront au point F, & si cet angle DAF est moindre que celui qui répond à x du calcul, le tir élevé AB l'emportera sur l'horisontal AD.

Puisque pour rendre le Problême possible, il faut que $C\sqrt{BF}$, soit $= a\sqrt{DF}$, nous avons cette analogie $C, a :: \sqrt{DF}, \sqrt{BF}$; c'est-à-dire que le Sinus de complément de l'angle de la direction élevée, soit au Sinus total comme le tems employé par la direction horisontale est au tems employé par la direction élevée: il s'ensuit que quand le tems employé par la direction élevée, est moindre par rapport à l'autre tems, que le Sinus total par rapport au Sinus de complément, la portée de la direction horisontale est plus grande que la portée de la direction élevée; & qu'au contraire quand

le

le tems employé par la direction élevée est plus grand, par rapport au tems employé par la direction horisontale, que le Sinus total par rapport au Sinus de complément, la portée de la direction élevée est plus grande que celle de la direction horisontale.

Pour éviter la peine du calcul, qui est au-delà de la portée des Bombardiers ordinaires, l'on peut calculer des tables où l'on trouve les portées qui conviennent à chaque tir horisontal correspondant au tir élevé de tous les dégrés depuis zero à 90 : s'il faut élever la piéce à un certain dégré, par exemple par la direction AB, pour aller sur ce but F supposé, qu'il fût au niveau de la batterie; nous donnons à chaque angle d'abaissement depuis zero à 90 dégrés, pour cette même amplitude correspondante dans ce cas présent à 20 dégrés, la portée correspondante par la direction horisontale : & comme l'on a fait la même chose pour la direction élevée AB, qui a donné cette portée, nous faisons la comparaison des deux tirs, par laquelle on voit, s'il convient même de tirer horisontalement, ou d'élever la volée de la piéce pour tirer de toute volée. On pratiquera la même chose pour toutes les autres amplitudes correspondantes à chaque dégré d'élévation : ce qu'on expliquera dans la suite.

CHAPITRE QUATRIE'ME,

Des Projections abaissées en tirant sur des objets au-dessous du niveau de la Batterie, en pointant la volée de haut en bas.

L'ON n'a pas fait beaucoup plus d'attention aux projections des directions abaissées, qu'à celles des directions horisontales ; & si l'on a remarqué que les coups n'étoient jamais si bien ajustés en pointant du haut en bas, l'on en a attribué la raison au défaut des piéces, qui, par la violence du coup, se dérangeoient & ne restoient plus dans la même situation sur l'affut; & sans y chercher aucun reméde, on a suivi la régle générale : cependant l'on a souvent occasion de tirer de cette façon ; car s'il y a une éminence qui domine sur une place, l'on y établit d'abord une batterie, & s'il y a des postes avantageux dans l'enceinte de la place, l'on s'en sert aussi pour inquiéter l'ennemi & plonger dans ses tranchées, &

dans les travaux qu'il fait contre la place : de forte que rien n'est plus ordinaire dans un fiége, & du côté des Affiegés, & du côté des Affiégeans, que de tirer de cette façon : il est donc important de faire l'analife de ces fortes de projections, & d'autant plus qu'excepté les mortiers que l'on pointe rarement ainfi, les canons, & fur tout les petites piéces de campagne, les carabines, fpingardes, moufquetons & fufils, ne tirent prefque jamais que de cette façon.

Il y a une grande difference à faire du mouvement des mobiles jettés par des tirs élevés QT, (*Fig*. 48e.) au mouvement des mobiles jettés par une direction abaiffée QH; car dans le mouvement, par les directions élevées, nous avons vû que le mobile avoit parcouru fx par fa gravité, c'eft-à-dire TB, auquel la force motrice l'auroit élevée par la direction QT, fi la gravité ne l'avoit abaiffé, lequel efpace feroit égal à fx, c'eft-à-dire au produit du Sinus de l'angle de l'élévation TQB par x, nombre des inftans du mouvement; mais fa gravité l'ayant abaiffé le long de la verticale TB, dans la raifon du quarré du nombre des inftans de la durée de fon mouvement, il fe fera fait une deftruction d'efpace dans cette même raifon; & par conféquent il n'aura été élevé à la fin de chaque inftant que de $fx - xx$, ou de la ligne FP, (fx) — GP (xx) de cette figure; mais il n'en eft pas de même ici; car la direction abaiffée QH en deffous du niveau du point Q de la batterie, abrége fa courfe de B vers L, de tout le tems qu'il employeroit à parcourir par fa gravité l'efpace BH; car la force d'impulfion n'eft point oppofée à celle de fa gravité: au contraire puifque fuppofant que l'éfort de la gravité qui l'entraîne vers L, foit entiérement aneanti, le mobile parcourra par fa direction par la feule force d'impulfion à chaque inftant l'efpace y, qui eft le Sinus de l'angle d'abaiffement BRH, (*Fig*. 49e.) formé par la direction RH de la volée, & par l'horifontale RB; autant de fois nous aurons le Sinus de complément que je nomme z dans l'horifontale RB, autant de fois nous aurons y dans la verticale BH, & puifque le nombre des inftans $= x$ comme aupatavant, donc $RB = zx$, donc $HB = xy$; c'eft-à-dite que la diftance horifontale RB eft égale au produit du nombre des inftans x, par le complément z de l'angle BRH; & la verticale BH eft égale au produit du nombre x des mêmes inftans par le Sinus y de l'angle BRH: à préfent fuppofons que la gravité accelerée ait fait fon éfort, elle n'aura point empêché le mouvement d'impulfion qui le porte de

B vers H : au contraire tandis que l'impulsion lui a fait parcourir l'espace BH ou (yx) la gravité lui aura fait parcourir l'espace HL ou (xx) de sorte que nous aurons $yx + xx$ sur la verticale BL.

Pour le rendre plus sensible, considerons comme auparavant que le mobile soit un boulet, & qu'il soit enfilé dans la verge RQ, laquelle verge est poussée par une force quelconque, selon la direction abaissée RH, de façon que le point R de la verge RQ, coure le long de la ligne de direction RH, & que la verge soit toujours verticale ; l'on voit d'abord, selon ce que nous avons établi, qu'au premier instant le boulet descendra de $1y$ par l'abaissement de la direction RH, au-dessous de l'horisontale RB, & outre cela de l'espace 1 le long de la verge par la gravité, au deuxiéme instant il sera descendu de l'espace $2y + 4$ qui est le quarré des tems, au troisiéme $3y + 9$, & au dernier $6y + 36$; car à cause des triangles semblables R$1y$, R$2y$, R$3y$, R$4y$, &c, on aura R1, R2 :: $1y$, $2y$, &c. & il aura parcouru par sa gravité les espaces 1, 4, 9, 16, &c. à la fin des tems de la durée de son mouvement ; l'on voit aussi que sur la direction abaissée RH, on aura au premier instant A, au second $2a$, & au dernier ax, & sur l'horisontale AB, au lieu de a il faut substituer z, c'est-à-dire le Sinus de complément de l'angle BRH.

Il suit de là qu'il y aura des cas où il sera impossible de tirer par une projection abaissée sur le but quelconque L ; car le cas ne sera possible que lorsque l'espace HL par la gravité le long de la verge RQ ou BL, sou égale répondra à l'espace BH, parcouru par l'impulsion : de sorte que $yx + xx$ soit égal à BL : dès que l'on ne pourra pas atteindre le but L, par une direction horisontale RB, parce que la ligne de chûte BL est trop courte, on ne pourra pas atteindre le but L par aucune direction abaissée RH, puisque le nombre des instans $\sqrt{HL} = x$, seroit toujours moindre que $\sqrt{BL} = t$ & que z seroit moindre que a, puisque le Sinus total a est le plus grand de tous ; donc la portée par la direction abaissée (zx) sera toujours moindre que la portée par la direction horisontale (at) ; & par conséquent si la direction horisontale a donné une portée trop petite pour atteindre le but L, toute autre portée par une direction abaissée, étant moindre, ne sçauroit y atteindre le but L ; mais au contraire, lorsque la portée de la direction horisontale sera trop grande, & qu'elle passera au-delà du but L, la piéce y peut porter par une direction abaissée RH.

Pour connoître si le cas est possible ou non, pour ne pas tenter

un calcul inutile, il n'y a qu'à comparer dans les tables (dont on enseignera l'usage & sa construction) suivantes *cs*, qui est le produit du Sinus de l'élévation qu'il eût fallu donner à la piéce, si le but L eût été au niveau de la batterie, par son complément, au produit *at* dans la premiere colonne, qui est celui du Sinus total par la tangente de l'angle d'abaissement du but BRL, laquelle tangente est connue ; & pour lors s'ils sont égaux, ou que *at* soit moindre, le cas est impossible sans augmenter la charge · si le produit *at* est plus grand, le cas est possible ; & pour le resoudre, il faut connoître *y* Sinus de l'angle du pointement BRH, que nous trouvons ainsi. BL connu *par la Geometrie*, & reduit en proportion $= b$, $HL = XX$, puisque XX est proportionnelle au quarré du tems dans la raison de BL à *b*, en faisant BL, $b :: xx, X^2$, $BH = b - XX$, $RH = aX$, BR amplitude horisontale si le but étoit au niveau de la batterie $= cs$, on aura dans le triangle rectangle RHB, $RH^2 = RB^2 + BH^2$, & en rendant les valeurs on aura $aaXX = ccss + bb - 2bXX + X^4$, & faisant passer tout d'un côté, & en ordonnant l'équation on aura $+ X^4 - aaXX - 2bXX + ccss + bb = 0$, faisant $- 2b - aa = - p$ & $+ bb + ccss = + q$, on aura cette équation toute preparée $+ X^4 - pXX + q = 0$, dont la solution donnera toujours $X^2 = \frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp - q} = HL$, d'où nous tirons la connoissance de $BH = b - XX$; or dans le triangle rectangle de la projection RBH, qui porte le mobile au point L, on connoît les côtés RB & BH, plus l'angle droit compris RBH, & par conséquent, *par la Trigonométrie*, l'angle du pointement BRH qu'on cherche, par laquelle direction abaissée RH, le mobile ira au point L.

PROPOSITION PREMIERE,

Connoissant la portée de la piéce sous une direction élevée RG, *ou sous une direction abaissée* RL, (*Fig.* 50e.) *connoître la portée de cette piéce par une direction donnée, quelconque abaissée* RM.

Pour la solution de ce Problême, il faut connoître auparavant la hauteur OL, de la batterie R, au-dessus du terrein AL, *par la Geometrie*, laquelle hauteur connue on reduit en proportion, *comme dans la Proposition première du Chapitre deuxième de cette Section*, à sçavoir par cette analogie, comme la portée connue OR est à une amplitude égale (*cs*) d'un tir élevé, ainsi la hauteur OL à une

quatriéme proportionnelle que je nomme b, laquelle sera la valeur proportionnelle de la hauteur OL au-dessus du terrein AL, cette hauteur OL = RA, ou QM = RN de la batterie au-dessus du terrein qu'on suppose ici toujours en plaine & horisontal, détermine les directions des portées infinies abaissées, qu'on peut faire par tous les points infinis du quart de cercle, depuis zero à 90 dégrés : de sorte qu'à mesure que les hauteurs RA, ou RN de la batterie, au-dessus de la plaine horisontale AL, NM, changeront, les portées des tirs faits par les mêmes dégrés d'abaissement BRL, BRM, ou autres quelconques, changeront aussi ; puisque par les mêmes angles les mobiles parcourent à chaque instant un espace égal (c) à leurs Sinus de complément, c'est-à-dire de l'angle RLO, RMQ, & que le nombre des instans de leur mouvement sous une même direction RL ou RM quelconque, augmentera ou diminuera par l'augmentation, ou par la diminution des valeurs reduites (b) des hauteurs de la batterie au-dessus du niveau de la plaine.

Puisque nous connoissons l'angle donné AGM de la direction abaissée GM, (*Fig.* 51[e].) on connoit (z), l'espace Gi que le mobile parcourt à chaque instant de son mouvement sur l'horisontale GA; il n'est plus question que de trouver le nombre x des instans du mouvement du mobile par rapport à la hauteur AD, reduite & connue (b): je cherche ainsi x, nous avons vû que la ligne AM $= yx$ & MD $= xx$, *par ce Chapitre :* donc $yx + xx = b$ qui est la valeur reduite de la hauteur AD; donc en ajoutant $\frac{1}{4}yy$ à chaque membre, pour faciliter l'extraction de la racine quarrée on aura $yx + xx + \frac{1}{4}yy = b + \frac{1}{4}yy$, en tirant la racine de chaque membre on aura $x + \frac{1}{2}y = \sqrt{b + \frac{1}{4}yy}$, en ôtant $\frac{1}{2}y$ de chaque membre pour dégager l'inconnue qu'on cherche, l'on aura $x = \sqrt{b + \frac{1}{4}yy} - \frac{y}{2}$: donc x est connu, puisque y qui est le Sinus de l'angle d'abaissement AGM est connu; & parceque les portées differentes de toutes les directions differentes quelconques GM, par tous les points infinis du demi cercle sont généralement entr'elles dans la raison des produits des espaces parcourus à chaque instant par le nombre des instans, il suit que la portée par la direction abaissée GM sera $= z\sqrt[2]{b + \,yy} - \frac{1}{2}y = zx$: cette formule est generale pour toutes sortes de hauteur AD de la batterie, au-dessus du terrein DN horisontal, parce qu'à mesure que les hauteurs quelconques AD changent, les valeurs reduites b changeront aussi

dans la même proportion, ce qui eſt évident ſans autre démoſtration, dès qu'on aura entendu tout ce qui a précédé.

C'eſt ſur ce principe que l'on pourra calculer les tables de projections par les directions abaiſſées GM, ſur des objets ſitués ſur une plaine, au-deſſous du niveau de la batterie, pour toutes les amplitudes *cs*, depuis la plus petite zero, juſqu'à la grande ſous 45 dégrés, pour tous les angles d'abaiſſement AGM du quart de cercle depuis zero à 90 dégrés.

De ce que nous venons d'établir ſur les differentes portées, ſelon les differentes directions, il eſt facile de conſtruire des tables pour tous les dégrés d'élévations ou d'abaiſſemens qu'il faut donner aux piéces pour tirer à un but propoſé; car pour les projections élevées ſur un objet au-deſſous du niveau de la batterie, en pointant la volée de bas en haut, nous avons trouvé *dans le Chapitre ſecond, Propoſition premiere de cette Section*, cette équation preparée, $x^4 - pxx + q = 0$, dont la ſolution $x^2 = \frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$ nous donne la valeur xx, & la connoiſſance de xx nous donne celle de l'angle du pointement qu'il faut faire pour atteindre un but ſitué de cette maniere.

Cette formule nous donne la ſolution des cas poſſibles pour les projections abaiſſées, ſur des objets au deſſous du niveau de la batterie en pointant la volée de haut en bas. Quant aux directions élevées ſur des objets au-deſſus du niveau de la batterie, en pointant la volée auſſi de bas en haut, nous avons trouvé *dans la ſeconde Propoſition du Chapitre ſecond de cette Section*, cette équation preparée $x4 - pxx + q = 0$, dont la ſolution donnera $x^2 = \frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$ donnera la valeur de xx, dont la connoiſſance nous indique celle du pointement qu'il faut faire, pour atteindre un but ſitué de cette façon.

Pour les portées horiſontales, en pointant la volée de niveau ſur un objet ſitué dans une plaine horiſontale, qui eſt au-deſſous du niveau de la batterie, nous avons trouvé *dans le Chapitre troiſiéme de cette Section* $a\sqrt{}$ AD ou $\sqrt{b}$ pour la portée par la direction horiſontale AG ſur une plaine ND; & lorſque par une direction élevée GF, (*Fig.* 52e.) la portée AG eſt égale à la portée par une direction horiſontale AG: on a trouvé CS $= at$, d'où l'on tire $\frac{cs}{a} = t$ qui ſera la tangente de l'angle formé par la ligne horiſontale AG, & la viteſſe GD, tirée du point G de la batterie au point D, ſitué dans la plaine horiſontale DN, au-deſſous de la batterie,

toutes les Elévations de degrez en degrez, depuis zero
s dessous du Niveau de la Batterie, soit qu'on
c l'horisontale.

RE' D'ÉLEVATION. CS=!

Dégrés d'abaissemens en dessus ou en dessous du niveau de la Batterie.	En élevant la piéce pour atteindre un but situé au-dessous du niveau de la Batterie.		En élevant la piece pour atteindre un but situé au-dessus du niveau de la batterie.		Angles d'abaissement en pointant la piéce du haut en bas sur un but au-dessous du niveau de la Batterie.	Portées horisontales sur une plaine située au-dessous du niveau de la Batterie, en pointant la piece du haut en bas horisontalement.
	En pointant avec l'horisontale.	En pointant avec la Verticale.	En pointant avec l'horisontale.	En pointant avec la Verticale.		
46						
47						
48						
49						
50						
51						
52						
53						
54						
55						
56						
57						
58						
59						
60						

$\frac{}{a} = r$ qui sera la
tale AG, & la vitesſ
ſitué dans la plain

lequel point doit arrêter le mobile, parceque dans la présente hypoiése de Galilée, le mobile aura parcouru le quarré de la tangente de l'angle d'abaissement AGD, tandis que par son impression il aura parcouru la longitude AG = *cs*.

Il faut pour cela connoître la hauteur AD de la batterie G au-dessus de la plaine DN, & la reduire en proportion de la plus grande amplitude (*cs*) de la portée de cette piéce, ou autre portée connue quelconque; ainsi qu'on l'a enseigné, *en donnant la formule des projections abaissées*: cette hauteur étant reduite, & *b* par conséquent connu, on cherchera la portée horisontale AG de cette piéce par une direction horisontale GA, en tirant la racine quarrée de *b*; car nous avons AG = *at*, AD = *tt*; donc en reduisant AD, on a fait AD égal $tt = b$, donc $\sqrt{b} = t$ qui sera la tangente de l'angle DGA; & par conséquent le point D sera celui où s'arrêtera le mobile: & pour avoir la portée AG, on aura donc AG = *ax* ou *at*; mais $at = a\sqrt{b}$; ce qui nous indique que la hauteur de la batterie G, au dessus de la plaine du niveau DN étant donnée, & par conséquent connue, la portée de cette piéce sera égale au produit du Sinus total par $\sqrt{b}$, qui est la racine quarrée de la hauteur connue AD, & reduite = *b*: *comme nous l'avions déja vû*.

Pour les portées des piéces des directions abaissées, l'on vient de trouver *dans la Proposition premiere de ce Chapitre quatriéme de la premiere Section*, pour la valeur des instans $x = \sqrt{b + \frac{1}{4}yy} - \frac{1}{2}y$, & pour la portée horisontale correspondante à chaque angle de direction abaissée GM $= z\sqrt{b + \frac{1}{4}yy} - \frac{1}{2}y$, l'on voit qu'il suffit de connoître la hauteur AD reduite = *b* correspondante à chaque angle d'abaissement AGH.

On suppose pour cela la distance AG = *cs*, ce qui donne 45 cas, à sçavoir les 45 portées horisontales *cs* depuis zero à 45 dégrés, & en déterminant pour chacun de ces cas 90 directions abaissées AGH, depuis zero (qui est la direction AG) à 90 dégrés, qui est celle qui seroit verticale comme AD: on parvient à fixer une valeur reduite *b* pour chaque cas, & par conséquent la portée correspondante à chaque cas.

Pour une amplitude de deux dégrés d'élévation cs = d.

Pour une amplitude horifontale correfpondante à la portée de l'élévation de trois dégrés cs = D.

Pour une amplitude horifontale correfpondante à la portée de l'élévation de quatre dégrés, &c.

Il y auroit 90 pages pour ces tables, puifque chaque dégré d'élévation contient deux pages, & qu'il n'y a que 45 amplitudes horifontales *cs* correfpondantes à chaque dégré d'élévation, depuis zero jufqu'à 45 dégrés; car dans l'hypotéfe de Galilée les amplitudes également éloignées de 45 dégrés font précifément égales.

CHAPITRE. CINQUIE'ME.

Explication des Tables & de leurs ufages.

POUR éviter la peine aux Bombardiers ordinaires de faire les calculs neceffaires pour trouver les dégrés des élévations des piéces, on pourroit calculer ces tables, où l'on trouve d'un coup d'œil toutes les diftances poffibles pour tous les cas qui peuvent fe préfenter dans la pratique; dans cette idée il eût été trop embarraffant de donner les diftances effectives fur le terrein des buts que l'on fe propofe d'atteindre à l'imitation des tables de Mr. Belidor (qui dans cette hypotéfe préfente de Galilée font excellentes pour tous les cas de la pratique ordinaire), puifque les portées des armes à feu, & de toutes les puiffances infinies des mobiles étant de differentes forces à l'infini, les cas fe peuvent préfenter à l'infini; cependant les rapports de ces differentes portées entr'elles, lorfque la force eft la même, ne changeant point par la differente fituation du but ou de l'élévation de la piéce, au lieu de prendre ces diftances effectives des batteries au but qu'on fe propofe d'atteindre, nous avons pris les rapports qu'elles ont entr'elles; & pour cela nous nous fervons des amplitudes horifontales des projections; & pour chaque dégré d'amplitude qui eft toujours *cs*, dont

dont l'on trouve les valeurs dans la table des portées horisontales, *à la fin du premier Chapitre de cette premiere Section*, on peut calculer 90 cas qui peuvent varier par la situation que le but peut avoir en-dessus ou au-dessous du niveau de la batterie dans cette même distance pour chaque amplitude *cs*; au dessus de la page de chaque dégré d'amplitude on trouve la valeur *cs* de l'amplitude horisontale correspondante à l'élévation qu'il faudroit donner à la piéce pour atteindre le but s'il étoit au niveau de la batterie à cette même distance.

Il y a cinq colonnes à chaque page, & il y a deux pages pour chaque dégré d'amplitude : l'on trouve dans la premiere colonne de chaque page les dégrés du niveau du but au-dessus ou au-dessous de celui de la batterie : cet angle est formé par l'horisontale AB (*Fig.* 53.) $=cs$, & par la visuelle AC, tirée de la batterie au but C, soit que cet angle BAC soit au-dessous du niveau A, soit qu'il soit au-dessus comme FAB, il ne peut y avoir pour ce cas que 90 differentes situations, à sçavoir depuis zero à 90 dégrés.

Dans la premiere colonne de ces deux pages correspondantes à chaque dégré, il y a 45 dégrés de niveau depuis zero à 45.

Et dans la seconde de ces deux pages, il y a 45 dégrés de niveau depuis 45 à 90.

Dans la seconde colonne de chaque page on trouve à côté de chaque dégré de niveau tous les dégrés d'élévation qu'il faut donner à la piéce pour tirer de cette distance sur un but abaissé au-dessous de la batterie par une angle BAC quelconque d'un nomdre déterminé de dégrés, depuis le dégré zero de l'horisontale AB jusqu'à 90 dégrés de la verticale AM : ce qui peut être en deux manieres differentes, à sçavoir, en comptant les dégrés depuis la verticale PA sur la circonférence PFB de P vers F, ou en comptant les dégrés depuis l'horisontale AB de B vers P, sur la même circonférence BFP : ce qui par conséquent peut donner deux différentes directions, à sçavoir AL & AF, & qui a fait soûdiviser cette colonne en deux autres.

Dans la troisiéme colonne on trouve vis-à-vis du dégré du niveau BAC les dégrés de l'élévation qu'il faut donner à la piéce pour tirer de cette distance AD (*cs*) sur un but élevé au-dessus du niveau de la batterie de tant de dégrés ; ce qui peut arriver aussi en deux manieres différentes, comme dans la colonne précédente, à sçavoir en pointant avec la verticale AP, ou avec l'horisontale AB, ce qui a soûdivisé aussi cette troisiéme colonne en deux autres.

Dans la quatriéme colonne l'on trouve les angles d'abaiſſement qu'il faut donner à la piéce en la pointant du haut en bas, pour tirer de cette diſtance déterminée (*cs*) ſur un but abaiſſé de tant de dégrés depuis zero à 90 degrés au-deſſous du niveau de la batterie.

Dans la cinquiéme & derniere colonne, l'on trouve l'étendue relative des portées d'une piéce, en tirant par une direction abaiſſée depuis zero à 90 dégrés ſur une plaine abaiſſée au-deſſous du niveau de la batterie : de ſorte que la hauteur DC de la batterie au-deſſus de cette plaine ſoit toujours égale à l'amplitude *cs* horiſontale qui eſt au-deſſus de cette page : on calcule les portées rélatives par des directions abaiſſées, en multipliant le Sinus de complément de chaque dégré d'abaiſſement par $\sqrt{b + \frac{1}{4}yy} - \frac{1}{2}y = \sqrt{cs + \frac{1}{4}ss} - \frac{1}{2}s$ parceque *cs* qui eſt ici l'amplitude correſpondante à la hauteur eſt égale à *b* & que *y* eſt égal au Sinus (*s*) de l'angle BAC d'abaiſſement, ce qui donne 90 cas par chaque *cs* des tables, puiſqu'il y a 90 dégrés.

On ajoute une cellule au-deſſus de cette colonne pour la portée de la piéce, en la pointant horiſontalement ; on trouve cette portée relative en multipliant le Sinus total (*a*) par $\sqrt{cs}$; parce qu'on ſuppoſe également que ſa hauteur DC ſoit égale à CS.

Il faut remarquer que les angles d'élévation des directions, en tirant ſur des buts ſitués au-deſſus ou au deſſous du niveau de la batterie, en pointant avec la verticale, ne ſont pas les mêmes qu'en pointant avec l'horiſontale.

Car il n'y a pas de doute que l'impulſion étant égale, & ſans affoibliſſement, le mobile à chaque inſtant ne parcoure le même eſpace à la fin de ſa courſe qu'au commencement ; or ſuppoſons deux élévations également éloignées de 45 dégrés, nous aurons *cs* pour la diſtance horiſontale AD, (*Fig.* 54.) dans l'une comme dans l'autre ; mais le mobile qui tombe depuis la hauteur BD par la direction AB, au-deſſus de la direction AK de 45 dégrés, ayant déja une viteſſe plus accelerée dans ſa chûte, lorſqu'il ſera vers l'horiſon au point D, parcourra beaucoup plus vîte par ſa gravité, l'eſpace FG qui eſt la hauteur de la batterie A, au-deſſus de la plaine horiſontale QG ; & par conſéquent employera moins d'inſtans ; & à chaque inſtant, puiſqu'il parcourt l'eſpace AR, c'eſt-à-dire (*c*) le Sinus de complément de l'élévation BAF ; cet angle de complément ABD, ſera beaucoup moindre au-

dessus de 45 dégrés; & par conséquent l'espace DF sera moindre, puisque DF $=cx$, & que c & x sont moindres; c'est-à-dire puisqu'il y a moins d'instans x de mouvement, & qu'à chaque instant il parcourt un espace moindre c sur l'horisontale.

Dans la projection AMD, par la direction AC, en-dessous de 45 dégrés, le mobile au point D, aura déja parcouru également l'espace horisontal AD, (cs) comme par la direction AB en-dessus de 45 dégrés : le mobile tombant seulement de la hauteur CD, employera beaucoup plus de tems pour parcourir l'espace FG: donc le nombre des instans sera plus grand; outre cela à chaque instant il parcourra plus d'espace que par la direction AB, au-dessus de 45 dégrés, puisque cet angle CAD étant plus petit que BAD, le Sinus de complément ACD qu'il parcourt à chaque instant sous la direction AC au-dessous de 45 dégrés, sera beaucoup plus grand : nous aurons pour DF le produit des instans X par le Sinus (c) de complément ACD, donc il sera beaucoup plus grand: par conséquent les portées des piéces sous des élévations également éloignées de 45 dégrés, & qui sont au-dessous de 45, sont beaucoup plus grandes que celles qui sont au-dessus de 45.

Lorsqu'on abbaisse la piéce pour atteindre un but situé au-dessous du niveau de la batterie, un seul exemple suffit pour apprendre l'usage des tables.

Supposons que l'on doive tirer d'un point A de batterie (*Fig.* 55.) sur un but L, au-dessous du niveau de la batterie d'un angle d'abaissement de 20 dégrés; je veux dire que l'angle CAL, soit de 20 dégrés : Supposons encore que l'on connoisse l'amplitude horisontale (cs) correspondante à la distance AC, où est placé le but L, par le moyen de la table du premier Chapitre.

Supposons ici que cette amplitude (cs) soit la plus grande de la piéce, sous l'élévation, par conséquent de 45 dégrés qu'il eût fallu donner à la piéce, si le but L étoit au niveau de la batterie A, comme AC.

Cherchons dans la page des tables, qui appartient à une amplitude cs correspondante à l'élévation de 45 dégrés, à côté du 20e. dégré de la premiere colonne, on trouvera dans la colonne suivante l'angle d'élévation qu'il faut donner à la piéce pour atteindre le but L situé à cette distance, & dans un niveau au-dessus de la batterie: de sorte que l'angle d'abaissement soit de 20 dégrés.

Si le but L eût été au-dessous du niveau de la batterie A, il

auroit fallu chercher dans la troisiéme colonne vis-à-vis de 20 dégrés, on trouve l'anglè de l'élévation qu'il eût fallu donner à la piéce pour aller à cette hauteur, à cette distance proposée correspondante à l'amplitude *cs* horisontale de 45 dégrés.

Il est évident, sans autre explication, que si l'amplitude horisontale (*cs*) correspondante à la distance AC proposée, eût été moindre; c'est-à-dire que s'il eût fallu donner une moindre élévation à la piéce pour atteindre le but L à la distance AC, au lieu de le chercher dans cette page, on eût cherché dans celle qui appartient à cette amplitude (*cs*).

Si l'on veut sçavoir à quelle distance portera une piéce pointée horisontalement sur une plaine horisontale, située au-dessous du niveau de la batterie, connoissant sa portée sous une élévation quelconque; on regardera quelle élévation il faudroit lui donner, si le point G, (*Fig. 56.*) qui termine sa course, étoit au niveau de la batterie, pour qu'elle portât son mobile à une distance AD, égale à la hauteur FG de la batterie, au-dessus du niveau de la plaine horisontale QG; & dans la page des tables correspondantes à cette amplitude *cs*, il faut chercher dans la cinquiéme colonne le dégré d'abaissement zero; c'est-à-dire la direction horisontale AF, à la tête & au-dessus on trouvera la portée AF correspondante à cette hauteur FG de la batterie au-dessus de la plaine, en pointant de niveau la volée: ce qui ne nous donne jamais qu'un seul cas pour chaque *cs*, ou chaque hauteur FG de la batterie, au-dessus du niveau de la plaine QG: puisque du point A, on ne peut tirer qu'une seule horisontale AF dans un plan vertical AG; ce qui est évident *par la Geométrie.*

Supposons qu'il eût fallu élever de 25 dégrés la piéce, si la plaine QG eût été au niveau de la batterie A, pour que le mobile fût parvenu au point D: de sorte que AD = FG, ou AQ, on regarde dans la page des tables qui appartient à l'amplitude *cs* horisontale, correspondante à l'élévation de 25 dégrés; & au-dessus de la cinquiéme colonne dans la cellule qui répond aux dégrés zero, on trouvera la portée de cette piéce en tirant horisontalement du dessus de l'éminence AQ du point A, au-dessus de la plaine horisontale QG: ce qui ne peut donner que ce seul cas pour cetre amplitude (*cs*): de sorte que dans la colonne le premier nombre sera toujours la portée relative de la piéce, par une direction horisontale en tirant d'une éminence au-dessus d'une plaine.

Si l'on veut sçavoir quel angle d'abaissement il faut donner à

la piéce, pour atteindre le but situé au-dessous du niveau de la batterie, connoissant une de ses portées sous une élévation quelconque, il faudroit chercher l'amplitude horisontale (*cs*) correspondante à la distance de ce but, en supposant que le but fût au niveau de la batterie : supposons que cette amplitude (*cs*) réponde à l'élévation de 25 dégrés; il faut chercher dans la page des tables qui comprend cette amplitude de 25 dégrés ; & dans la quatriéme colonne, dans la 33e. cellule qui répond aux dégrés supposés du niveau de l'abaissement du but au-dessous du niveau de la batterie, on trouvera l'angle d'abaissement de la direction de la piéce en la pointant du haut en bas, qu'il faut donner, pour que le mobile puisse atteindre un but qui seroit situé de cette façon. Comme le cas n'est pas toujours possible, ainsi que nous l'avons déja démontré, il peut se faire que l'on ne trouve dans cette cellule aucun nombre qui puisse indiquer l'angle de l'abaissement qu'on cherche, & que la cellule soit vuide ; car il y aura beaucoup de cellules vuides dans cette quatriéme colonne, parce que selon la distance du but à la batterie, & selon la hauteur de la batterie au-dessus du niveau du but le cas sera possible ou non : dès que la cellule de cette quatriéme colonne, qui correspond à l'angle du niveau du but se trouve vuide, le cas est impossible ; & l'on doit conclure, sans autre, que pour pouvoir atteindre le but dans cette situation, il faut augmenter la charge, sans quoi l'on ne sçauroit y atteindre avec cette piéce : d'où il resulte que si la piéce est chargée à toute charge, comme la force motrice contre le mobile n'augmente plus, quand même on augmenteroit la charge, ainsi que nous l'avons déja démontré *dans la premiere Partie de cet Ouvrage ;* il faut conclure qu'avec cette piéce ou puissance quelconque (car n'importe que ce soit une arme à feu ou machine quelconque qui chasse le mobile), on ne sçauroit par aucune direction abaissée atteindre le but qu'on se propose d'atteindre.

Si l'on veut connoître les portées d'une piéce ou puissance quelconque, en tirant par tous les dégrés d'abaissement, depuis zero qui répond à la direction horisontale, jusqu'à la direction abaissée verticale de 90 dégrés : en supposant qu'on connoisse la hauteur de la batterie au-dessus de la plaine horisontale, & la portée de la piéce sous une élévation quelconque connue : il faut chercher l'amplitude horisontale *cs* correspondante à l'élévation qu'il faudroit donner à la piéce pour atteindre le point O quelcon-

que, s'il étoit au niveau de la batterie A; & si la distance horisontale AD étoit égale à la hauteur BO quelconque de la batterie au-dessus de la plaine horisontale PO.

Supposons que cette amplitude horisontale (*Fig.* 57.) (*cs*) soit correspondante à l'élévation de 25 dégrés, on cherchera dans la page des tables qui comprend cette amplitude (*cs*) de 25 dégrés; & à chaque angle d'abaissement XAL, XAF, XAR, on trouvera dans la cellule correspondante à cet angle l'abaissement du pointement : dans la cinquiéme colonne l'étendue (QN) de la portée relative de la piéce, sous cette direction, & en tirant de dessus cette éminence AP, au-dessus de la plaine horisontale PO proposée : par le moyen de cette amplitude (QN) connue, on trouve la distance AB de la portée absolue de la piéce, laquelle est quatriéme proportionnelle à la portée connue quelconque (*d*), à l'amplitude (*cs*) de cette portée connue, & à cette amplitude (QN) qu'on trouve dans les tables.

Si l'on veut sçavoir par exemple la portée de cette piéce par l'amplitude (*cs*) de 25 dégrés, correspondante à la hauteur AP de cette éminence, en pointant la piéce par un angle d'abaissement XAL de 15 dégrés : il faut chercher la 15ᵉ. cellule de la cinquiéme colonne de la page 25ᵉ. qui comprend cette amplitude (*cs*), & l'on trouvera l'étenduë de la portée relative, en tirant de dessus cette hauteur au-dessus d'une plaine, par un angle d'abaissement XAL : si au lieu de pointer par un angle de 15 dégrés XAL, on eût voulu pointer sous un angle de 60 dégrés XAF, au lieu de prendre la 15ᵉ. cellule de la colonne de la 25ᵉ. page, on eût pris la 15ᵉ. cellule de la cinquiéme colonne de la page suivante appartenante à cette même amplitude de 25 dégrés : en un mot la cellule correspondante aux dégrés d'abaissement quelconque XAL, XAF, XAR, nous indiquera la valeur de (QN), laquelle nous donnera la portée absolue qui est quatriéme proportionnelle à une portée quelconque connue à l'amplitude (*cs*) de cette portée connue, & à (QN) qu'on trouvera dans cette cellule.

Si l'amplitude (*cs*) correspondante à la hauteur AP de la batterie au-dessus de la plaine eût été plus grande ou moindre, on eût pris une page differente; c'est-à-dire celle qui comprend cette amplitude (*cs*).

Il peut arriver des cas qui ne se rencontreront point dans ces tables; car si l'on suppose à l'infini les hauteurs AP des éminences sur lesquelles sont les batteries au-dessus de la plaine horisontale PO, les distances AB seroient infinies, & par conséquent

beaucoup plus grandes que la plus grande amplitude (*cs*) correspondante à l'élévation de 45 dégrés : de sorte que les cas pouvant varier à l'infini, il faudroit pousser les tables à l'infini : puisqu'il n'y a point de distance si grande dans cette hipotése présente de Galilée, du mouvement d'impulsion égal & perpetuel, que le mobile ne puisse parcourir avec la moindre vitesse ; car il n'y a qu'à supposer d'une hauteur infinie le point du départ des mobiles au-dessus du but qui les peut retenir, & terminer leur course.

Dès que l'amplitude horisontale (*cs*) correspondante à la distance horisontale du but qu'on se propose d'atteindre, seroit plus grande que l'amplitude totale horisontale des 45 dégrés, les tables ne nous serviroient plus de rien, à moins de les calculer jusqu'à ce que la hauteur de la batterie au-dessus du niveau du point qui retient & termine la course du mobile, soit égale aux plus grandes hauteurs que l'on puisse trouver dans la pratique à la guerre ; & pour lors ces tables suffiroient aux Bombardiers ordinaires pour leurs usages dans tous les cas qu'ils pourroient rencontrer à la guerre.

Pour pousser les tables plus loin, la méthode est la même ; il n'y aura que les *cs* qui ne répondront à aucune amplitude horisontale, en supposant le but au niveau de la batterie, dès que ces (*cs*) seront plus grandes, que la plus grande amplitude horisontale de 45 dégrés.

Pour le rendre plus sensible, supposons que la plus grande portée soit de 400 toises, & que l'on veuille tirer sur un but éloigné de 800 toises de la batterie, on procedera comme à l'ordinaire pour trouver l'amplitude *cs* convenable à cette distance, supposé que le but que l'on se propose d'atteindre fût au niveau de la batterie à la distance de 800 toises : par cette analogie suivante, comme on l'a déja démontré, 400, *cs* :: 800, CS ; le quatriéme terme que nous donne CS, pour l'amplitude horisontale correspondante à la distance de 800 toises, ne répond à aucune amplitude horisontale ; mais il nous fait connoître qu'il est impossible d'atteindre le but à cette distance avec cette charge, puisqu'elle ne peut porter qu'à quatre cent toises par la supposition ; mais si l'on suppose ce but au-dessous de la batterie, la hauteur de la batterie au-dessus du but, peut être d'une grandeur suffisante pour atteindre le but à la distance de 800 toises, par toutes les directions du demi cercle, tant élevées qu'horisontales ou abaissées ; & l'on n'auroit qu'à supposer les hauteurs d'une certaine grandeur, pour

rendre les cas poſſibles à l'infini, qu'on reſoudroit par la même formule convenable à la nature des directions des piéces, & à la ſituation des buts, comme nous l'avons fait dans les tables.

Cependant comme il ſeroit inutile pour la pratique qui fait le but des tables, de ſuppoſer les hauteurs au-delà de celles qui ſe peuvent rencontrer dans les Pays differens où l'on fait la guerre, on peut ſe contenter de pouſſer les tables ſeulement, juſqu'à ce que l'on ſoit obligé de ſuppoſer des hauteurs plus grandes, que celles qui ſe préſentent ordinairement dans la pratique, pour rendre les cas poſſibles; & dès lors on concluroit que dès que les (*cs*) qui répondroient aux cas propoſés, feroient plus grandes que la plus grande CS, pour laquelle les tables feroient calculées, elles donneroient un cas impoſſible pour cette piéce, ou puiſſance quelconque.

Si l'on ſe contente de calculer les tables pour la plus grande amplitude (*cs*) de 45 dégrés. Voici un exemple de la maniere de proceder au calcul pour la ſolution des cas, lequel ſervira en même tems, & pour ſupléer aux tables dans ces cas qu'elles ne comprennent pas, & pour faire voir que la méthode du calcul pour pouſſer les tables auſſi loin qu'on le veut, eſt la même.

Nous aurons AF (*Fig.* 58.) $=$ CS, & l'on aura de même cette équation preparée $x^4 - pxx + q = 0$, dont la ſolution nous donnera la valeur de xx (*Chapitre ſecond, Propoſition premiere de cette Section*,) $=$ BG, dont la connoiſſance nous donnera comme auparavant celle de BF $= xx - b$; de ſorte que la hauteur FG reduite ſera $= b$, que l'on reduit par cette analogie AF, *cs* :: FG, b: or la comparaiſon de BF connue, nous donne celle de l'angle BAF, du pointement qu'il faut faire; lorſque le cas ſera poſſible, il viendra une valeur quelconque S, pour le Sinus de l'angle qu'on cherche *par la Trigonométrie*, pour parvenir au but G; ſi S eſt moindre de 100000 qui eſt le Sinus total, le cas eſt poſſible; s'il eſt $=$ 100000, ou qu'il ſoit plus grand, le cas eſt impoſſible: de ſorte qu'il faut augmenter la force motrice de la piéce pour augmenter la force, ou ſuppoſer une hauteur FG encore plus grande au-deſſus du but.

L'on peut de cette façon trouver toutes les élévations, & toutes les portées des piéces dans tous les cas poſſibles; je ne propoſe les tables que pour en éviter le calcul dans les occaſions preſſantes, & pour rendre l'uſage des piéces plus à la portée des Bombardiers qui n'auroient pas aſſez d'étude pour faire ces calculs;

ſi

si l'on ne connoît pas la hauteur FG pour avoir *b* reduit, on fera cette analogie; je nomme (*a*) le Sinus total (*t*) la tangente de l'angle déterminé d'abaissement du but, (*cs*) la distance horisontale AF proposée : *a*, *t* :: *cs*, *b*; ce qui est évident *par la Trigonométrie;* c'est de cette maniere qu'on cherche la valeur reduite $b = GF$ pour la construction des tables, parce qu'on y suppose les portées $AF = cs$; ainsi il n'est pas besoin pour le calcul des tables de supposer aucune portée; & de cette façon les tables peuvent servir pour toutes sortes de projections de quelque vitesse que soient mûs les mobiles.

On voit qu'il n'y a qu'à faire un coup d'épreuve comme dans la pratique ordinaire, pour connoître d'abord les portées correspondantes aux directions des piéces, dans quelque situation que soit le but qui termine la course du mobile, & pour connoître la direction de la piéce convenable à l'éloignement du but, & à sa situation : j'aurois donné la maniere de calculer des tables, où l'on verroit d'un coup d'œil, & les portées & les directions qu'on cherche, sans être obligé de chercher par une regle de proportion l'amplitude *cs* horisontale convenable à la distance horisontale du but à la batterie, comme sont les tables de Mr. Belidor pour les portées horisontales, lorsque le but est au niveau de la batterie, qui sont très commodes, & seroient bien plus précieuses aussi bien que les miennes, si l'hypotése de Galilée, sur laquelle elles sont fondées, n'étoit pas contestable; ce qui fait qu'indépendamment des dérangemens & accidens des piéces dont j'ai parlé dans la mécanique de la poudre, la resistance de l'air qui est comptée pour rien dans le calcul de nos tables, les rendent fausses dans les épreuves qu'on en a fait; mais l'usage en eût été embarrassé, & le calcul penible; outre cela c'est peu de chose que le calcul qu'il faut faire pour trouver l'amplitude horisontale *cs* : tout au moins ces tables rendroient le jet des bombes sur des objets au-dessus ou au dessous du niveau de la batterie, aussi facile que si elles étoient au niveau de la batterie, & qu'on voulût calculer l'amplitude *cs* qui répond à la distance du but, sans se servir des tables de Mr. Belidor, puisque c'est précisément la même operation & la même regle. On pourroit même se servir des tables de Mr. Belidor, pour connoître l'angle d'élévation qu'il faudroit donner à la piéce, en supposant que le but qu'on veut atteindre fût au niveau de la batterie; & si l'on poussoit le calcul de mes tables pour tous les demi-dégrés, depuis zero jusqu'à 45,

X

on trouveroit dans la page de mes tables, qui appartient à cette amplitude des dégrés, ce que l'on cherche, & il ne faudroit faire aucun calcul.

CHAPITRE SIXIE'ME,

Construction & usage d'un Instrument nouveau qu'on peut nommer à juste titre universel pour le jet des Bombes, & pour l'exécution de toutes sortes de puissances capables de jetter des mobiles, dans quelque situation que les buts soient par rapport à la Batterie.

PRE'VENUS de tout ce qui a précedé, si nous supposons qu'une verge inflexible AC, (*Fig.* 59e.) le long de la direction élevée AC enfile la verge indéfinie CG, où le boulet est supposé enfilé; & que la puissance quelconque égale à celle de la poudre pousse la verge de A vers C, de sorte qu'à chaque instant elle parcoure un espace A 10 égal le long de la verge AC, de sorte que nous aurons autant de fois l'espace A 10 sur la verge qu'il y a d'instans de mouvement 1 : 2 : 3 : 4 : &c ; supposons qu'il y ait 15 instans, nous divisons donc en 15 espaces égaux la verge AC au point 1 : 2 : 3 : 4 : &c ; or supposons que sur le plan vertical ACG, on ait marqué vis-à-vis la verge CG qui enfile le boulet A, les points 1 : 4 : 9 : 16 : 25 : 36 : &c. que le boulet y aura parcouru à la fin des tems 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : &c. par sa gravité ; nous aurons sans doute la courbe de projection du boulet par cette direction AC. (*Chapitre premier, Section premiere de cette Partie.*)

Nous avons divisé la ligne AC de projection en un nombre de parties égales prises à discretion, & nous avons supposé que la vitesse d'impulsion étoit 10 fois plus grande que celle de la gravité ; c'est pourquoi nous avons divisé l'espace A10 en 10 parties, une partie sera l'unité qui mesure les espaces de la gravité sur la verge verticale CG : de sorte qu'au lieu de la verge inflexible AC, on a pris une regle AC, à laquelle on attache des perpendicules CG d'une façon qu'ils puissent se mouvoir à l'entour du point C qui les lie à la regle AC, & à chacune des divisions 10 : 20 : 30 : 40 : &c. de la régle on attache son perpendicule correspondant : le perpendicule du premier instant au point 1 de la régle A sera = 1,

le ſecond perpendicule attaché à l'extremité de la ligne A : 20 eſt = 4, le troiſiéme attaché au point 30 de la régle AC du troiſiéme inſtant eſt = 9 : au point 40 du quatriéme inſtant le perpendicule ſera = 16 ; au point 50 il ſera égal à 25, &c. & ainſi de ſuite, en mettant toujours de diviſion en diviſion ſur la régle AC des perpendicules de la longueur ſelon les quarrés des tems, à ſçavoir 36 : 49 : 64 : 81 : 100 : 125 : & ainſi à l'infini, à meſure que la régle AC ſera prolongée à l'infini.

Si nous fixons au point A ſur le plan vertical ACG l'alidade AC, de ſorte qu'elle puiſſe faire la revolution du demi cercle FLM, les eſpaces parcourus par la gravité prendront la direction des graves, telle que la gravité l'a fait prendre au boulet le long de la verge CG, & la force de la puiſſance qui pouſſe le long de la régle AC, par cette direction étant toujours la même, à chaque inſtant elle parcourra le même eſpace précisément égal à A 10 & par conſéquent les eſpaces A 10, A 20, &c. parcourus par l'impulſion, ſont préciſément ſur chaque direction les mêmes ; & ſi nous faiſons paſſer préciſément une ligne courbe par tous les points des extrémités des perpendicules ſous chaque direction AF, AM, AC du demi-cercle FLM, en faiſant faire à la régle AC, à laquelle les plombs ſont attachés, la revolution entiere du demi-cercle FLM, toutes ces courbes qui paſſent par les extrémités des plombs à chacun des points de la revolution, formeront préciſément les traces des projections infinies d'une même force, pour tous les points infinis du demi-cercle : il n'y a donc qu'à décrire le demi cercle FLM, la ligne AC marquera ſur la circonférence du demi-cercle, l'angle de la direction correſpondante à chacune de ces courbes de projection faites par tous les points infinis du demi-cercle : ſuppoſons encore une horiſontale AB, l'interſection des courbes de projection, lorſque l'alidade fera la revolution du quart de cercle FLV, marquera ſur cette horiſontale qu'elle coupe au point B quelconque, l'étendue de l'amplitude ou portée horiſontale de la piéce ſous chaque élévation : de ſorte qu'en faiſant faire la révolution entiere du quart de cercle FLV à la régle AC, les interſections de la courbe ſur l'horiſontale indéfinie AB, feront les portées horiſontales des piéces ſous toutes les directions élevées AC du quart de cercle depuis zero à 90 dégrés : d'où il ſuit que ſi nous connoiſſons en meſure une ſeule de ces portées quelconques ſous une même élévation connue ſur le terrein, nous connoîtrons toutes les autres portées par les directions élevées

indéfinies du quart de cercle, en divisant cette portée connue AB, sur la ligne horisontale en autant de parties que la distance connue, où le mobile est parvenu sous l'élévation connue, en contient : cette ligne nous servira d'échelle pour une commune mesure de toutes les autres portées infinies qu'on peut avoir, selon la distance, la situation du but, & de la piéce avec cette même force.

Nous avons supposé que la vitesse d'impulsion étoit décuple, c'est-à-dire 10 fois plus grande que celle de la gravité; mais elle peut être moindre ou plus grande, puisqu'on peut supposer que la force d'impulsion soit moindre, ou plus grande; & dans tous ces cas qui peuvent être infinis, il semble d'abord que l'instrument ne puisse plus servir, attendu que la chûte initiale ne varie point comme les vitesses initiales : cependant on va voir qu'on pourra également s'en servir, si l'on veut faire attention aux principes suivans.

Si un corps A, (*Fig. 61. & 62.*) poussé selon une direction élevée AB, oblique à l'horison AN, descend à chaque instant par sa pésanteur, en sorte que les espaces *rs*, *qm*, &c. dont il se trouve abaissé à la fin des tems; pendant lesquels il auroit parcouru les espaces A*r*, A*q*, &c. sur sa direction, soient comme les quarrés de ces espaces A*r*, A*q*, &c : Je dis que si après qu'il sera parvenu sur l'horison en N, on éleve la perpendiculaire NB, qui coupe la ligne de direction AB en B, la plus grande hauteur OP de la courbe ou parabole que ce corps aura décrit, sera égale au quart de la perpendiculaire BN, & que cette hauteur étant prolongée, coupera la direction AB & l'amplitude AN, chacune en deux parties égales. Du milieu *t* de la direction AB, j'abaisse la perpendiculaire *t*O, sur l'amplitude AN, laquelle perpendiculaire coupe la parabole en P, & nommant AB $= x$, j'ai A*t* $= \frac{1}{2} x$; or par l'hypotése la droite BN est à la droite *t*P, comme le quarré du tems employé à parcourir AB, est au quarré du tems employé à parcourir A*t*, & les tems employés à parcourir AB, A*t*, sont comme AB, A*t*, à cause que le mouvement sur la direction AB est uniforme ; donc BN, P*t* : : x^2, $\frac{1}{4} x^2$, & par conséquent *t*P $= \frac{1}{4}$ BN; mais dans les triangles semblables AO*t*, ANB, nous avons AO, AN : : O*t*, BN : donc à cause de AO $= \frac{1}{2}$ AN, par la construction nous avons *t*O $= \frac{1}{2}$ BN ; mais OP $=$ O*t* $-$ *t*P : donc OP $= \frac{1}{2}$ BN $- \frac{1}{4}$ BN $= \frac{1}{4}$ BN; il reste donc à prouver que OP est la plus grande hauteur, ce que nous prouvons ainsi.

Je prends de part & d'autre du point t, les parties égales tq, th, moindres chacune qu'un $\frac{1}{2}$AB; & comme j'ai nommé AB, x At, $\frac{1}{2}x$, je nomme $tq = th = \frac{1}{n}x$, la fraction $\frac{1}{n}$, marque une fraction quelconque moindre que $\frac{1}{2}$: par l'hypotése la droite BN est à la droite qm, comme AB^2 est à $\overline{Aq}^2$, ou $\overline{At - qt}^2$: donc BN, qm : : xx, $\frac{1}{4}xx - \frac{1}{n}xx + \frac{1}{nn}xx$, appellant donc BN, xx, & tirant la droite qV, paralelle à AN, les triangles semblables BAN, BqV, donnent BA, Aq : : BN, VN ou qY: donc x, $\frac{1}{2}x - \frac{1}{n}x$: : xx, $\frac{1}{2}xx - \frac{1}{n}xx = qy$: retranchant donc de qy, la droite qm; le reste $\frac{1}{4}xx - \frac{1}{nn}xx$, sera la valeur de la droite my; mais nous avons trouvé OP $= \frac{1}{4}xx$; donc OP est plus grand que $py = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{nn}x$.

De même la droite BN est à la droite hL : : comme le quarré de AB est au quarré de Ah, ou de A$t + th$: donc BN, hL : : x^2, $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{n}x^2 + \frac{1}{nn}x^2$:ainsi nommant BN, x^2 & tirant hz paralelle à AN, les triangles semblables ABN, hBz, donnent AB, Ah : : BN, zN ou hc : donc x, $\frac{1}{2}x + \frac{1}{n}x$: : x^2, $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{n}x^2 = hc$: retranchant donc de la droite hc, la droite hL; le reste $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{nn}x^2$, sera la valeur de LO; laquelle par conséquent sera aussi moins grande que la valeur de PO; & comme la même chose arrivera, quelque point que l'on prenne de part & d'autre de t à égale distance, & entre A & B, il s'ensuit que la hauteur PO, est la plus grande hauteur de la parabole; ce qu'il falloit démontrer.

Il suit de-là que la parabole s'étend de part & d'autre de sa grande hauteur également & de la même façon ; car nous avons trouvé $my = Lc$, l'une & l'autre étant égales à $\frac{1}{4}xx - \frac{1}{nn}x^2$; & la même chose arrivera comme nous avons dit à l'égard de toutes les lignes comprises entre la parabole & l'amplitude, qui seront également éloignées de la hauteur PO.

Si nous divisons la ligne de direction AB du triangle ABN en parties égales Ar, rq, qt, &c. dont l'une t passe par le milieu, & que des points de division nous abaissions des perpendiculaires sur l'amplitude AN, les chûtes rs, qm, tp, &c. seront aux perpendiculaires correspondantes, comme les perpendiculaires seront à

la plus grande chûte BN; ſuppoſons qu'il y ait ſix perpendiculaires, elles ſeront entr'elles comme les droites Ar, Aq, At, &c. AB la derniere : ainſi ſi nous nommons BN, x, les perpendiculaire rR, qy, &c. ſeront $\frac{1}{6}x$, $\frac{2}{6}x$, $\frac{3}{6}x$, $\frac{4}{6}x$, $\frac{5}{6}x$, $\frac{6}{6}x$, ou $\frac{1}{6}x^2$, $\frac{2}{6}x^2$, $\frac{3}{6}x^2$, &c. en multipliant par × & les chûtes rs, qm, tp, &c. étant entr'elles comme les quarrés des droites Ar, Aq, &c. qui ſont entr'elles comme les perpendiculaires rR, qy, &c. ſeront $\frac{1}{36}x^2$, $\frac{4}{36}x^2$, $\frac{9}{36}x^2$, $\frac{16}{36}x^2$, $\frac{25}{36}x^2$, $\frac{36}{36}x^2$; or $\frac{1}{36}x^2 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} x^2$: donc $rs = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} x^2 = \frac{1}{6}$ rR, & par conſéquent rs, rR : : rR, BN : de la même façon on trouvera que $qm = \frac{4}{36} x^2 = \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} x^2 = \frac{2}{6} qy$; c'eſt-à-dire qm, qy : : qy, BN, ainſi des autres.

Il ſuit de-là que toutes les paraboles ſous un même angle de projection, quoi qu'avec differentes viteſſes initiales, ſont ſemblables entr'elles; ſoit par exemple les deux triangles ABN, (*Fig.* 61.) 123. (*Fig.* 62.) de deux paraboles ſous la même élévation, & avec des viteſſes initiales differentes, je diviſe leurs directions en même nombre de parties égales, par exemple en 6, & des points de diviſion j'abaiſſe des perpendiculaires ſur les amplitudes; il eſt viſible que de même que la chûte rs eſt le $\frac{1}{6}$ de la perpendiculaire correſpondante rR, rR eſt le $\frac{1}{6}$ de la derniere chûte BN (*Fig.* 61.) : de même la chûte 4. 5. (*Fig.* 62.) eſt $\frac{1}{6}$ de la perpendiculaire correſpondunte 4. 6 : de l'autre parabole, & le $\frac{1}{36}$ de la derniere chûte 2. 3 : de ſorte que comme les chûtes rs, qm, tp, &c. ſont à l'égard de leurs perpendiculaires $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$: de même auſſi les chûtes 45, 78, &c. ſont à l'égard de leurs perpendiculaires correſpondantes $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$: & comme on peut multiplier les diviſions proportionnellement de part & d'autre, & que la même choſe arrivera toujours, il s'enſuit que tous les points des deux paraboles ſont ſemblablement poſés dans les deux triangles, leſquels ſont ſemblables.

Il ſuit encore de-là que ſi les deux projections ont un même angle d'élévation & differente viteſſe initiale, les amplitudes ſeront entr'elles comme les quarrés de leurs viteſſes initiales; car ſuppoſons que la viteſſe 1M, ſoit double de la viteſſe Ar, & que la projection APN, ſoit faite en 6 tems; il eſt clair que la chûte initiale de la projection APN, étant la ſixiéme de la perpendiculaire correſpondante rR, la chûte initiale MN de l'autre projection étant égale à la chûte initiale RS, à cauſe que les corps en des tems égaux parcourent des eſpaces égaux, elle ne ſera que le $\frac{1}{12}$ de ſa perpendiculaire correſpondante MQ, laquelle eſt double de la

perpendiculaire rR ; ainſi que la chûte tp de la premiere projection, ſera $\frac{3}{6}$ de ſa perpendiculaire, la chûte Ee de l'autre projection, ne ſera que $\frac{3}{12}$ de ſa perpendiculaire; & continuant le même raiſonnement quand la chûte BN ſera $\frac{6}{6}$ de ſa perpendiculaire, c'eſt-à-dire égale à ſa perpendiculaire, la chûte correſpondante de l'autre projection ne ſera que les $\frac{6}{12}$ de ſa perpendiculaire ; ainſi la premiere aura achevé ſa parabole, tandis que l'autre n'en aura encore décrit que la moitié : il faudra donc encore à cette ſeconde projection, pour achever ſa parabole, un eſpace égal à celui qu'il aura parcouru ; & comme l'eſpace qu'elle avoit déja parcouru lorſque l'autre a fini, étoit double à cauſe de la viteſſe initiale double, il faudra un eſpace quadruple : donc ſon amplitude 1. 3. ſera à l'amplitude AN de la premiere projection, comme 4, 1 ; c'eſt-à-dire comme le quarré de la viteſſe initiale 2, au quarré de la viteſſe initiale 1 : dans quelque raiſon que fuſſent les viteſſes initiales entr'elles plus grande ou moindre, on démontreroit la même choſe.

Ce que nous venons de dire confirme la verité des principes que j'ai établis ci-deſſus; car j'ai dit que les amplitudes ſous les mêmes angles d'élévation étoient comme les (cs); c'eſt-à-dire en raiſon compoſée des Sinus de complément des angles d'élévation, & des Sinus des angles d'élévation : or à cauſe des triangles ſemblables ArR, 1QM, les Sinus de complément AR, 1Q, ſont entr'eux comme les viteſſes initiales Ar, 1M, qui ſont leurs rayons, & les Sinus des élévations rR, QM, ſont auſſi dans la même raiſon : donc la raiſon compoſée des Sinus de complément, & des Sinus d'élévation, eſt la même que la raiſon doublée des viteſſes initiales ou des rayons ; & par conſéquent les amplitudes ſont en raiſon doublée des viteſſes initiales, ou comme les quarrés de ces viteſſes.

Venons maintenant à notre Inſtrument (*Fig. 59.*) : ſuppoſons que la projection BMN, (*Fig. 60.*) repréſente une projection telle qu'elle eſt ſur le terrein, dont on connoît la portée, & l'angle d'élévation je fais avec mon alidade & ma ligne horiſontale, un angle égal à l'angle donné d'élévation, & l'extrémité des plombs décrit une parabole A 1. 4. B, laquelle eſt ſemblable à la parabole de la projection, comme il a été démontré ci-deſſus ; & tout ce qu'il y a à obſerver c'eſt, qu'il ne faut pas prendre pour la viteſſe initiale de cette portée la droite A 10 ; mais ſi l'on la vouloit trouver abſolument, on partageroit la direction A 40 en autant de parties

que la direction BM sur ce terrein, contient de fois sa vitesse initiale : supposant par exemple que ce nombre fût 40, on prendroit la $\frac{1}{40}$ partie de A 40, pour représenter la vitesse initiale de cette projection : & par là on voit que cet Instrument est universel pour toutes sortes de projections avec quelque vitesse initiale que ce soit.

Il étoit assez inutile de démontrer cet Instrument, il suffisoit de dire que toutes les paraboles sont semblables, & ne different entr'elles que par leurs differentes grandeurs ; mais bien des gens n'en sont pas informés ; & cette verité ne me paroit pas assez évidente pour n'être pas démontrée.

Comme on peut supposer le Sinus total de la grandeur que l'on veut, & le diviser dans le nombre des parties que l'on veut, puisque cela n'importe en rien, d'autant que les autres Sinus diminueront ou augmenteront toujours dans la raison du Sinus total, & comme au premier instant le mobile parcourt toujours par sa gravité l'unité, nous supposons toujours que l'unité qu'il parcourt au premier instant, soit commune à toutes les portées selon les differentes élévations.

Quoique il soit indifferent de prendre pour l'espace A 10 parcouru au premier instant du mouvement du mobile la quantité que l'on veut ; cependant comme nous devons diviser les portées horisontales AB, en un nombre de parties égales à celui de la portée des piéces, ce qui peut arriver à toute volée pour la plus grande portée d'une piéce à plus de 2000 toises, selon les dimensions & la charge des piéces ; nous avons pris pour cet espace A 10 du premier instant un demi-pouce, que nous divisons en 36 parties, dont une de ces 36 parties sera la valeur du premier perpendicule, 4 celle du second, 9 celle du troisiéme, &c. nous l'avons prise de cette grandeur, & divisée en ce nombre de parties, afin que la ligne AV sur l'horisontale, qui représente la plus grande amplitude horisontale des piéces à toute volée, puisse être environ de 12 pouces, qu'il est facile de diviser en 1200 ou 1500 parties, comme cela suffit pour la pratique, d'autant que l'on ne se sert de ces instrumens que pour le jet des bombes, ou l'on n'a guéres occasion de tirer même de si loin : le demi-cercle sera de 18 pouces de rayon, afin qu'on puisse marquer les minutes des dégrés de 5 en 5 minutes.

Comme dans la pratique ces petits perpendicules pourroient s'embarrasser s'ils étoient attachés à des fils déliés, qui peuvent

s'embarasser

s'embarrasser les uns & les autres : on peut faire de petites éguilles qui ayent une lance N, (*Fig.* 63.) avec une pointe au bas un peu pésante, & un petit anneau M à la sommité, pour les attacher à la régle AC, de façon que les éguilles soient toutes libres dans l'anneau M, pour qu'elles puissent toujours être verticales, lorsque la régle AC fera la révolution du demi cercle.

On peut les faire d'acier, ou de quel métal qu'on voudra.

Il ne reste plus qu'à donner la raison de certaines autres précautions qu'il faut prendre, pour rendre l'Instrument plus facile & plus expeditif dans la pratique.

A mesure qu'on éleve l'alidade AC de projection (*Fig.* 59.) par tous les dégrés du quart de cercle, la courbe qui passe par l'extrémité des perpendicules coupe l'horisontale AB de l'instrument en autant de parties differentes, qu'il y a de divisions differentes sur toutes les differentes élévations dans le quart du cercle : de sorte que sur l'horisontale les lignes AB renfermées entre le centre A de l'alidade, & le point B de l'interfection sur l'horisontale, sont les portées correspondantes à chaque élévation.

Supposons que sous l'élévation de 15 dégrés la piéce ait porté à 600 toises, nous divisons d'abord la ligne AB en 600 parties égales ; & puisque cette amplitude AB, connue & divisée, est proportionnelle à toutes les autres lignes d'amplitude correspondante aux autres élévations : cette ligne AB divisée en 600 parties, sera la commune mesure de toutes les autres portées infinies de cette piéce par toutes les directions possibles.

Supposons que nous voulions connoître quelle élévation il faut donner au mortier, pour jetter une bombe à la distance proposée de 1200 toises : il n'y a qu'à prendre cette distance proposée de 1200 toises, & la porter sur l'horisontale de A en V, en-delà de B, élever ensuite l'alidade AC, jusqu'à ce que la courbe coupe précisément l'horisontale AB au point V, qui est celui où se terminent les 1200 toises proposées à compter du point A, & l'alidade AC donne sur le demi-cercle la direction qu'il faut donner à la piéce pour porter la bombe à cette distance, laquelle élévation dans ce cas est de 45 dégrés, comme le témoignent les divisions du demi-cercle que l'alidade raze : si nous voulions jetter une bombe à la distance de 400 toises, nous aurions pris 400 toises sur l'échelle au lieu de 1200, & nous les aurions portées également sur l'horisontale AV du point A vers V, en élévant ensuite l'alidade AC, jusqu'à ce que la courbe passe précisément à l'extrémité de

400 toises de l'horisontale AB, nous trouverons l'angle d'élévation qu'il faut donner à la volée de la piéce pour porter la bombe à cette distance.

Il est évident qu'on suppose que cet instrument & le diamétre du cercle, soient précisément perpendiculaires à l'horison; & que par conséquent la ligne horisontale AV soit de niveau, puisqu'on suppose que les courbes que forment les extrémités des perpendicules de l'instrument, sont semblables à celles des projections effectives des mobiles sur le terrein.

Quelques portées que les piéces puissent avoir sous une même élévation, les amplitudes AB, AV, sur l'instrument, seront toujours précisément les mêmes; mais comme on divise les lignes AB & AV, &c. dans un nombre de parties toujours égal à celui des portées veritables sous l'élévation connue de la piéce, c'est la même chose que si les lignes AB, AV, &c. étoient differentes sur l'instrument sous une même élévation, à mesure que les portées augmentent sur le terrein : par exemple, si au lieu que la portée du coup d'épreuve a été de 600 toises, sous l'élévation de 15 dégrés, elle eût été de 800 toises, au lieu de diviser la même ligne AB en 600 parties, on l'eût divisée en 800.

Pour éviter la peine qu'il faudroit prendre à diviser ces lignes AB du coup d'épreuve qu'il faut faire, l'on aura un compas de proportion de 18 pouces de branches sur lequel on tracera la ligne des parties égales : on fait chaque branche de ce compas longue de 18 pouces, afin qu'on la puisse diviser en 2000 parties égales, pour qu'elles soient sensibles.

Pour se servir de ce compas MNN, (*Fig.* 64.) prenez avec un compas ordinaire sur l'instrument (*Fig.* 59.) l'intervale renfermé entre le point A, centre de l'alidade sur laquelle elle fait sa revolution du demi-cercle, & le point quelconque V ou B, qui est celui de l'interfection de la courbe de projection du coup d'épreuve, dont l'élévation & la portée sont connues, & de l'horisontale AB; prenez sur chaque branche du compas de proportion MO, NO, (*Fig.* 64.) un nombre égal à celui des mesures qu'on a trouvées sur le terrein sous cette épreuve connue ; par exemple supposons que cette portée connue soit de 600 toises sur chaque point de 600 de chaque branche NO, MO, on appuye les pointes du compas ordinaire, en ouvrant les deux branches MO, NO, du compas de proportion, jusqu'à ce que l'ouverture de 600 à 600 des deux branches, soit précisément égale à la portée connue AV ou AB.

Au point Q du compas de proportion, il y a une vis pour fixer le compas de proportion sur cette ouverture par le moyen d'une virole à écroue.

Si l'on veut tirer ensuite à une autre distance quelconque possible avec cette même force du coup d'épreuve, comme ce seroit à 1200 toises, vous prenez avec le compas ordinaire une ouverture égale à celle de 1200 toises d'une branche à l'autre de l'équerre, & vous transportez cette distance sur l'horisontale AB de l'instrument (*Fig. 59.*), ensuite en élévant l'alidade AC, jusqu'à ce que la courbe passe précisément à l'extrémité de cette intervalle, ce que l'on connoit lorsqu'une des perpendicules quelconques touche précisément le point donné sur l'horisontale qui représente le but qu'on veut atteindre : ou qu'en tirant une ligne droite BD, (*Fig. 65.*) de l'extrémité D du perpendicule qui passe endessous de l'horisontale à l'extrémité B, du perpendicule qui passe au-dessous de l'horisontale FM, cette droite BD, coupe l'horisontale FM, précisément au point Q, qui est à l'extrémité de la distance proposée QF, où on veut jetter la bombe : pour lors il faut arrêter l'alidade de l'instrument, & voir sur le demi-cercle le dégré qu'elle indique, qui sera celui de l'élévation qu'il faudra donner.

Si l'on eût voulu tirer à 1500 toises, on eût operé de la même maniere ; au lieu de 1200 toises, on eût pris de 1500 à 1500 sur les branches de l'équerre MNO, (*Fig. 64.*) & on l'auroit portée sur l'horisontale AB, (*Fig. 59.*) & ensuite en élévant comme auparavant l'alidade AC de l'instrument, jusqu'à ce que la courbe de projection passe par ce point, on auroit trouvé le dégré sur la circonférence du cercle pour l'élévation requise de la piéce, pour atteindre le but à la distance de 1500 toises.

Quand on a trouvé l'élévation convenable à la piéce pour une distance proposée, & que l'on veut y tirer continuellement, jusqu'à la destruction du but qu'on se propose de frapper, il faut toujours pointer sa volée sous la même élévation ; & pour s'en assurer, il faut mettre une vis à la branche AM de l'équerre, (*Fig. 66.*) pour qu'elle puisse se fixer sans variation, en la serrant par le moyen d'une virole à écroue au point 4, contre la planche de l'instrument, ce qui a donné lieu à la mortése circulaire que l'on voit dans l'instrument, laquelle n'a autre usage que celui de laisser passer librement la vis, pour que l'alidade puisse se fixer librement sur tous les points infinis du demi-cercle, dont elle fait la revolution sur son centre A.

Comme l'on doit appliquer l'instrument, de sorte que son plan soit toujours placé verticalement sur la bouche de la piéce, on ajoutera une équerre pour lui servir de pied, pour que l'on soit assuré que l'axe de la piéce soit précisément dans le plan de la projection. J'ai expliqué ainsi la construction de l'instrument, pour en rendre l'usage & les démonstrations plus sensibles ; car pour ce qui est de la construction, il suffit de regarder la seule figure, où l'on trouvera par les chiffres mêmes, & sur l'échelle, les dimensions necessaires pour le construire.

Un seul exemple suffira pour apprendre l'usage de l'instrument universel pour tous les autres cas des buts qui sont au-dessus ou au-dessous du niveau de la batterie, par toutes les directions possibles du demi-cercle.

Supposé qu'on veuille tirer une bombe à la distance de 600 toises, je commence à prendre les précautions necessaires que nous avons déja prescrit dans la mécanique de la poudre, & que l'on prescrira à la fin de la troisiéme partie de cet ouvrage, pour éviter les accidens : ensuite mon mortier chargé, je lui donne une élévation quelconque comme de 15 ou 45 dégrés : ensuite je prends avec le compas ordinaire sur l'horisontale, l'ouverture de la ligne renfermée entre le centre de l'alidade & le point de l'interfection de la courbe de projection, & de l'horisontale sous cette élévation : après avoir chassé la bombe, je mesure exactement avec la toise, ou autre mesure quelconque, la distance où est allée la bombe qui sera ici de 1200 toises ; & je divise cette ligne de l'instrument qui représente cette distance en 1200 parties, en ouvrant mon compas de proportion à cette ouverture, par le moyen de la vis & de sa virole à écroue, ensuite je prends la distance de 600 à 600, sur les branches du compas de proportion ; & je porte cette distance sur la ligne horisontale AB, (*Fig. 59.*) & mon instrument posé sur une table, ou autre chose parfaitement de niveau, j'éleve l'alidade AC, jusqu'à ce que la courbe de projection passe par le point qui est à l'extrémité des 600 parties, à compter du point A, sur lequel l'alidade fait sa revolution à l'entour du demi-cercle de l'instrument, & j'ai 15 dégrés sur le demi-cercle : je fixe l'alidade au demi-cercle sur ce point, par le moyen de la vis & virole à écroue, & j'applique le pied de mon instrument sur la bouche du mortier : en sorte que l'axe du mortier & le but soient dans le plan de l'instrument, & je souleve la piéce jusqu'à ce que l'alidade AC soit parfaitement perpendiculaire, ce que je connois par le moyen

d'un perpendicule en plombant l'alidade, & j'assure mon mortier sur ce point d'élévation ; pour lors l'operation supposée juste aussi bien que l'instrument, si l'hypotése de Galilée est veritable, la bombe doit aller précisément tomber sur un point au niveau de la batterie, à la distance de 600 toises.

Dans l'hypotése de Galilée nous avons vû que, soit que l'on pointe la piéce MGH, (*Fig.* 67.) par un angle de 15 dégrés avec la verticale LB, à compter du point L vers le point V, soit qu'on la pointe par un même angle de 15 dégrés avec l'horisontale de l'instrument AC, à commencer à compter du point *a*, la portée est la même ; c'est pourquoi l'on a compté les dégrés sur le demi-cercle LRB, d'un côté en commençant du point L, & commençant de l'autre au point *a* : de sorte que si on veut pointer avec la verticale, on plombe le rayon FV ; si l'on veut pointer avec l'horisontale, on plombe le rayon FR.

Si l'on trouve l'instrument trop embarrassant pour donner le dégré d'élévation qu'il indique pour le mortier ; l'on peut se servir de l'instrument pour indiquer les dégrés seulement, & donner l'angle indiqué de l'élévation au mortier, avec un quart de cercle ordinaire ; mais il est mieux de se servir de l'instrument même, pour donner les dégrés au mortier, parce que l'on peut fixer l'alidade AC de l'instrument, & la branche AR que l'on plombe, ne souffre aucune variation : au lieu qu'en se servant d'un autre quart de cercle, il pourroit y avoir des inégalités, ou des erreurs dans les divisions, ou de celui de l'instrument, ou de celui dont on se serviroit pour pointer le mortier, & alors l'operation ne sera pas éxacte, & l'on ne reussiroit plus : au lieu qu'en se servant de la branche AR, l'angle tel qu'il est, donne la même amplitude sur le terrein qu'il donnera sur l'instrument, ce qui est évident sans autre explication.

Voilà de quelle maniere l'on se sert de l'instrument, pour jetter des bombes sur des buts qui sont au niveau précis de la batterie : mais il arrive rarement que les buts ne soient ou plus hauts ou plus bas que le niveau de la batterie, & pour lors il faut s'y prendre différemment.

Si l'on comprend bien ce que l'on doit executer sur un objet au niveau de la batterie ; l'on comprendra facilement comme l'on doit se conduire losque l'on tire sur des buts au-dessus ou au-dessous du niveau de la batterie, & par les directions élevées ; c'est-à-dire en pointant la volée de la piéce de bas en haut, sur des buts.

au-dessus ou au-dessous du niveau de la batterie, & par les directions horisontales, en pointant la volée du niveau sur une plaine horisontale située au-dessous du niveau de la batterie ; & enfin par les directions abaissées, en pointant la volée de haut en bas sur des buts au-dessous du niveau de la batterie, ou généralement au-dessus d'une plaine horisontale qui seroit au-dessous du niveau de la batterie : puisqu'il n'y a qu'à placer dans l'instrument les points qu'on veut atteindre, de la même maniere qu'ils le sont sur le terrein ; & pour lors faisant passer la courbe de projection par ces points, on a ce qu'on cherche, ainsi que nous allons voir.

PROBLEME PREMIER.

Trouver l'élévation qu'il faut donner au Mortier, pour jetter une Bombe sur un but situé au-dessus ou au-dessous du niveau de la Batterie à une distance déterminée, en se servant de cet Instrument universel.

Après avoir fait le coup d'épreuve sous une élévation connue quelconque, & après avoir formé son échelle ainsi qu'on l'a prescrit, ou par le compas de proportion, ou autrement, mesurés exactement la distance horisontale Ay, (*Fig. 66.*) du point de la batterie A au but B, que l'on se propose d'atteindre, que nous supposerons à présent de 600 toises : transportés l'ouverture AP de 600 à 600 du compas de proportion sur l'horisontale AF de l'instrument du point A vers F : posez l'instrument AR, de sorte que son plan soit précisément vertical, & son horisontale AF parfaitement de niveau dans un endroit R quelconque de la batterie, d'où l'on puisse découvrir le but B, tirés le long de l'alidade AM au point B, du but le rayon visuel AB ; à l'extrémité de la distance AP de 600 toises sur l'instrument baissés la perpendiculaire *ps*, jusqu'à ce qu'elle rencontre le rayon visuel AB, qui part de la batterie A au but B : le point d'interfection *s* sur l'instrument est celui qui représente le point B du but, & par lequel par conséquent il faut faire passer la courbe de projection A*s* : pour cela élevés l'alidade AM, jusqu'à ce que la courbe de projection de l'instrument passe précisément sur le point *s* ; & pour lors arrêtés l'alidade & l'instrument, par le moyen de la vis & de la virole à écroue.

L'alidade AM, marque sur le bord du demi-cercle l'angle qu'il faut donner à l'élévation du mortier, pour jetter la bombe au but B : il ne reste plus qu'à pointer le mortier à cette élévation précise ;

ce qui s'exécute comme nous venons de le voir, en appliquant le pied CR de l'instrument sur la bouche du mortier, & baissant ou soûlevant le mortier jusqu'à ce que l'alidade AM soit verticale; pour lors il faut fixer le mortier sur ce point d'élévation, & si l'hypotése de Galilée est veritable, & si tout d'ailleurs est bien executé, la bombe tombera précisément sur B, pourvû que l'on ait donné cette direction à l'axe du mortier; ce qui est évident; puisqu'il n'étoit question que de faire passer la courbe de projection au point B proposé, éloigné de 600 toises de la batterie, & abbaissé au-dessous du niveau de la batterie, par un tel angle d'abaissement FAS; or à cause des figures semblables sur l'instrument, à celle du terrein; cela étant executé ainsi sur l'instrument, donc il arrivera de même dans la courbe semblable de projection sur le terrein C. Q. F. faire & D.

Si le but F, au lieu d'avoir été au-dessous du niveau de la batterie A, eût été au point L, au-dessus du niveau AG de la batterie, on eût operé de la même maniere avec cette seule difference, qu'au lieu d'avoir baissé une perpendiculaire PS, sur le rayon abbaissé visuel AB dans l'instrument, on eût élevé une perpendiculaire KP, jusqu'à ce qu'elle eût rencontré le rayon visuel AL, qui part du point A au point L du but : le point K dans l'instrument, & qui représente le but L du terrein, eût été par conséquent celui par lequel il faudroit faire passer la courbe de projection, pour avoir l'angle d'élévation convenable à la volée de la piéce, pour porter la bombe au but proposé L; ce qui est évident, en repetant ce que l'on vient de dire pour le cas précédent.

PROBLEME SECOND.

Trouver la portée horisontale d'une Piéce en pointant la volée horisontalement sur une plaine au-dessous du niveau de la Batterie.

Il arrive rarement dans la pratique de tirer ainsi avec les mortiers; mais comme c'est ici sa place, je n'ai pas laissé que de faire l'application à l'usage de l'instrument de ce que nous avons déja vû dans les Chapitres précédens, au sujet de ces sortes de projections, aussi bien que celles qui sont abbaissées en pointant du haut en bas du dessus d'une éminence, au-dessous de laquelle il y auroit une plaine horisontale EB.

Prenez un point de vûe sur le terrein tel que B, mesurez la

distance horisontale EB de ce but B à la batterie A, ensuite tirez votre rayon visuel AB, après avoir posé votre instrument de façon que l'horisontale AF soit de niveau, & la planche ACR de l'instrument parfaitement verticale & allignée au but B : portez sur l'horisontale AF de l'instrument 600 parties pour les 600 toises de la distance EB sur le terrein, & baissez du point P où se termine la ligne AP de 600 parties sur l'instrument, la perpendiculaire PS ; parceque l'on suppose la plaine EB horisontale, il n'y a qu'à tirer sur l'instrument du point S, une paralelle HD à l'horisonta AF de l'instrument, & mettant l'alidade AF de l'instrument horisontalement dans un parfait niveau, la courbe de projection ATQ, par son interfection marquera au point Q d'interfection sur la paralelle DH, le point Q, qui doit terminer la course de la bombe, & la distance HQ sur l'échelle, donnera le nombre des toises de la portée horisontale de cette piéce sur le terrein.

PROBLEME TROISIE'ME.

Trouver l'angle d'abaissement qu'il faut donner à la Piéce, pour tirer sur un but au-dessous du niveau de la Batterie.

Il faut placer comme auparavant sur l'instrument le point S, qui représente le but B du terrein, & baissant l'alidade AM en dessous de l'horisontale AF de l'instrument, jusques à ce que la courbe de projection passe par le point S de l'instrument ; on fixera l'alidade sur le demi-cercle, & l'alidade marquera l'angle d'abbaissement qu'il faut donner à la piéce, pour atteindre le but proposé par une direction abaissée, puisque tout ce qui se passe sur l'instrument se passera de même sur les lignes semblables du terrein.

Si l'on veut sçavoir à quelle distance portera une piéce en pointant par une direction abbaissée d'un angle déterminé d'un point de batterie qui seroit élevé au-dessus d'une plaine horisontale, il faut placer la paralelle HD sur l'instrument de la même maniere qu'on a fait auparavant, ensuite baissant l'alidade AM de l'instrument, jusqu'à ce que l'angle d'abaissement soit tel qu'on le propose, la distance du point A, au point d'interfection de la courbe de projection sur la paralelle HD, donnera sur l'échelle un nombre de parties égal à celui des toises de la portée de la piéce sur le terrein, en tirant du dessus d'une telle éminence par une telle direction.

Si

Si au lieu qu'on ſuppoſe que le terrein BE au-deſſous de la batterie eſt de niveau, on ſuppoſoit qu'il fût en pente comme N*x*, il n'y auroit qu'à placer ſemblablement la ligne OY à la ligne N*x* ſur l'inſtrument, au lieu de la faire parallele comme SH.

Si la ligne étoit comme 9*x*, on placeroit ſur l'inſtrument la ligne MO, ſemblablement à celle du terrein 9*x* : & operant comme auparavant, les points d'interſection donneront ſur l'échelle leurs diſtances horiſontales du point A, leſquelles ſeront les portées horiſontales de ces piéces ; ce qui eſt évident, puiſque tout étant ſemblable ſur l'inſtrument, comme ſur le terrein, les lignes ſemblables de l'inſtrument ſeront proportionnelles aux lignes ſemblables du terrein.

CHAPITRE SEPTIE'ME,

Où l'on réſout mécaniquement avec le compas, & ſcientifiquement par le calcul, par une méthode differente & nouvelle, tous les Problêmes qu'on vient de réſoudre dans les Chapitres précédens par des Formules algébriques, & avec l'Inſtrument.

QUOIQUE les formules générales que j'ai données pour le calcul des tables ſoient aſſez ſimples pour ceux qui ſont verſés dans l'algébre ; cependant elles ne le paroiſſent pas encore aſſez pour la ſolution, ſur tout des cas particuliers, pour ceux qui ne ſavent pas bien l'algébre : c'eſt ce qui m'engage à donner une differente méthode, dont je me ſers pour la ſolution des cas particuliers : il eſt vrai qu'on trouve dans Blondel, & dans pluſieurs autres Auteurs, pluſieurs ſolutions ſinthétiques de quelques-uns des Problêmes que nous allons réſoudre par ma méthode ; mais les ſolutions qu'on y trouve, ne ſont pas ſi générales comme nous le verrons ; outre que cette méthode nous ſert à découvrir pluſieurs belles proprietés du mouvement uniforme que l'on n'avoit pas encore remarquées ; & elle nous déſabuſera de bien de fauſſes opinions, & fort intereſſantes ſur la portée des piéces.

Cette méthode conſiſte à renfermer dans un demi-cercle, toutes les projections qu'on peut faire ſur une plaine par des directions

élevées, horisontales & abaissées, soit que cette plaine soit au niveau de la batterie ou non : au lieu que par la méthode ordinaire, il falloit autant d'operations qu'on avoit des buts differens à battre, quoique sur un même niveau, dès qu'il étoit au-dessus ou au-dessous de celui de la batterie : outre cela, par cette méthode, on résoudra facilement des Problêmes qu'on ne résoudroit que bien difficilement en suivant la voye ordinaire.

Supposons que le point A, (*Fig.* 68.) représente la batterie, & la ligne AH son niveau, & que la ligne AM représente la verticale qui passe par la batterie qu'il faut supposer prolongée de part & d'autre ; je divise la ligne horisontale en parties égales, en sorte que les lignes arithmétiquement proportionnelles A1, A2, A3, &c. représentent les differentes portées, qu'on peut faire sous toutes sortes d'élévations : du point A pris pour centre, & des intervalles A1, A2, A3, A4, &c. je décris autant de cercles concentriques ; j'éléve sur un point de la ligne horisontale, ou à son extrémité, si l'on veut une perpendiculaire indéfinie de part & d'autre : si le but est au niveau de l'horison, je prends la partie supérieure HN de cette perpendiculaire ; & supposant que je veuille avoir le cercle qui renferme toutes les projections comprises jusques à la projection A7, je fais la perpendiculaire HN double de cette projection ; ce qui fait 14, dont le quarré est 196 ; je la divise en ce même nombre de 196 parties, & je prends ensuite les divisions H1, H4, H9, &c. qui sont comme les quarrés des A1, A2, A3, &c. de l'extrémité 1 de la premiere division HI, je méne une paralelle à l'horisontale, jusques à ce qu'elle coupe le premier cercle au point 1 : de même de l'extrémité 4 de la seconde division H4, je méne une parallele, jusqu'à ce qu'elle coupe le second cercle au point 2, & en faisant la même chose à l'égard des autres divisions, j'observe tous les points où les cercles sont coupés ; & la courbe qui passe par tous ces points, est le cercle qui renferme toutes les projections par les directions élevées, dont le but est au niveau de la batterie, selon le sistême de Galilée ; car prolongeant ces paralleles jusques à la verticale AM, & du point A tirant les droites A1, A2, A3, A4, &c. aux points où les paralelles coupent les cercles, elles seront les rayons de leurs petits cercles concentriques par la construction ; & par conséquent comme 1, 2, 3, 4, par la construction ; mais par la même raison les droites H1, H4, H9, H16, ou bien leurs égales qui sont les verticales correspondantes Ar, As, sont comme 1, 4, 9, 16 : donc les verticales sont

comme les quarrés des petits rayons A1, A2, A3, A4; mais les petits rayons sont les cordes de la courbe que nous prétendons être le cercle qui renferme les projections de Galilée : donc les verticales A*r*, A*s*, sont comme les quarrés des cordes A3, A4; or il n'y a que dans le cercle où les abscisses correspondantes aux cordes, soient comme les quarrés des cordes : donc cette courbe est un cercle : & si on veut que je le démontre, quoique cela soit assez évident, on n'a qu'à se ressouvenir que par les proprietés du cercle nous avons A*r*, A3 : : A3, AM & A*s*, A4 : : A4, AM, d'où l'on tire $A3^2 = Ar \times AM$ & $A4^2 = AS \times AM$: donc $A3^2$, $A4^2$: : $Ar \times AM$, $AS \times AM$, & divisant les deux derniers termes par la même grandeur AM, on aura $A3^2$, $A4^2$, : : A*r*, AS. C. Q. F. D.

Si le but est en-dessous du niveau de la batterie dans le niveau GK, (*Fig*. 69.) j'éléve sur ce niveau la perpendiculaire KP, & je prends de même sur cette ligne les divisions K1, K4, K9, K16, &c. à l'infini; je méne des extrémités de cette division des paralleles à l'horisontale du but : si les premieres paralleles ne rencontrent point leurs cercles correspondans, je les compte pour rien, & je ne remarque que celles qui coupent leurs cercles correspondans ; par exemple ici ce n'est que la parallele qui part de l'extrémité de la division K49, qui commence à couper son cercle correspondant, qui est le septiéme, après quoi toutes les autres coupent leurs cercles ; faisant donc passer une courbe par tous les points où les cercles sont coupés , cette courbe sera le cercle qui renferme toutes les projections, par toutes les directions possibles pour des buts qui seront situés au niveau GK, depuis le point A de batterie.

Soit ce point A de batterie, dont l'horisontale (*Fig*. 70.) est AD, la verticale est AB, & que TP représente le niveau du but, lequel est une plaine au-dessous du niveau de la batterie : supposons encore que la courbe VD*q*S soit la courbe que nous venons de former par les lignes horisontales tirées des divisions de la droite élevée perpendiculairement sur le plan du but : du point A de la batterie, je méne aux points des divisions les droites A*q*, A*u*, A*m*, &c. qui représentent les differentes directions qu'on peut donner à la piéce : de l'extrémité S de la courbe, je méne SF parallele à l'horison de la batterie les droites, & des points S, *q*, *u*, *m*, les droites ST, *q*R, *u*P, *m*N, &c. qui sont comme 1, 4, 9, &c : donc les droi- *qr*, *uo*, *mn*, &c. sont les differences des droites précédentes à la premiere ST ; mais par la construction les quarrés de AS, A*q*, A*u*, A*m*,

&c. font comme les droites ST, qR, uP, &c : donc les differences de leurs quarrés au premier quarré AS, doivent être, & font réellement comme les differences des droites ST, qR, &c. à la premiere ST ; mais cela étant les droites Cm, Hu, Mq, font comme les ordonnées d'un cercle, ainsi que je le vais démontrer : donc la courbe doit être un cercle.

Supposons effectivement que ces droites soient comme les ordonnées d'un cercle, & nommons le diamétre $VS = d$, les petites abscisses SM, SH, &c. $= x$, lesquelles abscisses font égales aux differences qr, uo, &c : nommons la droite $AS = b$, par la proprieté du cercle nous avons $Mq^2 = VM \times MS = dx - xx$, & dans le triangle rectangle AqM, nous avons $Aq^2 = Mq^2 \times AM^2$; mais $AM^2 = bb - 2bx + xx$: donc $Aq^2 = dx - xx + bb - 2bx + xx = dx + bb - 2bx$; mais le quarré de AS est bb : donc la difference du quarré de Aq au quarré de AS est $dx - 2bx$: on prouvera de même que les differences des quarrés de An, Am, au quarré de AS, ou bb, font comme $dx - 2bx$: donc les differences au premier quarré, feront comme les x, en les divisant par le même diviseur $d - 2b$, & par conséquent les differences des quarrés au premier quarré, font comme les differences qr, uo, &c. des droites qR, uP, à la premiere ST ; puis donc qu'en supposant que la courbe soit un cercle, les proprietés essentielles du cercle nous ont donné la verité, que nous connoissions déja d'autre part par la construction même ; il s'ensuit necessairement que cette courbe ne peut être qu'un cercle ; car on ne peut pas dire qu'elle soit un élipse, à cause que ses ordonnées font perpendiculaires au diamétre, ce qui n'arrive pas dans le cas où l'équation de l'élipse est la même que celle du cercle C. Q. F. D.

Généralement que le niveau du but soit plus haut ou plus bas que celui de la batterie, il faut toujours élever sur ce niveau des perpendiculaires sur lesquelles on prendra les divisions 1, 4. 9, 16, &c. & achever le reste comme ci-dessus ; on démontrera de la même façon si l'on veut que les courbes seront circulaires, & qu'elles renfermeront toutes les projections pour un niveau quelconque; car elles seront construites d'une façon, qu'à mesure que le mobile par son impulsion aura parcouru la direction, il aura en même tems parcouru par sa gravité la verticale correspondante.

Il est aisé de démontrer la même chose pour la courbe VMS, (*Fig.* 71.) faite pour un niveau TN, au-dessus du niveau AD de la batterie ; car nommons comme ci-dessus $VS = d$, $SA = b$, les

abſciſſes SM, SH, $= x$; par la deſcription de la courbe les quarrés des droites AS, Aq, Au, &c. ſeront comme les lignes ST, qR, uP, &c: or en ſuppoſant pour un moment que la courbe VmqS, ſoit un cercle, le quarré de l'ordonnée Mq, eſt = au rectangle de VM × MS : donc $Mq^2 = dx - xx$: or le quarré $Aq^2 = Mq^2 + AM^2$; & comme $AM = AS + SM = b + x$; & que par conſéquent $AM^2 = bb + 2bx + xx$, nous aurons donc $Aq^2 = dx - xx + bb + 2bx + xx = dx + bb + 2bx$: donc les quarrés des droites AS, Aq, Au, &c. qui ſont comme les ST, qR, uP, &c. ſeront comme les $dx + bb + 2bx$, & les differences de ces quarrés aux quarrés de AS, qui ſont comme les differences des droites qR, uP, &c. à la droite ST, ſeront comme les differences des $dx + bb + 2bx$ au quarré bb; c'eſt-à-dire elles ſeront entr'elles comme les $dx + 2bx$, & diviſant par $d + 2b$, elles ſeront comme les x: donc puiſque en ſuppoſant que la courbe eſt un cercle, nous retrouvons le rapport que la formation de la courbe nous avoit déja donné, il faut neceſſairement que cette courbe ſoit un cercle; car elle ne ſçauroit être un élipſe par la même raiſon que nous avons donné pour le cas précédent.

Les cercles que l'on trouve pour des buts qui ſont au deſſus ou au-deſſous du niveau de la batterie, ſont toujours concentriques au cercle que l'on a trouvé pour les buts qui ſont au niveau de la batterie; & pour le démontrer, prenons le cercle que nous avons décrit pour un but, dont le niveau eſt la droite GK, (*Fig. 69.*) la hauteur KP, a autant de diviſion que les paralleles tirées de ces diviſions, auront coupé de cercles; ainſi les cercles compris depuis le centre A de la batterie, juſques à l'extrémité 21 de la hauteur du diamétre, ſont en même nombre; il s'agit donc de prouver que le point d, qui eſt le centre du cercle que nous avons trouvé pour les projections, dont le but eſt au niveau de l'horiſon, eſt auſſi le centre du cercle que nous avons trouvé pour le but ſitué au niveau GK.

Comme nous connoiſſons déja le diamétre AM, du cercle fait pour le niveau de la batterie, la partie AE du diamétre du cercle pour le niveau GK; & la diſtance EG de ce diamétre au même niveau; nous connoiſſons par conſéquent la hauteur GM; & il faut faire voir qu'il faut ajouter à cette hauteur GM, la partie M21, égale à la partie inférieure EA, pour avoir la hauteur totale G21; car de là il s'enſuit infailliblement, que le point A coupe en deux parties égales le diamétre E21 du cercle fait pour le niveau GK.

J'obſerve 1°. Que le diamétre AM ayant 14 diviſions, puiſqu'il eſt coupé par 14 cercles, les diviſions de ſa hauteur valent 14 fois 14, c'eſt-à-dire 196, & que par conſéquent AM contient 196 parties de ſa hauteur : 2°. Que les diviſions de la droite AE, & celles qui viendront ſur la droite M21, étant égales entr'elles aux diviſions du diamétre AM, les 7 diviſions de AE valent 7 fois 14, ou 98 : 3° Que la droite EG étant égale à la hauteur KM, vaut 49 par la conſtruction, que par conſéquent GM vaut $196 + 98 + 49 = 343$, auſquelles il faut ajouter M21, que nous nommons $14y$, en nommant y le nombre des diviſions égales aux diviſions de AM, que M21 contiendra ; ainſi $343 + 14y$ doit être égal au quarré du nombre des cercles qui aura été coupé par les paralleles menées par les diviſions de la hauteur KP, qui doit terminer le diamétre E21 du cercle qu'on cherche : or ce nombre de cercles coupés ſera exprimé par le nombre des diviſions de la droite A21 ; & ce nombre de diviſions de la droite A21 eſt égal au nombre 14, que AM contient + au nombre y, que M21 contiendra, donc $14 + y$ eſt le nombre des diviſions que A21 contiendra ; & par conſéquent ſon quarré $196 + 28y + yy = 343 + 14y$: nous avons donc cette équation ordonnée $yy + 28y = 343 - 196 + 14y$; & corrigeant l'expreſſion, nous aurons $yy + 14y = 147$, & ajoûtant de part & d'autre le quarré 49 de la moitié du coëficient 14 du ſecond terme, nous aurons $yy + 14y + 49 = 147 + 49 = 196$, & tirant la racine quarrée $y + 7 = \sqrt{196} = 14$; & enfin en tranſpoſant nous avons $y = 7$, c'eſt-à-dire que le nombre de diviſions ou de cercles qui doivent couper la partie M21, eſt $= 7$: or AE contient auſſi 7 diviſions : donc AE $=$ M21 ; & par conſéquent, puiſqu'on a ajouté de part & d'autre au diamétre AM des parties égales, & que ce diamétre eſt coupé en deux également par le centre d, il s'enſuit que le centre d coupe en deux parties égales, le diamétre E21 du cercle fait pour l'horiſon GK. C. Q. F. D.

Tous ces petits cercles concentriques que nous avons décrit dans la figure, ſeroient extrêmement embarraſſans dans la pratique ; auſſi ne les ai-je mis que pour former ma démonſtration, & pour ſervir de modéle pour toutes ſortes de mouvement uniforme ou non, *comme on le verra dans la Section ſuivante*, & ſi on veut les retrancher, comme je le conſeille, voici comme on fera pour trouver les cercles qui renferment les projections pour toutes ſortes de niveau.

1°. Pour le but au niveau de la batterie, le cercle de Galilée a toujours un diamétre égal à la plus grande chûte de la direction : ſuppoſons donc que par un coup d'épreuve le diamétre de ce cercle doive valoir 200 toiſes ; ce que l'on peut connoître *par la Geométrie* (ainſi que nous le dirons plus bas), & que le but qu'on nous propoſe ſoit de 150 toiſes au-deſſous de la batterie ; je ſuppoſe que le diamétre du cercle repréſenté par AM, ſoit diviſé en un nombre quarré des parties ; par exemple 196, dont la racine eſt 14 ; je dis comme 200 toiſes que vaut le diamétre, eſt à la hauteur de 150 toiſes du but à la batterie ; ainſi 196 parties que vaut le diamétre à un quatriéme terme que je trouve être 150, & qui eſt la valeur de la hauteur AG ; j'ajoute donc 196 à 147, & la ſomme eſt 343 pour la hauteur GM : il ne reſte donc plus que de trouver M21 pour AE, que je nomme $14y$, & $14y$ ajouté à 343, ſera la hauteur totale du cercle que je cherche ; mais cette hauteur, ainſi que nous l'avons démontré, doit être égale au quarré de AM + M21, c'eſt-à dire de $14 + y$, donc nous avons comme ci-deſſus l'équation $yy - 28y + 196 = 343 + 14y$, laquelle étant reduite comme ci-deſſus, donne $y = 7$, & multipliant 7 par 14, nous aurons 98 parties pour la partie AE, ou M21, qu'il faut ajoûter de part & d'autre au diamétre AM ; ce qui nous donnera le diamétre que nous cherchons pour tous les buts au niveau GK propoſé ; & ſi l'on veut reduire ces 98 parties en toiſes, on n'a qu'à dire 196 parties que vaut le diamétre AM, eſt à 200 toiſes, que vaut le diamétre, comme 98 eſt à un quatriéme terme, que je trouve 100 toiſes, & par conſéquent il faut ajouter 100 toiſes de part & d'autre au diamétre, lequel ſera double du premier dans le cas préſent : ſi nous diviſons le diamétre AM en un nombre de parties differentes de 196, comme par exemple 100, il faudroit multiplier y qu'on cherche, non pas par 14, mais par la racine 10 de 100 ; parce que dans cette ſuppoſition, le cercle de diamétre AM n'auroit été formé que par 10 diviſions de 10 petits cercles concentriques.

Suppoſons maintenant que le but ſoit élevé de 10 toiſes au-deſſus du niveau de la batterie ; je ſuppoſe le diamétre AM diviſé en 100 parties, dont la racine eſt 10, & je dis comme 200 toiſes que vaut le diamétre, eſt à 10 toiſes que vaut la hauteur du but ; ainſi 100 parties que je fais valoir au diamétre, doivent être à un quatriéme terme que je trouve 5, & qui eſt la hauteur AQ du but reduite en mêmes parties ; je retranche 5 de 100 qui me donnent

95 ; & comme le cercle que je cherche doit avoir un diamétre moindre que AM, comme il eſt aiſé de voir par la conſtruction ; ſi je nomme y la partie M13 qu'il faut retrancher du diamétre AM, cette partie reduite en parties ſemblables du diamétre ſera $10y$; ainſi la hauteur du cercle que je cherche ſera $95 - 10y$, & cette hauteur doit être égale au quarré de AM $- y$, c'eſt-à-dire de $10 - y$: donc $yy - 20y + 100 = 95 - 10y$, & corrigeant l'expreſſion, & tranſpoſant nous avons $yy - 10y = 95 - 100 = -5$, & ajoutant de part & d'autre le quarré 25, de la moitié du coëficient 10 du ſecond terme, nous aurons $yy - 10y + 25 = 25 - 5 = 20$, & tirant la racine quarrée $y - 5 = \sqrt{20}$; enfin tranſpoſant, on aura $y = 5 + \sqrt{20}$, pour l'une des racines de l'équation, & diviſant l'équation $yy - 10y + 25 - 20 = 0$ par ſa premiere racine qui eſt $y - 5 - \sqrt{20} = 0$, le quotient $y - 5 + \sqrt{20} = 0$ ſera la ſeconde racine ; c'eſt-à-dire $y = 5 - r20 = 5 - 4\frac{4}{9} = \frac{5}{9}$, qu'il faut multiplier par 10, qui eſt $5 + \frac{5}{9}$ de petites parties dont le diamétre AM en vaut 100 ; & pour reduire cela en toiſes ; on dira comme la valeur 100 parties du diamétre eſt à ſa valeur 200 toiſes ; ainſi $5 + \frac{5}{9}$ eſt à un quatriéme terme qui ſera $11 + \frac{1}{9}$ de toiſes ; c'eſt-à dire qu'il faudra diminuer le diamétre AM de part & d'autre de 11 toiſes $+ \frac{1}{9}$, pour avoir le diamétre du cercle de toutes les projections qu'on peut faire pour le niveau propoſé ; j'ai pris la moindre racine de l'équation, parce que c'eſt celle-là qui indique ce qu'il faut retrancher du diamétre AM, & que l'autre indique le reſte.

Comme les Bombardiers ordinairement ne ſont pas faits au calcul ; il ſuffira de leur indiquer le diamétre du cercle qui renferme les projections pour un même niveau quelconque, & ils pourront par eux-mêmes, ſans le ſecours de perſonne, jetter des bombes ſur tous les endroits differens ſitués dans le même niveau, ſans ſçavoir aucune régle d'arithmetique, & même ſans ſçavoir écrire : ou bien ils pourroient avoir une planchette ſur laquelle ſoient tracés tous les petits cercles concentriques, & s'attachant ſeulement à une des diviſions que donnent ces paralleles, ils trouveroient d'abord le rayon du demi-cercle, en prenant la diſtance du centre d, qui eſt connu à cette diviſion connue, comme feroit l'ouverture $d8$, en ſuppoſant qu'il connoit le point 8 d'interſection fait par la 8ᵉ parallele 8 64 : ce qui eſt évident, puiſque le point d étant toujours le même, la diſtance $d8$ ſera égale à toutes les autres $d9$, $d10$, &c. Avant d'aller plus loin, je veux enſeigner ici la maniere

maniere de trouver le diamétre du cercle qui renferme les projections sur des buts situés au niveau de la batterie.

Soit la projection BCD dont on connoît la portée CD, par un coup d'épreuve, sous un angle connu BCD : si l'on prend pour Sinus droit la direction CB ; la portée CD sera le Sinus de complément de l'angle de l'élévation : donc *par la Trigonométrie*, on dira : comme le Sinus de complément CBD est au Sinus total ; ainsi 8 : 64 ; ce qui est évident, puisque le point *d* étant le centre commun à tous les cercles qui renferment les projections pour toutes sortes de niveaux AH ou GK, la distance *d*8 sera égale à toutes les autres *d*9, *d*10, &c.

Le Bombardier illiteré pourroit placer lui-même sur sa planchette la ligne GK, qui représente la plaine sur laquelle il doit faire les projections; & pour cela après avoir fait son coup d'épreuve, *comme nous l'avons enseigné dans le Chapitre précédent*, & après avoir divisé la portée connue en un nombre de parties égales, au nombre des mesures qu'elle contient sur le terrein, pour avoir son échelle; il n'a qu'à prendre sur cette échelle autant de parties égales que la hauteur AG de la batterie au-dessus de la plaine GK contient de mesures, pour avoir la hauteur AG sur sa planchette, & tirant par le point G une paralelle GK à l'horisontale AH de la batterie, il auroit tout ce qu'il lui seroit necessaire pour trouver le rayon AE de la maniere suivante.

Comme le Bombardier auroit tous les petits cercles concentriques tracés sur la planchette, aussi-bien que le demi-cercle MQA, qui renferme les projections faites sur le niveau AH de la batterie, qui sont toujours les mêmes : il auroit aussi une échelle de la hauteur de la batterie AM sur la planchette (laquelle seroit divisée en 196 parties, parce qu'il n'y a que 14 cercles pour le diamétre AM), de façon que le diamétre AM soit toujours divisé en un nombre de parties égal à celui qui exprime le quarré du nombre des cercles concentriques que le diamétre AM traverse : ensuite il marque autant de divisions sur son échelle égales à la ligne AM, qu'il y a des cercles : de sorte que la premiere division soit d'une de ces parties égales, la seconde en contiendra 4, la troisiéme 9, ensuite 16, 25, 36, &c : & il poussera ce nombre de divisions jusqu'à ce que la ligne KP, qui représente ici cette échelle, ait autant de divisions que le rayon A21 coupe de cercles : c'est-à-dire dans ce cas que la ligne A21 coupe 21 cercles, la ligne KP contiendroit 441 parties égales de l'échelle, & auroit

21 divisions aux points 1. 4. 9. 16. 25. . . . . . 400. 441.

Toutes ces choses ainsi disposées sur la planchette, il suffiroit au Bombardier d'élever du point K, qu'il a déja marqué sur la planchette la ligne KP, & portant sur cette ligne KP une division quelconque K 64 ou K 100. KP, & tirant une parallele quelconque 64, 8 ou 100, 10 à l'horisontale AH du niveau de la batterie, il aura un point 8 ou 10, qui est celui d'intersection de cette 8e. paralelle, & du 8e cercle, ou de cette 10e. paralelle, & du 10e. cercle : or ce point 8 ou 10 lui donne le rayon *d*8 ou *d*10, qu'il cherche pour décrire du point *d*, le demi-cercle ER 21, qui comprend les projections pour le niveau GK.

Quoique le nombre des cercles concentriques qu'on doit décrire sur la planchette ne soit pas déterminé, cependant il suffit d'en décrire un certain nombre; car pourvû que la hauteur AG de la batterie au-dessus de la plaine GK, puisse être égale aux plus grandes éminences, d'où nous puissions avoir occasion de tirer ; cela suffit.

L'on pourra choisir la méthode qu'on trouvera la plus commode : dans celle-ci il y a l'embarras des cercles, qui n'est pourtant pas bien grand ; dans celle du calcul que je viens d'enseigner, pour trouver la ligne AE, il y a l'embarras de l'algébre : mais l'une & l'autre peuvent servir selon la capacité des Artilleurs : je donnerai la maniere de trouver par un calcul plus facile la ligne AE, pour ceux qui s'embarrassent dans les opérations algébriques : mais auparavant voici la maniere de trouver le diamétre du cercle qui renferme les projections sur des buts situés au niveau de la batterie, sans algébre.

Soit la projection BCD, (*Fig.* 72.) dont on connoît la portée CD, par un coup d'épreuve sous un angle connu BCD : s'il prend pour Sinus droit la direction CB, la portée CD sera le Sinus du complément de l'angle de l'élévation : donc *par la Trigonométrie*, on dira : comme le Sinus de complément CBD est au Sinus total ; ainsi la portée connue CD est à la direction CB, laquelle sera connue en toises ; ainsi faisant le quarré de CB, & retranchant du quarré de CB le quarré de CD, le reste sera le quarré de la hauteur BD égale à CH : or par la proprieté du cercle on a CH, CB : : CB, CA : prenant donc une troisiéme proportionnelle à la hauteur BD, & à la direction CB, cette troisiéme proportionnelle sera la valeur du diamétre CA ; ce qu'il falloit trouver, & ce qui est confirmé, parce que nous avons déja établi précédemment, puisque *ss*, *as* : :

as, $\frac{aass}{ss} = aa$, *Chapitre premier de cette Partie.* Pour montrer en paſſant l'utilité qu'on peut retirer de la maniere dont j'employe le cercle pour les projections, je reſoudrai un Problême par ma méthode.

L'on connoît une portée AM, (*Fig.* 73.) pour un but qui eſt au niveau de la batterie, & l'on demande quel eſt l'angle ſous lequel il faut pointer pour avoir une même portée ON ſur un niveau OR inférieur à la batterie, & dont on connoît la hauteur AO.

On cherche les diamétres AS, V*h*, pour les deux niveaux, comme nous venons de l'enſeigner : on élévera ſur la ligne OR la droite NP, paralelle au diamétre, laquelle coupera les deux cercles dans le cas de ce Problême : on menera les droites CP, CK, au centre par les points P & L, & les Sinus *g*P, *f*K, EL, auſſi-bien que les droites AX, AP, de direction.

Cela poſé, les ſecteurs ſemblables SLC, *h*KC donnent CS, C*h* : : EL, *f*K; mais CS, C*h*, ſont connus, puiſqu'ils ſont les demi diamétres des cercles, & EL eſt auſſi connu, puiſqu'il eſt égal à la portée donnée ; donc la ligne K*f* ſera connue ; mais P*g* étant auſſi égal à la portée donnée, eſt auſſi connu ; & *f*K eſt à P*g*, comme le Sinus de l'arc connu *h*PK, eſt au Sinus de l'arc *h*P : donc cet arc, ou ſon angle *h*CP ſera auſſi connu ; mais l'angle *h*CP eſt le complément à deux droites de l'angle PCA : donc cet angle PCA ſera auſſi connu ; & comme dans le triangle PCA, les deux côtés PC, CA, ſont connus, les deux autres angles ſeront auſſi connus ; mais l'angle PAM de la direction cherchée, eſt le complément à l'angle droit de l'angle CAP, que nous venons de connoître : donc l'angle PAM, de la direction cherchée ſera connu.

Soit de même une portée NP, (*Fig.* 74.) connue d'une projection connue pour un but au niveau de la batterie, & qu'on demande une portée égale LM pour un but, qui eſt au-deſſus du niveau de la batterie, & dont on connoît la hauteur LN au-deſſus de la batterie : tirant les mêmes lignes que dans le cas précédent, les ſecteurs ſemblables AGB, CGD, donnent GA, CG : : QB, ID ; or les trois premiers termes ſont connus : donc ID ſera auſſi connu ; mais EF étant égal à la portée donnée, nous connoiſſons ſa valeur, & ID eſt à EF, comme le Sinus de l'arc connu CD eſt au Sinus de l'arc CF ; donc l'angle CGF, qui eſt meſuré par cet arc, ſera auſſi connu ; & par conſéquent l'angle FGN, qui eſt le complément à deux droits de l'angle CGF, ſera auſſi connu : donc tout le triangle FGN

sera connu; puisque nous connoissons deux côtés & l'angle compris; mais l'angle GNF est le complément à l'angle droit de l'angle FNO de la direction que nous cherchons; donc cet angle sera connu.

Comme on peut tirer non-seulement par la direction AP; mais encore par la direction A*x* sur le point N, (*Fig.* 73.) on trouvera l'angle CA*x* de la direction A*x* de la même façon qu'on a trouvé l'angle PAM; car l'arc *h*P est égal à l'arc V*x*, puisqu'il est renfermé entre les deux paralleles *h*O, PN: donc l'angle VC*x* sera connu; & par conséquent connoissant les deux côtés AC, C*x*, qui sont rayons des deux cercles, & connus, & de plus l'angle compris AC*x*, on connoîtra *par la Trigonométrie*, l'angle CA*x*, qu'on cherche pour le niveau OR, au-dessus de celui de la batterie.

On fera le même raisonnement lorsqu'on peut tirer par deux directions NF, ou NR, (*Fig.* 74.) sur un but au-dessus du niveau de la batterie, dans un niveau quelconque LM.

Bien de gens ont crû jusqu'à présent que la plus grande portée d'une piéce étoit par une direction AN de 45 dégrés (*Fig.* 75.); ce qui n'est vrai dans le sistême même, que lorsque le but est au niveau AG de la batterie; car dès que le but est en-dessus ou en-dessous de ce niveau AG de la batterie, la plus grande portée HT = CB ne peut jamais être sous la direction AN: cela est évident, pour un niveau quelconque PV au-dessus de la batterie, puisque le cercle BSL, qui renferme les projections pour ce niveau étant concentrique, son demi diamétre CS, sera moindre que CR; & par conséquent la direction AS, qui donne la plus grande portée CS, pour le niveau PV, sera plus élevée que la direction AR, qui donne la plus grande portée pour le niveau AG de la batterie, laquelle direction forme un angle NAG de 45 dégrés, avec l'horisontale AG, comme nous l'avons démontré (*Chapitre premier, Partie seconde*); donc lorsque le niveau PV sera au-dessus de celui de la batterie; la direction AS, qui donne la plus grande portée CS sur ce niveau, sera toujours au-dessus de 45 dégrés.

Au contraire, lorsque le niveau HK est au-dessus de celui de la batterie, la direction AB, qui donne la plus grande portée CB, sera toujours au-dessous de 45 dégrés: ce qui est aussi évident: le rayon CR, du cercle qui comprend les portées pour le niveau AG de la batterie, sera toujours moindre que le rayon *c*B du cercle qui comprend les projections pour le niveau HK: or ces deux cercles étant concentriques, il est évident que l'angle RAC de la direction AR de 45 dégrés, sera moindre que l'angle BAC de

la direction AB ; puisque le côté opposé CR au premier angle, est moindre que le côté opposé CB à celui-ci, & qu'ils ont le côté CA commun.

Or il est aussi évident que cet angle BAG est indeterminé, & qu'il dépend du rapport du côté AC, qui est le rayon du cercle DRA, qui comprend les portées au niveau de la batterie, au côté CB, qui est le rayon du grand cercle qui comprend les portées pour le niveau HK ; & comme ce rayon CB dépend de la hauteur AH de la batterie, au-dessus du niveau HK : ces hauteurs peuvent varier à l'infini ; & par conséquent cet angle aussi.

L'on voit qu'il est facile de le déterminer, dès qu'on connoîtra les deux rayons *par la Geométrie ;* car l'on aura CB est à CA, comme le Sinus total à la tangente de l'angle CBA, ou de son alterne BAG, qu'on cherche.

L'on a toujours disputé sur cet angle, qui donne la plus grande portée d'une piéce ; car la raison qui a entretenu les disputes parmi les gens de pratique, vient sans doute de la diffetence du niveau auquel on n'a pas assez égard, outre la resistance du milieu, qui doit réellement changer cet angle, quoique les buts soient au niveau de la batterie, comme nous l'allons voir dans la suite.

Dans les deux derniers Problêmes on a supposé qu'avec la force correspondante au diamétre AM, (*Fig. 76.*) on puisse tirer à la distance AD ; mais comme nous avons déja vû, en parlant de la construction des tables, qu'à mesure que la hauteur AG de la batterie au dessus de la plaine *g*TT sera plus grande, les mobiles par la direction AB iront plus loin ; cette hauteur A*g* peut être assez grande, pour que la portée K*n* ou GN par la direction AB, excede de beaucoup la plus grande portée de cette force ; il arrivera pour lors que la distance GN ou K*n*, en laquelle on se propose de jetter une bombe, ne répondra à aucune des lignes qu'on peut prendre dans le cercle *mf*A ; pour lors la regle sera la même, & voici comme il faut se conduire dans ce cas là.

Il faut faire cette analogie ; comme la portée connue quelconque A*r* est au Sinus de l'arc double de son élévation ; ainsi la portée GN proposée, sera au Sinus d'un arc double de celui de l'élévation qu'il faudroit donner à cette piéce, pour y porter la bombe au point T sur la plaine GT, lequel Sinus j'appelle S ; il est certain que ce Sinus sera dans ce cas plus grand que le Sinus total 100000, qui répond au Sinus de l'arc de 90, double de celui

de 45, qui eſt la direction qui répond à la plus grande portée Kſ de cette piéce ; mais cela n'importe en rien, & nous indique ſeulement que ſur le niveau AD de la batterie, on ne ſçauroit jetter une bombe à cette diſtance AD ; mais cela n'empêche point qu'on ne puiſſe la jetter ſur le niveau gT à cette diſtance, & pour lors il faut dire comme auparavant ; comme le rayon KG du grand cercle, correſpondant au niveau gT, eſt au petit rayon KA, du cercle correſpondant au niveau AD de la batterie ; ainſi ce Sinus S qu'on vient de trouver au Sinus VB de l'arc CB, ou de l'angle CKB ; ce qui nous ſuffit pour trouver l'angle BAD de la direction AB, ou l'angle KAF de la direction AF, qui porte ſur le point T, ſitué dans le niveau gT, ainſi que nous l'avons vû ; ſi le cas eſt poſſible, le Sinus répondra à un angle ; s'il ne l'eſt pas, il ſera plus grand que le Sinus total ; ce qui nous indique que ſans augmenter la force ; on ne peut jetter une bombe à cette diſtance ſur la plaine gT.

PROBLEME.

L'on ſuppoſe qu'on ne peut faire aucun coup d'épreuve au niveau AD de la batterie, & que l'on n'ait pû faire le coup d'épreuve que ſur un niveau TT ou OP, au-deſſous ou au-deſſus de celui de la batterie ; l'on demande quel eſt le diamétre Am du cercle mqfA, qui comprend les portées au niveau Ad de la batterie, & quel eſt le diamétre du cercle LhM, qui comprend les portées pour le niveau GN, ou le cercle xyz, qui comprend les portées pour le niveau OP.

La ſolution facile qu'on tire de ma méthode pour ce Problême, qu'il ſeroit aſſez difficile de reſoudre par les autres méthodes ordinaires, en ſera voir l'avantage ; car il eſt certain que juſqu'à préſent l'on a ſuppoſé que le coup d'épreuve fût toujours fait dans une plaine au niveau de la batterie ; cependant il arrive bien des cas où cela n'eſt pas toujours commode, & l'on s'y trouveroit aſſez embarraſſé pour en trouver la ſolution.

Pour le reſoudre, il faut conſiderer que l'on a démontré que les quarrés des directions AC, AB, AF, AG, ſont proportionnels aux lignes de chûte correſpondantes Cg, BT, FT, &c ; c'eſt-à-dire $\overline{ax}^2$, $\overline{AX}^2 :: xx, XX$; d'où il ſuit évidemment que $\frac{ax}{x} = a$ & de même $\frac{AX}{X} = a$, & par conſéquent ayant auſſi par la nature du cercle $xx, ax :: ax, aa$; il s'enſuit que puiſque aa repréſente

toujours le diamétre du cercle $mqfA$, qui comprend les portées pour le niveau Ad de la batterie, si l'on divise une direction ax quelconque ou aX par son x correspondant, on aura $\frac{ax}{x}$ ou $\frac{aX}{X} = a$; & par conséquent $\frac{aaxx}{xx}$ ou $\frac{aaXX}{XX} = aa$.

Soit la portée AD connue du coup d'épreuve, la direction AB connue dans le triangle ABT, nous connoissons le côté AB & les angles: donc nous connoissons aussi $BT = xx$: donc $\sqrt{BT} = x$; mais AB connu $= ax$: donc $\frac{AB}{\sqrt{BT}} = a$ ou $\frac{ax}{x} = a$, & en le quarrant, on aura aa pour le diamétre Am, qui sera celui du demi-cercle mqA, qui comprend les portées au niveau de la batterie; par le moyen de ce diamétre on connoîtra, comme nous venons de l'enseigner, le diamétre Kg du cercle qui renferme les projections pour le niveau TT; & de même tout ce qu'on peut rechercher là-dessus, comme nous venons de le voir.

Si l'on n'avoit pû faire le coup d'épreuve que sur le niveau OP, on eût operé de la maniere suivante.

Soit la direction AB, (*Fig.* 77.) du coup d'épreuve; dans le triangle ABm nous connoissons le côté Am, & les angles; & par conséquent nous connoissons la direction AB, & la chûte Bm; nous connoissons aussi Nm qui est la hauteur de la plaine PO, au-dessus du niveau AD de la batterie, donc nous connoîtrons $Bm - Nm = BN = xx$; & par conséquent $\frac{AB}{\sqrt{BN}} = a$ ou $\frac{ax}{x} = a$, dont le quarré $aa = AM$, est le diamétre du cercle MFA, qui comprend les projections, pour le niveau AD de la batterie, par le moyen duquel on peut resoudre tous les cas possibles, comme nous l'avons vû.

Nous avons dit que les trois cercles qui comprennent les projections pour des buts au niveau de la batterie, au-dessus ou au-dessous sont concentriques; mais il faut observer que le cercle qui renferme les projections qui sont au-dessus du niveau de la batterie, n'est jamais un demi-cercle entier; car il y aura toujours des directions qui ne le couperont point, & la grandeur de cet arc sera terminée par la direction tangente AE, puisque toutes les directions qui sont au-dessous n'entrent point dans le cercle, & ne peuvent porter au-dessus du niveau du but PO, & que la direction de la tangente AE rasera ce niveau: quant aux autres directions qui sont au-dessus de la direction tangente AE, il est visible qu'elles

porteront au-dessus du niveau OP, & qu'elles seront par consé-quent toutes renfermées dans l'arc ME.

SECTION SECONDE,

Seconde Hypotése sur les Projections, en supposant le mouvement d'impulsion affoibli par la résistance de l'air.

CHAPITRE PREMIER,

Sur la diminution de la vitesse d'impulsion, dans lequel on fait voir la necessité qu'il y a d'avoir égard à la résistance de l'air dans nos Projections.

LA résistance de l'air contre le mouvement des mobiles est si généralement reconnue, qu'il n'est plus question que de trouver dans quel rapport le mouvement d'impulsion en est affoibli dans nos projections, quoiqu'il paroisse encore à plusieurs personnes que cette résistance est insensible, elle est assez considerable; car l'opinion de Galilée sur le mouvement ne subsiste, & n'a été introduite que pour faciliter la pratique ordinaire dont nous nous servons pour pointer les piéces selon les éloignemens & les situations des buts que l'on se propose d'atteindre; Galilée lui-même dans le quatriéme Dialogue des deux nouvelles Sciences, reconnoit cette diminution d'impulsion causée par la même resistance de l'air, & parle en ces termes.

Tirez d'une hauteur de 100 brasses, ou plus une arquebuse chargée d'une bale de plomb, verticalement du haut en bas sur le pavé, & tirez avec une même charge, & la même arquebuse sur la même pierre, verticalement de la même maniere qu'auparavant de la distance d'une brasse ou deux, & voyez laquelle des deux bales est la plus écrasée & applatie; parceque si la bale qui a été tirée de plus haut est moins écrasée, & moins applatie que celle qui a été tirée de prés; c'est marque que l'air l'aura retardée en retardant le mouvement d'impulsion que la poudre lui a imprimée au commencement de son mouvement; & que par conséquent l'air ne sçauroit lui donner ce dégré de vitesse, de quelle hauteur que vous la laissiez tomber, que si la vitesse d'impulsion imprimée

par

par la poudre, ne surpassoit point la vitesse que la bale pourroit acquerir, en tombant de cette hauteur, alors la bale qui vient de plus haut, devroit être plus applatie que celle qui viendroit de moins haut.

Je n'ai pas fait cette expérience de Galilée ; mais je panche à croire qu'une bale d'arquebuse ou de canon qui tomberoit d'une hauteur, quelque grande qu'elle fût, ne feroit jamais le même effet, ni la même percussion qu'elle fera lors qu'on la tire contre une muraille de prés ; c'est-à-dire de si prés, que le frottement de l'air qui la retarde dans son passage, ne puisse détruire la force d'impulsion surnaturelle de la poudre.

L'Académie de Florence a fait cette épreuve ensuite du sentiment de Galilée, avec une arquebuse rayée contre un devant d'une cuirasse, & a reconnu que les coups tirés de prés s'enfonçoient beaucoup plus que ceux qui étoient tirés de loin perpendiculairement du haut en bas : parceque, disent ces Académiciens, l'air retarde, & détruit plus la vitesse de la bale à mesure que le trajet de la bale est plus long.

L'Académie de Florence, pour connoître si la direction des piéces pourroit affoiblir le mouvement d'impulsion imprimé au mobile par une force quelconque, a fait aussi ces deux expériences suivantes.

La premiere avec une petite piéce d'une livre de bale de fer ; mise verticalement, & fixée sur une charette tirée à six chevaux, de sorte que la piéce étoit verticale à l'horison ; on essaya de faire plusieurs décharges avec une même charge, les unes tandis que la charette étoit fixe & sans mouvement, & les autres tandis que les chevaux la tiroient à toute bride sur une plaine bien unie : dans les premieres la bale tomboit fort près de la piéce, lorsque le coup partoit, tandis que la charette étoit ferme & en repos, & lorsque la charette étoit en mouvement, & que les chevaux couroient à toute bride aprés que la charette avoit parcouru 64 brasses, depuis le départ du coup jusqu'à ce que le boulet fût retombé, les boulets n'étoient en arriere de la charette que d'environ quatre brasses, & le tems du mouvement des uns & des autres étoit égal ; c'est-à-dire que le boulet demeuroit autant en mouvement quand la piéce étant en repos, que lorsque le coup partoit, tandis que la piéce étoit en mouvement : cette impulsion lui venoit sans doute de la vitesse imprimée par la course des chevaux, & à la piéce & au boulet qui y étoit renfermé ; & c'est pour cela que le boulet parcouroit 60 brasses lorsqu'il partoit, tandis que la piéce couroit,

au lieu qu'il retomboit à peu près sur la piéce, lorsqu'elle tiroit étant en repos.

L'on voit par cette expérience que la vitesse initiale d'impulsion ne change point par la direction de la piéce, comme nous en convenons dans cette seconde hypotése, & comme Messieurs de l'Académie de Florence vouloient le reconnoître ; mais aussi l'on voit que la resistance de l'air a retardé le mouvement d'impulsion imprimé au mobile de la piéce par la course des chevaux de quatre brasses sur la distance de 64, qui est une 16e partie ; puisque la vitesse des chevaux étant celle même du boulet, les espaces parcourus en des tems égaux devoient être égaux ; au lieu que le boulet se trouvant retardé par la resistance de l'air parcouroit quatre brasses de moins que les chevaux.

La seconde expérience se fit avec une arcbalêtre de celles qui se bandent avec le capestan avec des bales de plomb du poids environ de trois onces, la charette eût le tems de parcourir 78 brasses, depuis le départ de la bale, jusqu'à ce qu'elle fût retombée, & elle tomba environ six brasses en arriére, & lors qu'au lieu d'une bale de plomb on tira une bale de craye ordinaire sur 100 brasses que la charette avoit parcouru : les bales tomboient 17 brasses de moins en arriére, d'où ces Académiciens concluent eux-mêmes qu'il falloit que l'air diminuât, par la resistance, la vitesse des mobiles, qui ont de la pésanteur, & cela dans la raison directe de leur plus grande legereté.

C'est aussi le sentiment de l'Académie Royale des Sciences, & de tous les Savans : Mr. Blondel, dans son art du jet des bombes, n'a pas osé en disconvenir ; & tout ce qu'il a fait pour favoriser son sistême, est de dire que cette diminution étoit comme insensible, & que l'augmentation de la durée du mouvement compensoit la diminution de la vitesse par la resistance de l'air, en quoi il s'écarte de la verité, puisque les retardemens dans des distances considerables portent beaucoup plus de variation qu'il ne le suppose, ainsi qu'on peut s'en instruire par les épreuves, & qu'on l'a établi par de fortes conjectures, ausqnelles on ne peut resister de bonne foi : Mr. Blondel, lui-même, dans son art du jet des bombes, parle ainsi : *Quoique tout ce que je viens d'expliquer fasse assez connoître, que ce que l'on dit contre notre hypotése, au sujet de la composition des deux mouvemens, dont l'un est égal, & l'autre uniformément acceleré, n'est pas capable de la détruire ; je ne voudrois pas néanmoins m'opiniâtrer à soutenir aveuglement, que par ce mélange il*

n'arrive jamais aucune mutation ni à l'un ni à l'autre ; car bien qu'il fût veritable que la pésanteur ne soit jamais oisive, & qu'elle agisse toujours également sur un corps, soit qu'il soit en repos, soit qu'il soit emporté de quelle rapidité que ce puisse être, il ne s'ensuit pas pour cela que les espaces qu'elle lui fait parcourir sur les perpendiculaires soient toujours les mêmes dans les mêmes tems, quoique peut-être ils seroient toujours dans les mêmes proportions.

Nous voyons dans notre air, & dans le mouvemens des corps qui sont autour de nous, qu'un poids tombant parcourt environ trois pieds huit lignes & demie au commencement de sa chûte, dans le tems d'une demie seconde, & environ douze pieds deux pouces dix lignes dans celui d'une seconde entiere, & ainsi du reste, en faisant les espaces proportionnels aux quarrés des tems ; mais qui peut nous assurer que dans un air beaucoup plus élevé ou plus abaissé vers le centre de la terre, plus pésant ou plus leger, ou même agité d'une autre maniere que le notre, un corps en tombant ne parcourt pas un espace plus grand ou moindre que celui de trois pieds huit lignes & demie: dans la premiere demie seconde du tems de sa chûte, & que les autres espaces dans la suite de leurs mouvemens, sont entr'eux en proportion des quarrés des tems.

Si l'air, comme nous le voyons (continue Mr. Blondel) par les expériences admirables du Barométre, ne pése jamais plus que lorsqu'il est le plus pur, le plus serein, & le moins agité ; comme au contraire, il ne paroit jamais plus leger que lorsqu'il est battu des vents, ou chargé de nuages épais, lesquels y font apparemment des mutations, qui pour nous être inconnues ne laissent pas de suspendre en quelque maniere l'effet de sa pésanteur naturelle. Pourquoi ne pourrons nous pas, par la même raison, présumer que la violente rapidité de l'impression que le feu de la poudre communique à un boulet de canon, ne puisse au sortir de la piéce interrompre l'effet ordinaire de la pésanteur, & faire que les espaces qu'il parcourt sur les perpendiculaires dans le commencement de son mouvement, ne soient pas si grands qu'ils seroient, si le boulet n'avoit point d'autre impression que celle de sa gravité ; quoique ces espaces fussent toujours dans la proportion des tems du mouvement.

Quoiqu'il en soit néanmoins, cette difference ne sçauroit tout au plus faire autre effet sur la ligne de projection des mobiles, que de les rendre peut-être un peu plus droites au commencement de leur course qu'il ne faudroit, pour être exactement parabolique ainsi que Galilée l'a fort bien remarqué, sans que pour cet effet les proportions de leurs étendues,

ſuivant la difference de leurs directions , & ſuivant les nombres qui leurs ſont aſſignés dans les tables que nous avons propoſées ci-devant, ſe trouvent aucunement alterées.

Le Savant feu Mr. de Varignon, dans ſon traité du mouvement des eaux jailliſſantes, nous donne la raiſon des obſtacles qui empêchent que la hauteur des jets d'eau verticaux, ne ſoit égale au perpendicule de l'eau, ce qui devroit être évidemment ainſi, ſi l'air joint à d'autres obſtacles ne l'empêchoit; il convient auſſi de la reſiſtance de l'air ; & la table pour les hauteurs des eaux jailliſſantes de l'ingenieux Mr. Mariote, prouve auſſi que la reſiſtance de l'air n'eſt pas ſi inſenſible que le veulent dire les Sectateurs de l'hypotéſe de Galilée ; puiſqu'une fontaine dont la hauteur ſeroit de 135 pieds 4 pouces, ne peut pas fournir un jet d'eau que de la hauteur de 100 pieds : Mr. de Varignon & tous les ſavans Phiſiciens, conviennent auſſi de la reſiſtance de l'air contre les oſcillations d'un pendule, qui lui empêche de remonter à la hauteur d'où il eſt deſcendu ; ce qui peu à peu, comme l'expérience & la raiſon nous le perſuadent évidemment, détruit entierement la vibration du pendule.

L'imagination peut facilement concevoir l'égalité du mouvement d'impulſion, en ſuppoſant qu'une verge inflexible enfile la verge, ou le mobile comme le ſeroit un boulet enfilé, & qu'elle ſoit pouſſée continuellement par une puiſſance quelconque A, (*Fig.* 78.) par une direction horiſontale AC, ou par une direction élevée AB au-deſſus de l'horiſon AC, ou par une direction abaiſſée AF au-deſſous de l'horiſon vers le point B & F : mais ſi nous réflechiſſons que la force qui pouſſe le mobile dans les armes à feu n'eſt point permanente, & qu'elle ne redouble point les éforts ſur le mobile dès qu'il eſt déhors de la piéce, pour le chaſſer de A vers B, C, ou F : alors on aura beaucoup de peine à concevoir comment ce mouvement d'impulſion ſubſiſte ſans affoibliſſement malgré la reſiſtance de l'air, qui étant un fluide à reſſort, apporte toujours une nouvelle reſiſtance à chaque inſtant : au lieu que la force d'impulſion de ſon côté ne peut être que tout au plus égale ; or cette reſiſtance de l'air eſt homogéne à la force de la puiſſance même qui chaſſe le mobile, puiſque cette puiſſance n'eſt autre qu'une diſpoſition de l'air même cauſée par l'inflammation de la poudre : comme nous l'avons vû *dans la premiere Partie de cet Ouvrage.* L'air après tout eſt un fluide qui a du poids, du reſſort, & par conſéquent peut faire une reſiſtance ; & puiſque cette

resistance est toujours homogéne à l'action de la puissance qui agite le mobile, elle doit donc entrer dans la composition du rapport de son mouvement : l'on ne sçauroit nier cette resistance indépendemment des sentimens des Savans qui l'admettent ; puisque les corps d'une pésanteur spécifique plus grande, qui tombent du haut en bas, tombent beaucoup plus vîte que ceux d'une pésanteur spécifique moindre, quoique le poids d'un corps soit égal à celui de l'autre ; car la gravité du corps étant le principe unique de son mouvement dans sa chûte, si l'air n'apporte aucune resistance, le poids d'une livre de cotton tomberoit aussi vîte que celui d'une livre de plomb, ce qui est faux, & ne peut provenir que du plus grand volume que le cotton occupe de plus que le plomb; c'est pourquoi formant une plus grande base, il s'oppose à une plus grande colonne d'air, laquelle oppose une plus grande resistance, & retarde sa chûte: le même effet se fait sentir dans les autres directions des mobiles agités par des causes externes, tout comme dans les directions verticales des graves agités par le principe interne de la gravité des mobiles ; car si l'on tire avec la même force un boulet de liége ou de cotton, ils n'iront pas si loin que ceux d'une autre matiere d'une pésanteur spécifique plus grande, telle que le chêne, le fer, le plomb, l'or, lesquels à proportion de leurs plus grandes pésanteurs spécifiques iront toujours plus loin, quoique poussés avec la même vitesse initiale; & quoi qu'ils soient d'un même poids, & cela par la même raison que nous venons de dire, qui est que contenant sous un moindre espace un moindre poids, ils forment une plus petite base; & par conséquent heurtent une moindre colonne d'air, laquelle oppose une moindre resistance ; car si les colonnes resistent, elles resistent par leur pésanteur; or ces colonnes étant d'une même hauteur, comme on ne sçauroit en douter, elles agiront dans la raison de leurs bases contre les corps étrangers, tout comme elles pésent selon leurs hauteurs entr'elles ; or on ne sçauroit nier que l'air n'ait de la pésanteur, & elle est si bien établie, que ce seroit vouloir grossir inutilement ce volume, de vouloir l'établir en repétant toutes les expériences physiques de l'Académie de Florence, & de l'Académie Royale des Sciences par Mr. Mariote, & de tous les Phisiciens modernes, dont chacun est instruit à présent : une preuve convaincante que la pésanteur de l'air arrête le mouvement des mobiles d'une moindre pésanteur spécifique, c'est que si un boulet de plomb est creux, il ira moins loin qu'un autre boulet de

plomb de même calibre, & qui n'auroit aucun vuide, s'ils font chassés tous deux avec la même vitesse initiale, ce qui ne provient que de ce qu'occupant un plus grand espace, & pésant moins que lorsqu'il n'a pas de vuide, il est regardé comme un poids de moindre pésanteur spécifique, que celle du plomb comparée avec un boulet de plomb même; or puisque l'air est fluide, & qu'il résiste au mouvement des mobiles, il résistera donc dans la même maniere que l'eau résiste à un fardeau agité dans l'eau, soit par une force interne, comme par sa gravité dans sa chûte, soit par une cause externe, comme par une arme à feu où autre puissance quelconque; il n'y a qu'à jetter un boulet dans l'eau, on voit qu'il va beaucoup plus lentement que hors de l'eau, à proportion de la condensation & légereté spécifique de l'eau, il ira ou plus vîte ou plus lentement.

La resistance de l'air contre le mouvement des mobiles, sera à la resistance de l'eau contre les mêmes mobiles poussés avec la même force, comme le poids de l'eau est au poids de l'air; mais la pésa nteur spécifique de l'eau a une raison sensible à la pésanteur spécifique de l'air, puisqu'il souleve une colonne d'eau de 30 à 33 pieds de hauteur : donc elle doit être considerée, & n'est pas de si petite conséquence qu'on le dit, puisqu'on peut regarder cette resistance comme une puissance capable de remuer, & de soûlever par sa seule pésanteur un fardeau de 2376 livres, qui est le poids de 33 pieds cubes d'eau, à raison de 72 livres le poids d'un pied cube d'eau, d'où il suit que l'air étant plus pésant sur les lacs, les étangs, les marais, les rivieres, & la mer: la resistance de l'air y doit être aussi plus forte que le mouvement des mobiles; nous observons aussi que les portées des piéces dans ces situations sont beaucoup moindres que dans des endroits élevés, où l'air est moins chargé de parties terrestres, & oppose une moindre pésanteur contre le mouvement des mobiles: certainement cette force de 2376 livres; & cette difference qu'il y a d'un tir d'une piéce sur l'eau, au tir d'un autre dans un air épuré, est trop considerable pou r être regardée comme d'aucune conséquence contre l'impulsion des mobiles; car si cette difference de la gravité spécifique d'un air à l'autre, peut elle seule diminuer si sensiblement le mouvement sur une petite étendue de la portée d'une piéce, donc toute la gravité entiere de l'air de la mer fera une grande diminution sur une vaste étendue, en supposant que la piéce soit infiniment élevée au-dessus de la mer.

CHAPITRE SECOND,

Où l'on donne un principe de pratique, pour déterminer la résistance de l'air au mouvement d'impulsion, & à celui de sa chûte.

LA resistance de l'air a été traitée par plusieurs hauteurs qui ont établi differens sistêmes : Wallis est le premier qui en ait écrit ; il établit d'abord les resistances instantanées comme les vitesses restantes à la fin de chaque instant: c'est sur ce principe qu'il établit son calcul; mais dans le même endroit il ajoûte qu'on peut dire que les resistances sont comme les quarrés des vitesses; & que si l'on aime mieux s'en tenir au second sentiment, il y souscrira de bon cœur; après Wallis, Neuton, Bernoulli, Hugens, Hermand, & généralement tous les Savans de l'Europe, se sont déclarés pour les resistances selon les quarrés des vitesses; & ils ont appuyé leur choix sur plusieurs expériences, & sur tant de raisonnemens phisiques, qu'il semble qu'il y auroit une espéce de témerité de vouloir penser autrement; il faut cependant avouer que de quelque maniere qu'on établisse la resistance, il se trouve de si grandes difficultés, quand on en veut venir à la pratique, qu'il n'est presque pas possible de les resoudre ; c'est ce qui m'a obligé de prendre un autre parti dans cet Ouvrage, dont le but est plutôt d'instruire les gens de guerre, que de donner des principes trop éxacts & trop geométriques, qui ne pourroient servir que pour une speculation infructueuse.

La courbe de projection, selon Galilée, étant toujours une parabole, soit que le but soit au niveau de la batterie, ou en-dessus ou en-dessous, soit aussi que les directions soient élevées, horisontales ou abaissées, la question de la resistance de l'air se reduit à connoître la resistance que l'air fait au mobile dans le cours de cette courbe; & voici les voyes par lesquelles on y peut parvenir.

Soit une projection horisontale ABC, (*Fig.* 79.) dont la courbe est ADC. Si l'on conçoit que cette courbe soit coupée en une infinité de petites parties, & que des points de division on tire des horisontales & des verticales qui se coupent, on aura une infinité

de petits triangles rectangles, dont les hipoténuses feront les arcs de la courbe que l'on peut regarder comme des petites lignes droites : or *par les régles du mouvement composé*, cette hipoténuse étant regardée comme une force, les deux cotés du triangle doivent être regardés comme deux forces équivalentes à la force de l'hipoténuse ; & par conséquent la resistance que l'air fait à chaque hipoténuse, est égale à la resistance qu'il feroit à ces deux côtés.

Or comme tous les côtés paralelles à l'horison pris ensemble, sont égaux à l'amplitude AC, & que tous les côtés verticaux pris ensemble, sont égaux au double de la plus grande hauteur DE de la parabole, ou à la droite EF, GC; il s'ensuit que la resistance que l'air fait à la courbe, est égale à la resistance que l'air feroit aux deux lignes AC, CG; mais en tirant la droite AG que nous considerons comme une force, la resistance que l'air feroit à cette force AG, feroit égale à la resistance qu'il feroit aux deux forces AC, CG, *par les mêmes loix du mouvement composé ;* donc la resistance à la parabole est égale à la resistance que l'air feroit à la force AG : ainsi il ne s'agit que de déterminer cette resistance; car cette resistance étant trouvée, & supposons qu'elle soit exprimée par la droite GM, nous n'aurons qu'à abaisser du point M une perpendiculaire MN sur l'amplitude; & la droite NC nous fera connoître sur l'amplitude ce que la resistance de l'air fait perdre aux portées de Galilée ; ce qui est la principale chose que l'on doit chercher dans le jet des bombes ; quand on aura une fois connu la veritable portée sur AG, on n'aura qu'à prolonger la perpendiculaire MN, jusqu'à ce qu'elle coupe la direction de Galilée en P, la droite PB marquera la perte que fait cette direction par la resistance de l'air; car l'air resistant toujours selon une certaine loi, les directions perdront à proportion de leurs longueurs, & il est visible que dans la figure la perte GM est à la droite GA, comme la perte PB est à la droite BA ; nous prendrons les pertes sur les directions de Galilée, pour décrire les courbes qui renferment les projections selon la resistance de l'air, comme on le verra plus bas ; il ne faut pas s'embarrasser que les pertes soient plus grandes que les veritables GM; parceque la perpendiculaire PN abaissée sur l'amplitude, nous donnera toujours la même difference NC de la portée AC de Galilée à la portée AN selon la resistance.

Soit de même une projection ANB, (*Fig.* 80.) dont le but B est au-dessous du niveau AM de la batterie A ; on prouvera, comme ci-dessus, que la resistance faite à la portée ANF de la parabole, est

est égale à la resistance que l'air feroit à la droite AR, & que la resistance à l'autre partie FB étant égale à la resistance que l'air feroit aux deux droites FM, MB est par conséquent égale à la resistance qu'il feroit à la droite FB ; donc la resistance a toute la parabole ANFB, est égale à la resistancé aux droites AR, FB, prises ensemble : du point R, je méne RH parallele à l'horison ; je prends HD égale à MB, & ménant la droite RD, le triangle rectangle RDH est égal au triangle rectangle FMB ; car ces deux triangles ayant les deux côtés autour de leur hipoténuse égaux chacun à chacun, l'hipoténuse RD est par conséquent égale à l'hipoténuse FB ; ainsi la resistance aux droites AR & RD, est égale à la resistance au côté AD, ou aux côtés AM, MD, d'où il est aisé de conclure que la resistance à la droite AD, est égale à toute la resistance faite à toute la parabole.

Soit encore la projection ABC, (*Fig.* 81.) pour un but C, au-dessus du niveau AH de la batterie A ; si l'on inscrit dans la parabole des petits triangles rectangles, comme nous avons fait dans le premier cas, l'on trouvera par le même raisonnement que nous avons fait, que la resistance à la partie AB de cette parabole, est égale à la resistance que l'air feroit aux droites BG, GA, ou à la diagonale AB, & que la resistance à la partie BC, est égale à la resistance que l'air feroit aux droites BF, FC, ou à la diagonale BC : donc la resistance à la parabole BC, est égale à la resistance que l'air feroit aux droites AB, BC ; je méne BE parallele à l'horison, & prenant ED = EC, le triangle rectangle EBD est égal, & semblable au triangle rectangle BEC : donc BD = BC : donc la resistance à la parabole est égale à la resistance aux deux droites AB, BD ; je méne la diagonale AD ; & comme la droite DH est égale à la droite BG + la droite BF ou DE, & que la droite AH est égale aux droites AG + GH ou BE ; il s'ensuit que la resistance aux deux droites DH, HA est égale à la resistance aux deux droites AB, BD, ou à la parabole ; mais la resistance à la diagonale DA, est égale à la resistance aux deux droites DH, HA : donc elle est égale à la resistance à la parabole.

Il faut observer en passant que nous prenons la resistance sur les diagonales, afin d'avoir tout d'un coup la resistance aux deux mouvemens, l'un horisontal, & l'autre perpendiculaire.

L'unique point auquel je m'attacherai dans la suite est, que la somme des vitesses perdues à la fin d'un tems quelconque & déterminé, est toujours comme le quarré de ce tems : ce principe ne

s'accorde pas tout-à-fait avec ce que les savans Geométres ont dit; mais il ne s'en éloigne pas aussi de beaucoup, si l'on a égard à la rapidité du mouvement & à son peu de durée, surtout lorsque l'on tire au niveau de la batterie : au reste, je n'entrerai point ici dans le détail des preuves qui pourroient établir ce que je dis: cela demanderoit des calculs ennuyeux & fatiguans, dont on ne tireroit aucune instruction ; il me suffit de dire que dans la pratique on trouvera qu'en suivant cette méthode, les portées en seront beaucoup plus justes qu'elles ne le sont, en suivant le sistéme ordinaire de Galilée, ce qui ne peut être que d'une grande utilité; je ne repéte point toutes les expériences que j'en ai faites, parce que chacun peut en faire pour s'en convaincre, & que je ne donne à présent que cette pratique, me reservant d'en dire d'avantage dans le second volume.

On peut observer que les sommes des vitesses perdues étant comme les quarrés des tems, ou comme les xx, elles sont aussi comme les ss, ou comme les quarrés des Sinus des angles d'élévation, puisque ces Sinus sont proportionnels aux tems, comme nous l'avons démontré *Chapitre premier*, *Section premiere de cette seconde Partie;* d'où il doit s'ensuivre que si l'on tire sous differens angles, également éloignés de 45 dégrés, les sommes des vitesses perdues par la direction de l'angle au-dessus de 45 dégrés, doivent être plus grandes que les sommes des vitesses perdues par la direction de l'angle au-dessous de 45 dégrés ; & c'est ce qui arrive effectivement ; comme Mr. Blondel lui-même en convient, comme nous l'allons voir pat ses propres paroles *dans le Chapitre second*, *Livre second*, *Partie quatriéme*, *de l'art du jet des bombes*, dans sa réponse à la seconde objection.

Il ne seroit pas plus raisonnable de contester la deuxiéme des raisons que l'on rapporte contre notre hypotése, pour expliquer les alterations que la resistance de l'air peut apporter au chemin que doit faire un mobile poussé d'une force externe, dont nous avons supposé les espaces égaux qui sont parcourus en des tems égaux ; car il est vrai qu'un mobile ne sçauroit détourner les parties de l'air qu'il rencontre dans son passage, sans leur imprimer de mouvement, & sans diminuer par conséquent la vitesse de celui qui lui a été imprimée du dehors.

Il est donc très veritable, que raisonnant à toute rigueur, les espaces qu'ils parcourent en des tems égaux avec une vitesse qui diminue continuellement, ne peuvent point être égaux, & que supposé même que le mouvement de la pésanteur qui se fait par les perpendiculaires,

suivit toujours les loix du mouvement uniformément acceleré, la ligne néanmoins de projection qui naît de la composition de ces deux mouvemens, ne sçauroit être parabolique, &c. & à la fin de ce Chapitre, continue Mr. Blondel : *ce n'est pas qu'on ne puisse s'appercevoir de cette difference dans les autres jets, dont les portées devroient, suivant les regles, être égales, quoique le chemin qui se fait dans l'une, soit plus grand que celui qu'il parcourt dans l'autre ; je veux dire dans les portées des projections qui se font sous des angles également éloignés au-dessus ou au-dessous du demi droit ; car il est vrai que celles qui s'approchent le plus de la perpendiculaire, & dont les élévations sont au-dessus, ayant plus de chemin à faire que celles qui s'approchent plus de l'horisontale, & dont les élévations sont au-dessous, se ressentent plus de la resistance de l'air, & sont par conséquent tant soit peu plus courtes que les autres.*

Je le prouve encore par les expériences de Coliade Ingénieur du Roi d'Espagne, dans son Traité de la pratique manuelle de l'Artillerie, sur les portées d'un fauconneau de 3 livres de bale tiré suivant les differens points de l'équerre, parmi lesquels on peut remarquer que les portées des élévations également éloignées de 45 dégrés, & qui sont au-dessus, ne sont pas égales à celles des élévations également éloignées de 45 dégrés, & qui sont au-dessous ; car le septiéme coup qui devoit tomber sur le cinquiéme, ne tomba qu'entre le sixiéme & le cinquiéme, le huitiéme qui devoit tomber sur le quatriéme, ne tomba qu'entre le troisiéme & le quatriéme, & le neuviéme qui devoit tomber sur le troisiéme, ne tomba qu'entre celles du deuxiéme & du troisiéme ; & l'on peut le confirmer par d'autres expériences faites de bonne foi, & avec attention, pour s'en convaincre pleinement, au cas que l'on doute de la justesse des épreuves qu'on pourroit citer à ce sujet.

Mr. Blondel convient lui-même, aussi bien que Galilée, que les portées en-dessous de 45 dégrés, qui sont approchantes de l'horisontale, sont plus grandes que ne porte le calcul des tables ; parce que, disent ces deux Auteurs, les lignes de projection dans le commencement sont presque droites : de sorte que Galilée excepte de cette regle du mouvement regulier, les effets prodigieux que le feu de la poudre imprime aux bales d'Artillerie, dont la vitesse initiale est surnaturelle.

Dans le sistême de Galilée, les lignes de direction correspondantes aux portées sont (*ax*) (*Chapitre premier, Section premiere,*

seconde Partie) : donc puisque les sommes des vitesses perdues sur les lignes, sont comme les quarrés des tems xx, nous nommerons ces sommes $\frac{xx}{q}$, en mettant le dénominateur q, pour faire voir qu'elles sont moindres que les vitesses totales de chûte ss; & par conséquent nous aurons $ax - \frac{xx}{q}$ pour les sommes des vitesses restantes ; c'est-à-dire pour les lignes des veritables directions correspondantes aux veritables portées ; comme les portées sont toujours moindres sur l'horisontale, que les lignes des directions aS ou ax; (*Fig.* 82.) puisque selon le sistême de Galilée, elles sont comme les cs ou Cx; c'est-à-dire comme les Sinus de complément des angles d'élévation : par leurs Sinus nous n'avons qu'à faire cette analogie: $a, c :: ax - \frac{xx}{q}, cx - \frac{cxx}{aq}$; & ce quatriéme terme sera la portée, telle qu'elle est veritablement en admettant la resistance de l'air.

Quoique je sçache que la resistance de l'air n'arrête jamais le mouvement ; cependant comme le mouvement devient à la fin insensible, nous pouvons le considerer dans cet état comme s'il étoit entierement détruit dans cette hypotése.

Dans cette hypotése il est visible que les corps qui ont moins de pésanteur spécifique, ne seront pas si longtems en mouvement que les autres, quoi qu'ils ayent été projetés avec la même force, parceque leur volume étant plus grand, par rapport à leurs masses, l'air leur opposera une plus grande resistance.

CHAPITRE TROISIE'ME,

De la Courbe qui renferme les Projections sur des Buts situés au niveau de la Batterie selon cette seconde Hypotése.

LA resistance de l'air diminuera la force d'impulsion à proportion que la pésanteur spécifique du mobile, sera moins supérieure à celle de la colonne de l'air qui lui resiste, & à proportion encore que la force d'impulsion qui chasse le mobile, sera plus grande ; puisque le nombre des lames d'air parcourues dans le premier instant, dépend de la vitesse initiale de l'impulsion, ou des espaces parcourus par la vitesse d'impulsion dans

le premier instant du mouvement : ces rapports de vitesses & de pésanteur spécifique peuvent être conbinés entr'eux d'une infinité de manieres differentes : l'air peut être ou plus leger ou plus pésant : la force d'impulsion ou moindre, ou plus forte : la pésanteur spécifique, & le diamétre des mobiles, peuvent être aussi ou plus grands ou moindres : il s'ensuit de toutes ces considerations que la vitesse d'impulsion au premier instant peut diminuer d'une infinité de manieres differentes ; & par conséquent on ne sçauroit déterminer une courbe qui puisse renfermer toutes sortes de projections de toutes sortes de mobiles faites de toutes les manieres possibles à l'infini sous toutes les élévations, parceque cette courbe variera selon les variations du Barométre & du Termométre, puisque les resistances de l'air varieront selon les dégrés de la chaleur & du froid, ou selon les dégrés d'humidité & de secheresse de l'air, lesquelles peuvent alterer sa pésanteur spécifique d'un instant à l'autre, comme les expériences phisiques nous en peuvent convaincre pleinement, indépendemment de la vitesse initiale du mobile au débouché de la piéce qui variera aussi, comme nous l'avons vû *dans la premiere Partie de cet Ouvrage*, par la variation des inflammations de la poudre & de son extension, & alterant cette pésanteur spécifique de l'air, chaque lamme opposera ou plus ou moins de resistance contre l'impulsion du mobile, ce qui variera les valeurs de $-\frac{1}{q}$ qui exprime la resistance initiale ; & par conséquent celle de $-\frac{xx}{q}$ qui exprime la somme des resistances à la fin d'un tems déterminé.

Cependant la vitesse perdue au premier instant étant détermidée, toutes les sommes des autres vitesses perdues dans la suite des instans de la durée du mouvement de l'impulsion seront toujours entr'elles dans la raison des quarrés des tems écoulés, pendant lesquels ce mobile par l'impulsion a été en mouvement sous differentes élévations ; car ces quarrés sont entr'eux dans la raison des xx & les sommes des vitesses perdues dans celle des $\frac{xx}{q}$ qui est la même ; mais les hauteurs verticales ausquelles le mobile se seroit élevé au-dessus de l'horison, si la gravité ne l'avoit abaissé, sont aussi dans la raison des quarrés des tems ; il s'ensuit que les sommes des vitesses perdues sous chaque élévation, qui sont dans la raison des quarrés des tems que le mobile demeure en mouvement sous chaque élévation, sont aussi dans la raison de ces

verticales, aufquelles le mobile fe fût élevé fous chaque élévation; fi la gravité ne l'eût abaiffé.

Il fuit puifque la fomme des retardemens fur les lignes AQ des directions infinies du quart de cercle D Q Q Q, &c. (*Fig.* 83.) dans le fiftême de Galilée, font dans la raifon des hauteurs verticales ou des chûtes AD, VB, FN, G*b*, fi l'on fait les lignes DM, VN : : FO, GP, LK, &c. proportionnelles : de forte que AD, DM : : VB, VN : : FN, FO : : GB, GP : : KF, KL, &c. la courbe M, N, O, P, L, A, qui paffera à l'extrémité des lignes DM, VN, FO, GP, KL, &c. fera dans mon fiftême la veritable courbe qui renferme toutes les projections du mobile A, pouffé par la même AM, fur toutes les élévations infinies AD, AV, AF, AG, AK, du quart de cercle DQQQQ : de forte que comme le demi-cercle DFGKA renferme tous les (*ax*) du fiftême de Galilée, felon les differentes élévations, la courbe MNOPLA, renferme les $ax - \frac{xx}{q}$ des veritables projections; & les fommes des viteffes perdues fur les directions, font renfermées entre le demi-cercle & cette courbe, en fuppofant que le tems de la durée du mouvement, fous une même élévation, foit le même dans un fiftême comme dans l'autre.

On connoîtra ainfi la fomme des viteffes perdues à la fin d'un tems quelconque ; on fera deux coups d'épreuve fur le terrein, l'un en pointant la piéce fous un angle d'élévation quelconque connue avec l'horifontale, & l'autre en pointant la piéce fous une élévation d'un même angle quelconque auffi connu avec la verticale : de forte que ces deux élévations du coup d'épreuve, feront également éloignées de 45 dégrés tant en deffus qu'en deffous : fi en prenant toutes les précautions requifes pour s'affurer de l'égalité de la charge, & pour la rendre parfaitement en tout homogéne, & pour s'affurer fur toutes chofes que la piéce ne fe dérange point, de forte que le coup parte précifément fous l'angle d'élévation de fon pointement : pour lors fi la viteffe d'impulfion ne fouffre aucun retardement par la refiftance de l'air, les deux portées font précifément égales : fi elle fouffre un retardement, la portée de la direction au-deffus de 45 dégrés fera moindre que celle du coup qui eft parti fous la direction femblable au-deffous de 45 dégrés ; ce qui provient felon nos principes des differences des lignes de chûte VB, FN, &c. c'eft-à-dire des $\frac{xx}{q}$ & $\frac{XX}{q}$ ou des $\frac{tt}{q}$ aux $\frac{ss}{q}$, qui font plus petites au-deffous de 45 dégrés, qu'au-deffus de 45.

Suppoſons que la différence des deux portées ſoit de 45 toiſes : cette différence ne provient que de ce que la verticale BN, (*Fig.* 84.) par la direction AB également éloignée, & au-deſſus de 45 dégrés, eſt plus grande que la verticale NM de la direction AR, également éloignée de 45 dégrés.

De ſorte que la viteſſe d'impulſion par la direction AR, n'a été retardée que de la ligne RM ſur cette direction, & la viteſſe d'impulſion par la direction AB, a été retardée de la ligne DB ſur cette direction dans la raiſon MN, BN : : RM, DB, ou bien *ss*, SS : : $\frac{ss}{q}$, $\frac{SS}{q}$; puiſque les viteſſes perdues RM, DB, ſont comme les hauteurs MN, BN, ſelon mon ſiſtême; d'où il ſuit que la direction AM, tombera au point P, & par la direction AB, il tombera ſur le point *q*; la différence *pq* provient de la différence de DB à RM, & des deux Sinus de complément des angles BAN, MAN, des deux directions AB : AR : nous ſçavons donc que la différence *pq* des 25 toiſes, qui ſont la différence des deux portées ſous ces deux élévations, eſt en raiſon compoſée de la différence des deux quarrés des Sinus *ss*, SS des deux élévations, & des Sinus (*c*) de complément : ces 25 toiſes de différence des deux portées répondent donc à CSS — *css*; c'eſt-à-dire au produit du quarré du Sinus d'une élévation par ſon complément, moins le quarré du Sinus de l'autre élévation par ſon complément ; ce qui ſe démontre évidemment ſelon nos principes ; car on aura ſur les directions pour les valeurs de DB, & RM, $\frac{ss}{q}$ & $\frac{SS}{q}$, dont les valeurs ſur les horiſontales ſeront dans cette proportion ſur chaque direction AB, AM, en faiſant pour chacune cette analogie AB, AN : : DB, $\frac{AN \times DB}{AB}$, ou *as*, *cs* : : $\frac{ss}{q}$, $cs\frac{ss}{qas}$, ou $\frac{css}{qa}$; mais $\frac{CSS}{qa}$, $\frac{css}{qa}$: : CSS, *css* : donc leurs valeurs ſur les horiſontales AL, ſeront comme CSS, *css* ; & parce que ſi l'on diviſe les deux premiers termes par CS = *cs*, dans ces cas puiſque les deux amplitudes ſont égales, on aura *c*SS, C*ss* : : S, *s*, & au lieu des différences CSS — *css*, en diviſant par CS = *cs*. on aura au lieu de CSS — *css*, S*s*, dans le cas préſent ſeulement, parce que les deux élévations ſont également éloignées de 45 dégrés, & que par conſéquent ſon amplitude ſera la même (*Chapitre premier de la ſeconde Partie*) ; d'où il ſuit que pour trouver tout à coup le retardement total *q*N correſpondant à la hauteur BN, à laquelle ſelon le ſiſtême de Galilée, le mobile ſe fût

élevé si la gravité ne l'eût abaissé : on a cette analogie qp, pN :: 25 toises, $\frac{qN \times 25}{qp}$ toises $= d$, laquelle sera le retardement correspondant à qN par la direction AB: ou bien qp, pN :: 25 toises, $\frac{pN \times 25}{qp}$ laquelle sera aussi la somme des retardemens pN, par la direction AM, en l'expression analitique on aura S — s, S :: 25 toif. $\frac{25\, 10. \times S}{S - s}$ pour la somme des retardemens qN correspondans à la direction AB & S — s, s :: 25 toises, $\frac{25\, 10. \times s}{S - s}$ pour la somme des vitesses perdues sur l'horisontale pN correspondans à la direction AM; c'est-à-dire comme la difference des deux Sinus de ces deux élévations également éloignées de 45 dégrés AB, AM, est à un des deux Sinus ; ainsi la difference des deux portées qui est de 25 toises & connue, sera à la somme des vitesses perdues correspondantes aux directions AB, AM sur l'horisontale.

Si l'on veut connoître ce retardement QN sur la direction AB, ou le retardement PN sur la direction AR, on le trouvera par l'analogie suivante : comme le Sinus de complément de l'élévation AR, ou AB, au Sinus total, ainsi PN qu'on vient de trouver à RM, ou bien ainsi QN à DB : ce qui est aussi évident *par la Geométrie*, & par ce qui a précedé.

Prévenu de la méthode qu'on doit tenir, pour trouver le retardement DB sur la direction AB: pour trouver la courbe VVV, VVA, (*Fig*. 85.) qui renferme toutes les sommes des vitesses restantes des differentes directions (as) AF, AQ, de cette piéce avec la même force, il n'y a qu'à tirer les directions du point A par tous les dégrés de la circonférence du demi-cercle FQQQA, & ensuite faire les lignes FV, AQ du demi-cercle dans la raison des verticales AF, Qq, &c. de sorte que AF (ss), FV ($\frac{ss}{q}$) :: Qq (ss), QV ($\frac{ss}{q}$); & traſſant par les points VVV, &c. la courbe VVVVA sera la courbe veritable, qui comprend toutes les étendues des jets de cette piéce faites avec cette force sur toutes les élévations du quart de cercle, ce qui est évident par tout ce que nous avons établi.

Pour éviter l'embarras de trouver les proportionnelles VQ aux verticales Qq, il faudroit trouver la ligne FV, ou par le calcul, ou par le moyen de l'échelle, ou du compas de proportion dont nous avons parlé *dans la Section précédente* ; & pour lors en prenant l'ouverture

l'ouverture FV fur ce diamétre AF du demi-cercle ; & la tranfportant en bas du point A vers M, fur ce diamétre AF, cette diftance AM fera le diamétre d'un autre cercle ABBBM, qui coupera toutes les directions AQ du grand demi-cercle ; & fi l'on prend les verticales femblables Bb de ce demi-cercle MBA, elles feront précifément dans la raifon des QV correfpondantes : de forte que chaque verticale Bb fera la ligne QV de fa direction correfpondante AQ : ce qui eft évident, puifque chaque triangle AQq de chaque correfpondante AQ, eft femblable au triangle ABb correfpondant, à caufe des côtés paralleles Bb, qQ, & de l'angle commun QAq, BAb, & des angles ABb, AQq alternes & égaux : donc le fegment FAQ du grand demi-cercle, fera femblable au fegment correfpondant MAB du petit demi-cercle MBBA : donc Bb, Qq : : AM, AF ; mais AM = FV *par la conftruction* : donc Bb, Qq : : FV, AF, mais FV, AF, QV, qQ *par la conftruction* : done Bb, Qq : : QV, Qq ; mais Qq = Qq : donc Bb = QV : & par conféquent la conftruction de la courbe VVVVVA, fera la même, puifque fes élémens feront les mêmes.

Le rapport de FV = MA, à la chûte Qq, eft different felon les differentes péfanteurs fpécifiques des mobiles, comme on le verra ailleurs : ainfi il faudra autant de courbes differentes VVVA, qu'il y aura de differens rapports des QV aux Qq, ce qui fourniroit une confufion de courbes lorfque l'on auroit plufieurs piéces differentes. Si l'on veut tracer facilement toutes ces courbes fans conftruction, on peut divifer en 100 parties égales chaque verticale AF, Qq, & porter ces divifions fur la ligne de direction AF, AQ, correfpondante ; & ayant trouvé la fomme des viteffes perdues du coup d'épreuve par la direction quelconque AQ, comme nous venons de le dire : on regardera à quelle partie ce retardement répond des 100 divifions de la ligne Qq correfpondante à cette direction : fuppofons que ce foit la 10e. partie, c'eft-à-dire la 10e. divifion ; il n'y a qu'à faire paffer la courbe qui renferme les projections, par toutes les dix divifions de chacune des autres directions AF, AQ, &c.

Il faut marquer pour cela de cinq en cinq les divifions fur chacune des directions.

De cette façon on aura moins de peine à reconnoître les courbes de chaque projection ; car l'une prendra par exemple tous les dixiémes points des directions, l'autre les vingtiémes, l'autre les cinquiémes, &c. felon le rapport du retardement QV à la chûte Qq.

Lorſqu'on ne voudra pas ſe ſervir du calcul pour trouver le premier retardement total DB ($\frac{ss}{q}$) du coup d'épreuve, on le cherchera ſur l'inſtrument de cette façon ſuivante (*Fig.* 86.), après avoir fait vos deux coups d'épreuve , vous connoîtrez les deux portées AE, AP, ſur l'horiſontale AF; parce que l'on ſuppoſe le terrein du niveau, & que les points E & P où la bombe, ou autre mobile quelconque s'eſt arrêté, ſont au niveau de la batterie A; enſuite prenez ſur l'inſtrument avec un compas la difference DN des deux Sinus D*q*, *b*F, des deux directions AB, AR, & portez cette ouverture de compas ſur le compas de proportion, de ſorte que les deux pointes ſont de 25 à 25 ſur les branches, parce que la difference PE des deux portées eſt telle; (car ſi au lieu de 25 toiſes la difference eût été de 60, on eût porté cette même ouverture de 60 à 60) enſuite le compas de proportion fixé ſur cette ouverture, par le moyen de la vis & de ſon écroue; vous prendrez tous les Sinus D*q* ou *b*F avec un compas, & porterez cette ouverture ſur le compas de proportion ſelon l'uſage ordinaire de la ligne des parties égales, & vous connoîtrez le nombre des parties qui vous indiquera le retardement total EN; ſi vous avez pris le Sinus D*q*, ou bien le retardement *p*N, ſi vous avez pris le Sinus *b*F, & joignant ce nombre de toiſes *p*N à la portée A*p*, ou bien EN à la portée AE connue, on aura toute la portée horiſontale AN (*cs*) que cette piéce auroit eu, ſi le mouvement n'eût point été retardé, il n'eſt plus queſtion que de voir ſur la direction ADB l'eſpace HB correſpondant à l'horiſontal HO = EN.

Prenez ſur l'inſtrument la même diſtance AN correſpondante à la direction AB du coup d'épreuve (car cela ne change jamais ſur l'inſtrument, mais ſeulement ſa valeur), portez-là ſur le compas de proportion, de façon que les parties correſpondantes à la portée (*cs*), AN que vous venez de trouver ſur les branches, ſoient proportionnellement ouvertes à cette diſtance AN, enſuite faites la ligne AE ſur l'horiſontale égale à cette portée, pour avoir le point E, qui repréſente le point du terrein ſur lequel la bombe eſt tombée, élevez la verticale EH; le point H ſur la direction AB du coup d'épreuve, ſera celui par lequel la courbe de la *Fig.* 85. VVVVVA doit paſſer, de ſorte que par le moyen de HB connu *Fig.* 86, on trouvera FV (*Fig.* 85.); & par conſéquent le petit cercle MBBBA des retardemens, dont les verticales B*b*, donneront les lignes QV, à l'extrêmité deſquelles la courbe doit paſſer, ou

bien si les directions AF, AQ, sont divisées comme nous venons de le dire : voyez le quantiéme point répond au point HL, *Fig.* 85, que nous supposons ici être le 10e. point de la direction AB, & faites passer la courbe par tous les dixiémes points de toutes les autres directions, elle sera celle qui renferme la courbe de toutes les autres projections.

La resistance de l'air à la direction de la projection, étant égale à la resistance que l'air feroit à l'amplitude & à la chûte, est par conséquent composée des deux resistances, dont l'une se fait contre le mouvement uniforme de la portée, & l'autre contre le mouvement acceleré de la chûte ; ainsi il semble qu'après avoir pris sur la diagonale la resistance au mouvement uniforme ; je dois encore prendre la resistance au mouvement acceleré ; mais il faut observer que la resistance au mouvement uniforme ayant abregé la direction, la chûte qui part de l'extrêmité de cette direction, devient aussi plus petite ; & que par conséquent la resistance de l'air à cette chûte est toute trouvée, dès qu'on a trouvé la resistance à la direction ; que si l'on veut sçavoir quelle est cette resistance à la chûte ; je dis que les espaces que les chûtes perdent à la fin des tems quelconques, sont entr'eux comme les cubes de ces tems ; ce que l'on trouvera ainsi : selon Galilée la direction étant ax, la chûte est xx ; or en admettant la resistance à la direction de la maniere dont je l'établis, la direction retardée sera $ax - \frac{xx}{q}$; comme la direction de Galilée ax est à sa chûte xx ; ainsi la direction $ax - \frac{xx}{q}$ dans l'hipotése de la resistance, est à la chûte qui doit lui répondre, & faisant la régle on trouvera $xx - \frac{x^3}{aq}$; ainsi les espaces que les chûtes perdent sont comme les $\frac{x^3}{aq}$; & comme la grandeur aq est toujours constante, ils sont comme les x^3 ; c'est-à-dire comme les cubes des tems.

Il est évident que la courbe VVVVVA, (*Fig.* 85.) qui renferme les projections sur l'horisontale Aq, n'est pas circulaire dans cette seconde hipotése, comme dans celle de Galilée ; puisque les élémens qui sont entr'eux dans la raison des $aS - ss$, ne sont pas comme les élémens AB, ou AQ d'un cercle, qui sont dans la raison des (as), & de même les verticales AV ou VN de cette courbe, qui sont dans la raison des SS $- \frac{sss}{aq}$ ne sont pas dans la raison des verticales AF d'un cercle, lesquels sont entr'eux dans la raison des SS.

On voit donc qu'on ne ſçauroit rectifier les tables qu'on peut conſtruire ſur le principe de Galilée ; car à chaque direction les rapports des retardemens aux lignes des directions ſeront differens, puiſque ces retardemens croiſſent dans la raiſon doublée des eſpaces qui ſeroient parcourus ſur les directions dans le vuide : quelque correction qu'on y puiſſe faire, on ne ſçauroit jamais trouver un demi-cercle commun ; je veux dire qui puiſſe renfermer les projections ſous toutes les élévations poſſibles du quart de cercle avec une même force ; car par exemple dans les tables que nous pourrions calculer ſur ce principe de Galilée, ſi l'on fait pour une plus grande commodité le coup d'épreuve ſous 15 dégrés, en pointant avec l'horiſontale toutes les portées calculées au-deſſus de 15 dégrés, ſeront plus grandes que les portées effectives qu'on auroit ſur le terrein ; & au contraire toutes les portées par les directions au-deſſous de 15 dégrés, ſeront plus grandes ſur le terrein que ne porte le calcul des tables : ce qui eſt bien évident ; & pour le comprendre, il n'y a qu'à décrire le demi-cercle qui comprend la projection correſpondante à chaque direction AQ, (*Fig.* 87.)

Pour trouver les diamétres AB de ces cercles AQB, qui renferment les projections par chaque direction AQ, il faut tirer une perpendiculaire QB à l'extrémité Q de la direction AQ ; car puiſque les angles BQA ſont dans un demi-cercle, l'angle BQA qui a pour ſa meſure la moitié de cet arc, ſera de 90 dégrés *par la Geométrie :* l'on verra que les diamétres AB ſeront tous differens : or plus ces diamétres AB ſeront grands, & plus les portées par une même direction ſeront grandes ; mais les diamétres AB en-deſſus du coup d'épreuve, par exemple, de la projection AQM, ſont toujours moindres ; & au contraire par les directions en-deſſous de cette projection AQM, ſeront plus grands ; & par conſéquent les portées : quelque correction qu'on puiſſe faire dès quelle tendra à chercher un cercle qui renferme toutes les projections ſous toutes les élévations poſſibles, on tombera toujours dans le même inconvenient ; auſſi Mr. Belidor nous avertit lui-même que la correction qu'il propoſe dans ſon Bombardier François, pour les tables, n'eſt pas éxacte.

CHAPITRE QUATRIE'ME,

De l'usage de la Courbe que nous venons de décrire, pour le jet des Bombes sur des Buts qui sont au niveau des Batteries.

APRE's avoir connu la portée des deux coups d'épreuve par deux directions également éloignées de 45 dégrés, & par conséquent la différence des deux portées, il n'y a qu'à reconnoître le retardement sur la direction du coup qui a été tiré par la plus grande élévation, & ensuite tracer la courbe veritable des projectionsdans le demi-cercle ABF (*Fig.* 88.); après avoir trouvé la veritable portée du coup d'épreuve, telle qu'elle auroit dû être si le mouvement d'impulsion n'eût point été retardé; on trouvera l'échelle de l'amplitude totale, ou du paramétre AF, & l'on operera sur l'horisontale AQ, de la même façon que s'il n'y avoit point de resistance, soit décrite la courbe GLPA dans le demi-cercle ABF, dans la raison du retardement total FG, à la direction verticale, ou paramétre AF.

Il faut décrire le quart de cercle ANC, qu'on divisera en dégrés & minutes, si l'on veut pour deux raisons: la premiere, parce qu'on se servira des Sinus des élévations des deux coups d'épreuve, pour trouver le retardement de ces deux directions sans calcul: la seconde raison c'est, que ce quart de cercle servira aussi pour indiquer le dégré précis de l'élévation VAR quelconque, comme on le verra.

Ayant reconnu que la portée AO du coup d'épreuve, auroit dû être comme AQ, par exemple de 100 toises, si la vitesse d'impulsion n'eût pas été retardée: prenez l'ouverture AQ sur l'instrument, & portez-là de 100 à 100 sur les côtés du compas de proportion, & fixez sur cette ouverture le compas de proportion, laquelle sera l'échelle pour toutes les portées des directions avec cette force du coup d'épreuve.

On demande à présent de tirer une bombe à la distance de 40 toises seulement, prenez avec un compas ordinaire la distance de 40 à 40 sur les côtés du compas de proportion, & portez-là sur la ligne AQ de l'instrument, comme ce seroit au point M, de

ce point élevez une perpendiculaire ML indéfinie, laquelle coupera la courbe de projection GLPA, en deux points, chacune ſçavoir L, 4 : du point d'interſection L au point A, tirez la droite ALV, elle ſera la direction qu'il faut donner à la piéce, ou bien du point 4 d'interſection de cette courbe GLPA par le point A, tirez la droite A4 : 5 : qui ſera la direction qu'il faut donner au mortier, pour atteindre le but M, qui eſt au niveau de la batterie A, à la diſtance horiſontale AM de 40 toiſes.

La démonſtration de cette operation ſe voit toute évidente par l'opération même ; car ſuppoſant que le retardement eût été nul ſur la direction ALV, le but ſeroit allé ſur la direction au point V, & ſur l'horiſontale au point R ; mais le retardement d'impulſion par cette direction ALV eſt de la ligne LV *par la conſtruction même ;* donc le mobile ſera tombé au point M qui lui eſt vertical, ce qu'on s'étoit propoſé : d'où il ſuit que généralement en abaiſſant des perpendiculaires par tous les points infinis de la courbe GLPA ſur l'horiſontale AQ, elles donneront les portées de cette piéce, en portant ſur le compas de proportion les diſtances AM, AR, AO, AQ, &c. où les verticales aboutiſſent ; on reconnoîtra le nombre des toiſes de leurs étendues par chaque direction AG, AL, AP, AS, de la courbe GLPA ; & ſi on éléve des verticales AG, ML, RX, OP, TS, &c. ſur tous les points infinis de l'horiſontale AQ, on trouvera les directions qu'il faut donner à la piéce, pour que la bombe tombe ſur chacun de ces points infinis déterminés, entre A & T, en tirant une ligne droite du point A aux points G, L, P, S, &c. & les droites AG, AL, AP, &c. feront les directions qu'il faut donner à la piéce, dont on trouvera la valeur des dégrés ſur le quart de cercle NC.

Il n'y a qu'à faire aller l'alidade AV au point X ou L de l'interſection requiſe, pour que la bombe tombe au point R ou M, & le point 8 du quart de cercle indique la valeur de l'angle 8AF avec la verticale, ou 8AQ avec l'horiſontale.

De cette façon il eſt inutile de mettre les perpendicules à l'inſtrument, parceque ni plus ni moins les diſtances AR, AQ, &c. qui répondent aux perpendicules VR, BQ, &c. ne ſont pas celles qui répondent aux portées par ces directions ; mais ce ſont les diſtances AM, AO, qui répondent au point L & P, ſur la courbe GLPA, leſquels ſont les points d'interſection des directions AL, AP, & des verticales LM, PO, tirées des points M & O propoſé : ſi l'on vouloit cependant on n'auroit qu'à diviſer les eſpaces des

alidades dans la raison des retardemens, au lieu de les diviser en parties égales, *comme on a fait dans la Section précédente*, pour l'hipotése de Galilée; ce qui seroit bien commode dans les montagnes, où on a besoin de tirer sur des buts au-dessus ou au-dessous du niveau des batteries; car pour lors il n'y auroit qu'à placer sur l'instrument le point qui représente le but semblablement de la maniere qu'il est sur le terrein, & l'on s'en serviroit de la même maniere que l'on a enseigné qu'il falloit s'en servir dans l'hypotése de Galilée.

Mais si cela est commode dans la pratique des montagnes, c'est un inconvenient aussi pour la construction & l'arrangement sur l'alidade de ces perpendicules, qui seroient toujours les mêmes, mais dont les distances de l'un à l'autre devroient varier toutes les fois que les paramétres des projections, par une même élévation, varieroient; ce qui arrive comme nous l'avons remarqué toutes les fois que les vitesses, & les gravités, & le rapport des resistances de l'air varient; & par conséquent donnent à l'infini une combinaison d'arrangemens differens des perpendicules sur les alidades: d'où il faut conclure, qu'il vaut mieux les supprimer dans l'usage de l'instrument: on voit que pour rectifier l'instrument universel de Mr. Blondel ou de Torricelli, conséquemment au sistême de Galilée; on voit, dis-je, qu'il n'y a qu'à tracer la courbe GLPSA, de la maniere que nous venons de le dire, & que l'usage en est le même: le demi-cercle ABVF, seroit toujours décrit aussi bien que le quart du cercle NC: il ne resteroit que la courbe GLPSA à décrire.

CHAPITRE CINQUIE'ME.

Où l'on donne la construction de la Courbe qui renferme les Projections sur des Buts situés dans des niveaux au-dessus ou au-dessous de celui de la Batterie.

SOIT le niveau TV, (*Fig.* 89.) au-dessous de la batterie A: je décris le cercle de Galilée AG*a*, pour les buts au niveau de la batterie, dont on trouve la description (*Chapitre septiéme, Section premiere de cette seconde Partie.*); je décris la courbe ASR des resistances pour ce niveau, ainsi que je l'ai enseigné dans les deux

derniers Chapitres précédens ; je décris ensuite le cercle KNB de Galilée, pour le niveau donné TV; je prolonge les directions du premier cercle, jusques à ce qu'elles coupent le second : des points D, E, &c. où les projections coupent le second cercle, j'abaisse des perpendiculaires Dr, EF, &c. sur le niveau TV ; je prends dans le premier cercle la direction A*b*, & la chûte *b*2, & je dis comme la chûte *b*2, qui exprime le quarré du tems de cette direction, est à la perte *b*6 de cette direction ; ainsi la chûte D*r*, qui exprime le quarré du tems de la direction A*b*D, est à un quatriéme terme, qui par conséquent doit être la perte de cette direction, & portant cette perte de D en 8, le point 8, est un point de la courbe que je cherche ; je prends de même la direction A*d*, & la chûte *d*3 ; & je dis, comme la chûte *d*3 est à la perte *d*7 de sa direction ; ainsi la chûte EF est à la perte que doit faire la direction A*d*E, & portant cette perte de E en *g*, le point *g* est un autre point de la courbe, & continuant la même construction sur les autres directions du petit cercle prolongé jusqu'au grand, je trouve autant de points de la courbe, & si près que je veux ; enfin faisant passer une courbe par tous ces points, j'ai la courbe *y*89, HK, qui est la courbe demandée : ce qui se démontre de même que pour la courbe qui renferme les projections pour le niveau de la batterie, puisque le principe en est le même, & qu'il n'y a aucun point *y*, 8, 9, &c. dans cette courbe, dont la direction correspondante A*y*, A8, A9, &c. ne soit parcouruë par l'impulsion dans le même tems que sa chûte correspondante *y*T, 8*z*, &c. sera parcourue par la gravité.

La courbe qui renferme les projections pour un niveau au-dessus de la batterie, se décrira de la même façon ; par exemple soit le niveau RP, (*Fig.* 90.) au-dessus de la batterie N, je décris le cercle de Galilée NEA pour le niveau de la batterie, & sa courbe de resistance NAM; je décris ensuite le cercle VTQR de Galilée, pour le niveau RP ; je dis ensuite comme la chûte B*m* du grand cercle, est à la perte B4 de sa direction ; ainsi la chûte T*q* du petit cercle, est à la perte TX de sa direction, & le point X, est un point de la courbe que je cherche : de même comme la chûte CL du grand cercle, est à la perte CN de sa direction ; ainsi la chûte *y*P du petit cercle, est à la perte *y*Z de sa direction ; & le point Z est encore un point de la courbe ; & continuant de la même façon, on aura la courbe demandée AXZ*b* ; laquelle ne sçauroit être entiere non plus que le demi-cercle de Galilée, pour les raisons

raiſons que nous avons dit (*Chapitre ſeptiéme, Section premiere de cette ſeconde Partie*), & ſe démontre de la même maniere que les deux autres cas précédens, en faiſant voir que dans cette courbe il n'y a aucun point A ou X, &c. dont la direction correſpondante NA ou NX, &c. n'ait été parcourue dans un même tems précis par l'impulſion, que la chûte AR, SX, &c. correſpondante aura été parcourue par la gravité.

J'aurois pû donner les formules pour tous les cas des differentes directions ſur des buts ſitués ſur toutes ſortes de niveaux; ainſi que je l'ai fait pour le ſiſtême de Galilée *dans la premiere Section de cette ſeconde Partie;* & dans le Chapitre même ſans formule; auſſi bien que pluſieurs réflexions & démonſtrations très curieuſes ſur la durée du mouvement ſenſible d'impulſion & d'acceleration, juſqu'à ce que leurs viteſſes inſtantanées ſoient reduites à une infinitiéme, qui dans la pratique ne peut être priſe que pour une ligne droite, dont l'infinitiéme, qui exprime la largeur, exprimeroit la viteſſe inſtantanée de l'impulſion, & en même tems exprimeroit la viteſſe inſtantanée dont celle de la chûte ſeroit augmentée dans cet inſtant qui termine le mouvement ſenſible: de ſorte que la courbe des projections que les mobiles décrivent, doit être enfin à la ſuite d'un tems quelconque, ſi inclinée ou ſi approchante de la verticale, qu'elle ſeroit preſque verticale dans la pratique; car il reſulte évidemment que puiſque les viteſſes diminuent à chaque inſtant d'une quantité, dans quelque rapport que ſoient ces quantités, il doit neceſſairement arriver que la ſomme des deſtructions totales ſera ſenſiblement égale à la viteſſe initiale; & par conſéquent le mouvement acceleré n'augmentant plus que d'une infinitiéme d'un inſtant à l'autre, ſeroit ſeul regulier & uniforme; il ne faudroit pas même un tems infini pour le pouvoir conſiderer pour tel; car dès que l'augmentation de la viteſſe accelerée ſeroit exprimable par une ligne dont la grandeur, à cauſe de ſa petiteſſe, ſeroit peu conſiderable en la comparant à l'eſpace parcouru dans un inſtant quelconque ſur la ligne de chûte, la courbe ſeroit exprimable par une ligne droite; & par conſéquent la viteſſe de la chûte ſeroit ſenſée uniforme.

Monſieur l'Abbé Deydier, à qui j'ai communiqué mon ſiſtême, m'ayant fait faire des réflexions très judicieuſes, ſur les differentes opinions qu'on peut former ſur la reſiſtance, qui lui paroiſſent même décidées par les plus habiles Geométres; j'ai jugé à propos de m'en tenir à préſent à une ſimple pratique, pour éviter les

objections, & toutes les difficultés dont ce sujet physique est si susceptible, qu'il paroîtroit comme une espéce de témerité de vouloir s'y livrer de propos déliberé. Mr. de Gamaches de l'Académie Royale des Sciences, m'ayant confirmé aussi dans ce sentiment, les lumieres de ces deux Messieurs, dont la science & la réputation sont solidement reconnues par leurs excellens Ouvrages, m'ont dû déterminer à prendre ce parti.

Cependant je donnerai de plus grands éclaircissemens dans la suite sur ce sujet, conséquemment à certaines expériences que je ferai, non que je me flatte de pouvoir atteindre à une précision éxacte, dont tous les Savans ont désesperé jusqu'à présent; mais seulement pour donner lieu aux personnes appliquées, de faire sur ce sujet quelques nouvelles découvertes, dans l'esperance qu'ils voudront bien m'en faire part: quoi que cette pratique que je viens de donner, en attendant le reste, puisse être contestée par une Geométrie trop éxacte, cependant les différences qui en resulteroient, en admettant même leurs hypotéses par des principes incontestables, n'en seroient que très peu sensibles, sur tout dans les premiers instans de la durée du mouvement, comme je le puis démontrer évidemment; mais je cherche seulement de pouvoir déterminer les courbes des resistances, soit qu'elles ne soient que approchées, ou soit qu'elles soient celles même de la nature, de façon qu'on puisse les tracer sur un instrument, sans qu'il soit necessaire de faire aucun coup d'épreuve au-dessus de 45 dégrés, comme je l'ai prescrit pour trouver l'espace retardé, & sans qu'il soit necessaire de décrire les courbes qui renferment les projections pour chaque differente piéce: ce qui seroit d'une très grande utilité, ainsi que je le vais faire remarquer dans le sixiéme Chapitre, où je donne plusieurs principes qui nous y conduiront; mais auparavant il faut parler de la pratique, & de l'usage des deux courbes que nous venons de décrire, pour des niveaux au-dessus ou au-dessous de la batterie.

CHAPITRE SIXIE'ME,

De l'usage des Courbes qu'on vient de décrire pour les jets des Bombes sur des Buts qui sont situés au-dessus ou au-dessous du niveau de la Batterie.

L'Usage de la courbe y89LQHK (*Fig.* 89.) construite pour le niveau TV, par les régles du Chapitre précédent est le même que celui de la courbe GXpSA de la *Fig.* 88. construite pour le niveau AQ de la batterie; à sçavoir en élévant du point proposé z dans le niveau TV, la verticale z8, & du point 8 d'interfection de la courbe y, 8, 9, &c. tirant au point A la droite A8 prolongée en D, elle sera la direction qu'il faut donner à la piéce, pour atteindre le but proposé: comme la verticale z8 dans ce cas coupe la courbe en deux points 8 & o, en tirant la droite Ao, elle sera aussi la direction par laquelle la piéce portera au point z proposé.

On voit qu'il n'y a qu'à élever sur tous les points infinis du niveau TV, les verticales z8, rD, FE, &c. & en tirant du point A, les droites A8, Ao, &c. par les points 8, o, &c. des interfections de la courbe, & des verticales, on aura les directions qu'il faut donner à ces piéces, pour porter aux distances proposées Tz, Tr, TF, &c. les droites A8D prolongées jusqu'à la circonférence du demi-cercle gradué, marqueront les dégrés de ces élévations.

Par la même raison si l'on tire du point A, par tous les dégrés infinis du demi-cercle, les directions A8, A9, AL; en abaissant des perpendiculaires z8 sur le niveau TV, de tous les points 8, 9, L, infinis d'interfection de la courbe, & des directions on aura les portées correspondantes Tz, Tr, TF, &c. de la direction.

Lorsque les buts sont dans un niveau TV, au-dessous de celui de la batterie A, les verticales couperont toujours la courbe y89 LRHK en 2 points, ou la toucheront en un seul point sans la couper: mais il y aura cette distinction à faire, que quelque fois les points d'interfection c, 8, par une même verticale z8, seront l'un en-dessus comme 8, & l'autre en-dessous du niveau de la batterie comme o, & pour lors le mortier peut porter la bombe au point z par deux directions, dont l'une A8 est élevée, & l'autre

Ao eſt abaiſſée ; d'autre fois les deux points d'interſection feront tous deux au-deſſus du niveau de la batterie, comme par exemple la verticale &n, coupe la courbe aux points n & 1, qui ſont tous deux au-deſſus du niveau A3 de la batterie : les deux directions An, A1, par leſquelles le mortier peut porter la bombe ſur le point & propoſé au niveau TV, ſont toutes deux élevées : & lorſque la verticale QQ touche la courbe au point Q propoſé au niveau TV ; il n'y aura que cette direction AQ qui puiſſe porter la bombe au point Q propoſé ſur le niveau TV, & la portée TV ſera la plus grande de cette piéce avec cette charge ſur ce niveau.

L'uſage de la courbe AXZBQ (*Fig.* 90.), conſtruite pour le niveau RP, au-deſſus de celui de la batterie, eſt auſſi le même que celui des deux autres courbes précédentes : ſi l'on veut par exemple tirer ſur le point S à la diſtance RS, ſur une plaine élevée au-deſſus de la batterie de la hauteur RN : du point propoſé S, il faut élever la verticale SX, & du point X tirer la droite NX, qui ſera la direction par laquelle la bombe tombera ſur le point S propoſé.

Il faut auſſi remarquer qu'il y aura trois cas differens ; car il y en aura où la verticale SX ne coupera la courbe AXZB, qu'à un ſeul point X, & au-deſſus du niveau de la batterie NL : & il n'y aura pour lors que la direction NX, qui puiſſe porter la bombe ſur le point S propoſé ſur cette plaine RP : dans des autres cas ſa verticale *pb* coupera la courbe aux points *b* & o, & la bombe peut tomber au point P, par deux directions N*b*, NO : dans le troiſiéme cas ſi la verticale 1Q touche la courbe au point Q, la bombe ne peut tomber ſur le point propoſé 1, que par la direction NQ, & la diſtance R1 ſera la plus grande portée de ce mortier avec cette charge ſur le niveau RP : mais la direction dans les troiſiémes cas ſera toujours élevée.

Généralement lorſque la verticale qu'on éléve à l'extrémité de la diſtance où l'on veut jetter la bombe, ne coupe point la courbe, ou tout au moins ne la touche pas, le cas eſt impoſſible avec cette charge & ſur ce niveau.

Au lieu que dans le ſiſtême de Galilée, les points d'interſection de la verticale ſur la courbe qui renferme les projections ſur le niveau de la batterie, ſont toujours dans la circonférence d'un demi-cercle : dans celui-ci cette courbe n'eſt jamais totalement circulaire ; mais elle eſt indéterminée, comme nous l'allons voir ;

& au lieu que les deux points d'interfection de la courbe qui répondent à deux directions également éloignées de l'angle de 45 dégrés, font toujours dans une même verticale lorfque le but eft au niveau de la batterie, dans le fiftéme de Galilée : dans celui-ci ces directions font ordinairement inégalement éloignées de 45 dégrés ; outre cela le point S (*Fig.* 88.), d'attouchement de la courbe par la verticale TS, dans les projections fur des buts au niveau de la batterie, n'eft jamais fixé, il fera beaucoup au-deffous de 45 dégrés, d'autrefois ce point d'attouchement fera aux environs de 45 dégrés (mais il ne fera jamais au-deffus), ce qui dépend du rapport de la viteffe initiale d'impulfion au retardement initial, comme nous le verrons.

Il ne faut pas être furpris s'il y a eu jufqu'à préfent de fi grandes conteftations fur la plus grande portée horifontale des piéces; car les uns prétendent que ce foit au 38e. dégré en pointant avec l'horifontale, d'autres à 40 avec l'horifontale, & d'autres veulent au contraire que ce foit à 40 avec la verticale : tous s'autorifent par l'expérience : je puis affurer que dans des preuves que j'ai faites, la portée de 45 dégrés n'a jamais été la plus grande : la fituation du but, je veux dire le nivellement du terrein contribue beaucoup à entretenir ces difputes ; car fouvent on juge un but ou un terrein de niveau à la batterie, qui cependant ne l'eft pas : ce qui doit fans doute apporter une différence confiderable dans l'étendue des portées.

Je ne repéte point tout ce qu'on a dit dans la premiere Section, au fujet de l'ufage de mon inftrument univerfel, felon le fiftême de Galilée, à fçavoir la maniere de placer les lignes du niveau du but fur l'inftrument, femblablement qu'ils le font fur le terrein : fi l'on veut tirer de deffus une grande hauteur au-deffus d'une plaine ; mais fi l'on n'a qu'un ou deux buts à prendre, il fuffit de décrire la portion de la courbe qui renferme les projections convenables au but, fi la plaine alloit en pente, on placeroit fur l'inftrument femblablement le point du but, & par rapport à fon niveau, & par rapport à fa diftance ; on chercheroit la portion de la courbe qui renferme les projections qui vont aux environs de ce but : le feul bon fens doit diriger, & fuffit fans autre application.

Nous avons quantité d'occafions à tirer de bas en haut, ou de haut en bas des bombes & des boulets ; cette façon de regler la direction des piéces eft fort neceffaire & utile : ce font des places fituées dans des montagnes qui m'ont donné lieu de l'exa-

miner à fond ; c'eſt pour cela qu'il faut ſe la rendre bien familiere.

Lorſque par le coup d'épreuve on reconnoît que la diminution eſt peu ſenſible, & que le mouvement peut être conſideré pour uniforme & conſtant dans l'hypotéſe de Galilée, ſur tout lorſqu'on doit tirer par une direction peu éloignée de celle du coup d'épreuve, on peut ſuivre le ſiſtême de Galilée.

On auroit dans ce ſiſtême une grande facilité, parceque l'inſtrument ſeroit toujours prêt; puiſqu'en ſuppoſant le mouvement d'impulſion uniforme, conſtant & perpetuel, on peut ſe ſervir de toutes grandeurs indifferemment pour les viteſſes d'impulſion, & pour celles de la gravité.

Comme ordinairement on a pluſieurs endroits à battre, lorſque la batterie eſt au-deſſus ou au-deſſous des niveaux des buts, & que les endroits ſont ſouvent ſitués dans un même niveau entr'eux, la différence des diſtances horiſontales des buts à la batterie ne change point le cas : de ſorte que cette méthode eſt générale pour toutes ſortes de combinaiſons de viteſſe, de retardement ou d'égalité de mouvement & de ſituation, comme auſſi de gravité : au lieu que ſelon l'uſage de l'inſtrument univerſel de Torricelly, autant de diſtances differentes, autant d'inclinaiſons differentes il faut prendre avec l'inſtrument ; & ſi l'on opére avec le compas, par le moyen du Paramétre ſelon la méthode de Mr. Belidor, autant de differentes diſtances, autant de différens cercles il faut chercher, parce qu'il les commence toujours au niveau de la batterie.

J'avoue qu'il faut plus de tems pour l'operation d'un ſeul but par cette derniere méthode ; mais on en eſt dédommagé abondamment, lorſqu'on a pluſieurs buts à battre ſur un même plan de niveau, par la facilité qui s'y rencontre.

Lorſqu'on n'a qu'un but à battre ſur un même niveau, c'eſt plutôt fait de chercher le Paramétre par la voye ordinaire, & par le moyen du Paramétre trouver l'angle de la direction de la piéce, ſelon l'uſage de Mr. Belidor, en ſe ſervant de l'inſtrument univerſel comme lui.

Lorſque l'on veut ſe ſervir de la courbe des reſiſtances, & qu'on n'a qu'un but à battre ſur un même niveau, il n'eſt pas neceſſaire de décrire toute la courbe, il n'y a qu'à en décrire ſeulement une portion aux environs de ce point qu'on veut battre : ce qui ſuffit.

Il arrivera ſouvent que dans la deſcription des courbes qui

renferment les projections, eu égard à la resistance de l'air selon notre hypotése, la courbe au lieu de s'élever, comme cela devroit être, à mesure que les directions sont plus élevées, s'abaisseroit au contraire : de sorte qu'au lieu que la direction BK ou B*n* (*Fig.* 91.), devroit être plus grande que la direction B*f*: elle sera au contraire moindre ; & si l'on continuoit la courbe jusqu'à la direction verticale AB, elle s'approcheroit toujours plus du point B, au lieu de s'en éloigner : ce cas qui dans nos projections militaires, ne sçauroit arriver à cause de la rapidité du mouvement & de son peu de durée, vient du rapport de la resistance *gm* aux lignes *m*M : dès que la différence *mq* du retardement GS au retardement *gm*, sera moindre que la différence *m*R de la direction BS à la direction B*m*, les vitesses restantes B*g* correspondantes à la direction B*m*, seront plus grandes que les vitesses restantes BG correspondantes à la direction BS : ce qui est évident: dès que la différence LF du retardement *mg* au retardement *f*L, sera égale à la différence FL de la direction B*m* à la direction BL, la direction B*f* sera précisément égale à la direction B*g* ; & dès que la différence KN du retardement L*f* au retardement K*n*, sera plus grande que la différence K*b* de la direction LB à la direction KB, la direction B*n* sera moindre que la direction B*f* ; car on aura dans ces trois cas BS — GS pour la direction BG, & BS + R*m* — *gm* pour la direction B*g*: donc si la différence R*m* est plus grande que *gm* — GS = *qm*, la direction croîtra de la ligne R*q* ; si + R*m* = *gm* — GS ou + FL = *fl* — *gm* = FL, on aura B*f* = B*g*: & si au contraire + R*m* ou *b*K est moindre que *gm* — GS, ou K*n* — *f*L, on aura B*n* moindre que B*f*.

Comme le rapport des *gm*, GS, *f*L, K*n*, entr'eux est égal au rapport des verticales *m*M, LQ, KQ, &c. il suit évidemment que si l'on prenoit toutes les verticales entieres pour les retardemens correspondans GS, *gm*, la courbe C *n f g* G B deviendroit la courbe BVDB ; car dès que l'excès S, *y*, des verticales SM, 3 Q quelconque sera plus grand que l'excès S, &c. des directions correspondantes BS, B3, les directions décroîtront : & comme la verticale AB est égale à la direction correspondante AB, il faut de toute necessité que la courbe BVDB finisse au point B, où elle avoit commencé : cela ne la rend pourtant pas telle que BVDB ; mais cela nous indique seulement que lorsque les directions Bo, B3, cesseront d'augmenter, le mobile n'auroit plus aucune vitesse d'impulsion ; & que par conséquent toutes les autres directions B*f*, BE,

Bd, B6, doivent être égales; puisque pour avoir changé la direction, on n'a rien changé dans la viteſſe précédente; & que par conſéquent ne pouvant la ſurpaſſer, puiſque le mouvement ſeroit ſenſiblement détruit, elle ſera toujours égale; d'où il reſulte que l'arc *fd6* ſeroit circulaire dans le premier cas, auſſi bien que l'arc D*h*1, dans celui-ci, parce que les viteſſes ne ſont jamais abſolument détruites, on ne ſçauroit dire que cela doive abſolument arriver; mais lorſque le retardement ſera conſiderable, comme celui que l'air occaſionneroit contre le cotton, ou contre une veſſie remplie d'air : les directions B*g*, B*f*, BE, ceſſeroient bientôt d'augmenter ſenſiblement, & ſeroient par conſéquent renfermées dans une courbe, dont les rayons B*g*, B*f*, BE, ſeroient ſenſiblement égaux : l'arc *fd* 6, ou D*h*1, ſeroit ſenſiblement circulaire.

Je n'y ai pas eu égard, parce que dans nos projections militaires le cas ne ſe préſente pas : cependant je ne laiſſerai pas de faire en paſſant une réflexion à ce ſujet : lorſque les mobiles ſeront arrivés par la direction B7 au point 7, la courbe 1*h*7DB auroit la partie 1*h*7 circulaire, comme nous venons de le voir, & l'autre partie 7DB ne ſeroit pas circulaire, comme nous l'avons vû dans le Chapitre précédent; or comme le point 7 dépend du rapport du retardement 3, 7, à la verticale 3Q correſpondante à la direction B7, on voit par la conſtruction même de ces differentes courbes, que plus les retardemens A4, A5, AC, AB, ſeront grands, par rapport à un même diamétre AB, & plus les points 7, *f*, 8, 4, s'approcheront de l'horiſontale BM, & parce que ces retardemens A4, A5, &c. ſeront plus grands à meſure que les mobiles ſeront d'une péſanteur ſpécifique moindre, comme nous le verrons : il ſuit que les parties circulaires 1*h*D, 6*df*, &c. des courbes qui renferment les projections qu'on peut faire avec un même mobile plus leger ſur un même niveau, ſeront plus grandes que les parties circulaires 5, 8, & *y*=o des courbes qui renferment les projections qu'on peut faire avec un mobile plus péſant, je veux dire d'une péſanteur ſpécifique plus grande ſur un même niveau quelconque : ce qui doit varier tout ce qu'on a dit du ſiſtême de Galilée, ſur les plus grandes portées des piéces ſur des buts qui ſont ſitués au niveau de la batterie; car plus ces points 7, *f*, 8, *y*, ſeront proche de l'horiſontale BM, & plus la direction AD, AG, &c. qui donne la plus grande amplitude, s'éloignera de 45 dégrés.

L'on voit auſſi qu'à meſure que les niveaux des buts ſeront plus

plus ou moins abaissés au-dessous de celui de la batterie, les courbes y89LRQHK (*Fig.* 89.), varieront aussi : de sorte que si la hauteur AT de la batterie, au-dessus du niveau TV, étoit assez grande pour que le mouvement fût sensiblement détruit lorsque le mobile auroit parcouru la direction AK verticale, au lieu de la courbe y89LnQHK, on auroit un demi-cercle pour la courbe qui renferme les projections sur le niveau TV. Il est inutile d'en dire d'avantage, la seule construction des courbes peut le faire comprendre.

CHAPITRE SEPTIE'ME,

Où l'on donne des principes, & où l'on fait des réflexions qui peuvent acheminer à la perfection du sistême sur la résistance de l'air au mouvement des mobiles.

LE rapport de la résistance de l'air à la force motrice d'un mobile, dépend du rapport de sa pésanteur absolue à l'éfort initial du mouvement ; or cet éfort initial par les Mécaniques est le produit de la pésanteur absolue du mobile, laquelle je nomme (p) par la vitesse initiale du mobile, au débouché de la piéce ; s'ils sont poussés par des armes à feu, laquelle vitesse je nomme (a) : donc l'éfort initial sera$=(ap)$: la résistance initiale de l'air contre l'éfort initial du mobile, sera de même le produit de la pésanteur absolue de l'air que je nomme (r) par la quantité de lames que le mobile doit percer & forcer en les écartant à chaque instant pour continuer sa route ; laquelle quantité de lames je nomme (a), parce qu'elle est dans le rapport de la vitesse ou des espaces parcourus : donc la résistance initiale contre l'éfort initial sera$=(ar)$: d'où il suit que le rapport des éforts aux resistances sera le rapport ap, ar ; & par conséquent lorsque les vitesses initiales (a) sont égales, les rapports de l'éfort initial au retardement initial seront comme p est à r, & les retardemens en des tems egaux de mouvement, seront entr'eux dans le rapport des $\frac{r}{p}$, c'est-à-dire dans la raison directe des r, & dans l'inverse des p ; car plus r sera grand, plus l'air arrêtera le mobile ; & plus p sera grand, plus le mobile resistera à l'air : donc si $\frac{r}{p}=\frac{R}{P}=1$ de même que

$\frac{a}{a}=\frac{A}{A}$ est toujours $=1$, les espaces parcourus par des mobiles de differente pésanteur dans un air de diverse gravité, sous une même élévation avec une même vitesse initiale d'impulsion, seront aussi précisément égaux, de même que dans le sistême de Galilée; mais si $\frac{r}{p}$ n'est pas égal $\frac{R}{P}$, de même que l'on a toujours pour le rapport des vitesses $\frac{a}{a}=\frac{A}{A}$; puisque les retardemens ne sont plus dans la raison des vitesses; alors il est évident que les retardemens n'étant pas dans la raison des espaces parcourus par le mouvement uniforme, les espaces effectifs parcourus par les mobiles dans ce sistême, avec les mêmes vitesses initiales, sous une même élévation, ne feroient plus dans le même rapport de ceux qu'ils auroient parcourus avec cette même vitesse initiale, si elle eût été constante & uniforme selon l'hypotése de Galilée, si les pésanteurs absolues agissantes & résistantes p & r sont précisément les mêmes, ou bien dans un même rapport: de sorte que $\frac{r}{p}=\frac{r}{p}$, quoique les vitesses initiales a & A soient differentes, on aura toujours dans chaque mouvement $\frac{a}{a}=\frac{A}{A}=1$: il est évident que les produits Ap, Ar ou ap, ar feront dans le même rapport; car on aura $\frac{ar}{ap}=\frac{Ar}{Ap}=1$; & par conséquent les retardemens au premier instant, feront dans la raison des vitesses initiales; & parce que les espaces parcourus par le mouvement uniforme, sous les mêmes élévations, sont dans la raison doublée des vitesses initiales, c'est-à-dire dans la raison des aa, AA (*Chapitre sixiéme, premiere Section de la seconde Partie*), & que de même les retardemens totaux, sous les mêmes élévations, sont dans la raison doublée du retardement initial x, c'est-à-dire comme xx à XX, qui sont les lignes de chûte, lesquelles sont aussi dans la raison doublée des vitesses initiales (*Chapitre sixiéme, Section premiere de la seconde Partie*); il s'ensuit que les espaces parcourus sous une même élévation par le mouvement uniforme, & les retardemens feront dans un même rapport; d'où il resulte évidemment que la même courbe renfermera toujours les triangles des projections pour une même ligne de niveau du but, quoique les mobiles & les vitesses ne soient pas les mêmes, lorsque les pésanteurs spécifiques des mobiles & de l'air résistant, feront les mêmes ou dans un même rapport, en changeant seulement la valeur des amplitudes horison-

tales correſpondantes au coup d'épreuve ; comme dans l'hypotéſe de Galilée : ſi les péſanteurs abſolues des mobiles & de l'air réſiſtant, ſont dans un rapport différent de celui des viteſſes initiales entr'elles ; alors les eſpaces parcourus par le mouvement uniforme ſous une même élévation, feront dans la même raiſon de *aa*, AA, & les retardemens ſont entr'eux en raiſon compoſée de celle de *xx* à XX, ou *aa* à AA, laquelle eſt la même (*par le Chapitre premier de la premiere Section*), & de la raiſon de $\frac{r}{p}$ à $\frac{R}{P}$: d'où il ſuit que dès que les viteſſes initiales des mobiles pouſſés par des differentes forces, ne feront pas entr'elles dans la raiſon des $\frac{r}{p}$ à $\frac{R}{P}$; on ne ſçauroit trouver une courbe commune qui puiſſe renfermer tous les triangles des projections des mobiles differens ; & parce qu'il peut y avoir une diverſité de combinaiſon à l'infini des viteſſes initiales, & de retardement initial, on peut trouver une diverſité de ces courbes à l'infini, puiſque chaque combinaiſon differente a ſa courbe differente.

Parce que la péſanteur abſolue en général des corps dépend de trois choſes, à ſçavoir de la maſſe ou de la péſanteur ſpécifique, ou de la denſité ; au lieu de *p* pour l'expreſſion de la péſanteur des mobiles, on peut prendre le produit du poids abſolu ou du volume, lequel on peut conſiderer ſous deux dimenſions, à ſçavoir la baſe que je nomme (*bb*), & la hauteur que je nomme (*h*), & la péſanteur ſpécifique que je nomme (G) : donc $p = bbhG$; ſi les denſités des corps ne ſont pas dans le rapport des péſanteurs ſpécifiques : alors il faudroit y ajoûter la denſité pour la compoſition du rapport de *p*, qui exprime la péſanteur abſolue, en nommant (D) la denſité, on aura $p = bbhGD$; & par conſéquent $abbhGD$; pour l'expreſſion de l'éfort initial du mobile contre la réſiſtance initiale de l'air $= ap$.

Pour la force initiale de l'air réſiſtant, je conſidére *r* qui en fait l'expreſſion également, ſous les mêmes dimenſions ; à ſçavoir la baſe du mobile, qui eſt celle de la colonne d'air, qu'il doit traverſer, fendre & écarter, que je nomme (*bb*) ; or l'éfort de cette colonne *bb* eſt compoſée de la baſe (*bb*) & de la hauteur (H) de l'atmoſphére de l'air ; c'eſt-à-dire *bb*H ſera l'expreſſion de la réſiſtance d'une lame d'air qu'il faudra multiplier par le nombre (*a*), qui en exprime la multitude, & de plus par la péſanteur ſpécifique de l'air, à meſure qu'il ſera plus chargé de vapeurs, qui ſera (*g*),

auſſi-bien que par ſon éfort de compreſſion, ſoûdenſité qui ſera (d): donc $r = abbHgd$; & par conſéquent l'expoſant des deux rapports ſera $\frac{abbHgp}{abbhGD}$, qui ſera l'expreſſion du retardement initial, quelque combinaiſon qu'on puiſſe trouver de gravité, de viteſſe, de denſité, de figure & de péſanteur ſpécifique.

Il ſuit de-là qne *abb* étant commun dans toutes ſortes de combinaiſons, les retardemens initiaux ſeront exprimables par $\frac{Hgd}{hGD}$, c'eſt-à-dire dans la raiſon inverſe compoſée des hauteurs, des mobiles, de leurs péſanteurs ſpécifiques, & de leur denſité, & de la raiſon directe compoſée de la hauteur de l'atmoſphére de l'air, de ſa gravité ſpécifique & de ſa denſité; or comme l'augmentation, ou la diminution de la baſe (bb) dans un même poids p du mobile, diminue ou augmente la hauteur h de ſa maſſe, & qu'au contraire la baſe bb ne peut diminuer la hauteur H de l'atmoſphére de l'air; il ſuit évidemment qu'à meſure que les baſes ſont plus grandes par rapport aux maſſes des mobiles, les réſiſtances de l'air ſont plus grandes, puiſque h eſt moindre dans la compoſition hGD de l'éfort du mobile; tandis que H eſt la même dans la compoſition Hgd de la réſiſtance de l'air; c'eſt par cette raiſon que les corps plats ne vont pas ſi vîte que les ſphériques; ainſi que l'expérience journaliére confirme cette démonſtration.

Plus les péſanteurs ſpécifiques des mobiles ſont grandes, les viteſſes initiales étant les mêmes; & moins les réſiſtances de l'air ſont grandes, puiſque G augmente dans la compoſition de l'éfort du mobile hGD; tandis que g dans la compoſition de la réſiſtance de l'air Hgd eſt la même; c'eſt par cette raiſon que les bales de plomb, avec une même viteſſe initiale, vont beaucoup plus loin qu'une bale de liége, de pierre ou de fer, d'une moindre péſanteur ſpécifique.

Par la même raiſon ſi les péſanteurs de l'air changent, comme elles changent à chaque inſtant, les retardemens initiaux changeront auſſi.

Dès que les maſſes des mobiles ſeront moins condenſées, ou qu'il y aura des vuides dans leurs parties qu'on ſuppoſe ſolides, quoique les viteſſes initiales ſoient les mêmes, les retardemens initiaux ſeront plus grands; car D qui entre dans la compoſition de l'éfort du mobile hGD eſt moindre, tandis que d qui exprime

la densité de l'air qui entre dans la composition de la résistance de l'air H*gd* est la même.

Par la même raison si l'air est moins condensé, quoique tout soit égal dans *h*GD qui exprime la force du mobile, la résistance initiale sera moindre.

C'est pour cette raison que les boulets creux ne vont point si vîte que ceux qui sont pleins, lorsqu'ils sont mûs avec une même vitesse initiale.

C'est aussi pour cette raison que les amplitudes horisontales des mêmes élévations, changent tous les jours selon les changemens de l'air; ainsi qu'on peut le remarquer par les épreuves.

La figure des corps, leurs surfaces, & l'emplacement du centre de gravité & de celui de la figure, entrent aussi dans le rapport des résistances initiales; car plus les surfaces seront grandes, concaves, en un mot plus elles donneront de prise au choc de l'air, & plus les retardemens seront grands; c'est pour cette raison que les corps ronds & sphériques sont ceux qui sont moins retardés par la résistance de l'air, & que les corps plats ou concaves le sont beaucoup plus, parce qu'outre que les lames d'air s'échappent facilement sur les surfaces sphériques, par leur obliquité; ce sont les corps qui présentent une moindre base directe aux lames d'air, & qui sous une moindre surface contiennent une plus grande pésanteur absolue; or la figure des corps est celle qui dispose de leurs surfaces & de leurs bases, & par conséquent elle contribue au retardement: l'emplacement du centre de gravité & de celui de la figure, détermine les bases qui doivent marcher devant, comme aussi l'obliquité ou la droiture des chocs des lames d'air resistantes: il décide aussi du tournoyement du mobile sur son axe, ce qui varie les résistances.

Il arrive souvent dans la pratique qu'après s'être servi avec succès long-tems d'une courbe quelconque pour un même but situé dans un même niveau, tout à coup les portées ne sont plus les mêmes; ce qui provient du changement des vitesses initiales, qui par un changement, ou de l'air dans la charge, donne une plus grande ou moindre vitesse initiale, ou de l'air résistant, qui par la diminution des hauteurs des colonnes de son atmosphére, ou par un changement de compression causé par la chaleur ou le froid, la sécheresse ou l'humidité, ou enfin par quelque autre cause quelconque, donnent des résistances initiales inégales, dans la raison de ces qualités différentes: pour lors il n'y a qu'à changer la va-

leur de l'amplitude du coup d'épreuve, & par conséquent celle de l'échelle, parce que tout le reste sera proportionnel dans toutes les directions infinies du demi-cercle.

Lorsqu'on est obligé d'augmenter la charge, ou de la diminuer, ou bien lorsque la charge étant la même (comme on doit le pratiquer autant qu'il est possible); mais qu'on est obligé de changer de poudre, ou que la poudre ne se trouve pas de la même qualité; pour lors quoique le mobile & tout le reste soit précisément égal, comme dans les charges précédentes, la vitesse initiale changera, & les projections ne seront plus renfermées dans la même courbe pour un même but, ou une même ligne du niveau du but; mais comme il n'y a que les vitesses initiales qui varient, les retardemens seront dans la raison des vitesses initiales, ainsi que nous venons de le voir; & par conséquent il n'y a qu'à changer la valeur de l'amplitude horisontale du coup d'épreuve, c'est-à-dire celle de l'échelle dans le rapport de l'augmentation ou de la diminution des portées; ainsi que Mr. Belidor l'a pratiqué dans son Bombardier François pour les amplitudes dans le sistême de Galilée, & que nous l'avons vû dans le *Chapitre sixiéme*, *Section premiere de la seconde Partie.*

Lorsque les mobiles & les vitesses changeront, il faudra une nouvelle courbe comme nous l'avons enseigné, à moins que dans ces changemens les vitesses & les retardemens se trouvassent toujours dans le même rapport.

Mr. Blondel rapporte une expérience de Galilée, qu'une bale de bois tombant de la hauteur de 30 toises, arrive presqu'aussi-tôt à terre qu'une bale de plomb, quoique celle-ci soit 10 ou 12 fois plus pésante que l'autre; cependant Mr. Desagullieres Académicien de Londres, dans ses Transactions Philosophiques de la Societé Royale de Londres, Memoires Litteraux de la Grande Bretagne, tom. VI. pag. 288, dit avoir fait plusieurs expériences avec des boules, une de plomb, une de verre creux, une de carton creuse, & une vessie desséchée: la premiere boule avoit environ deux pouces de diamétre, la seconde cinq, & la troisiéme cinq: la premiere pesoit environ deux livres, la deuxiéme cinq onces, & la troisiéme deux: il laisse tomber les boules de la hauteur de 272 pieds, la boule de plomb tomba en quatre secondes $\frac{1}{2}$, la boule de verre en six, celle de carton en six $\frac{1}{2}$, la vessie en 17; ce qui prouve que la résistance de l'air agit plus fortement contre la gravité des mobiles, & n'est pas si insensible que le prétendent Mr.

Blondel & les autres Sectateurs de Galilée : sans citer toutes ces expériences differentes faites par les Académies, qui à la verité donnent du poids, & du relief par leurs autorités à ceux qui les rapportent, chacun en peut faire à sa façon ; on voit tous les jours les vessies de savon que forment les petits enfans avec une paille, les bouts de papier & de carton, & les plumes voltiger en l'air, tantôt plus pésantes, tantôt plus légeres, s'abaisser ou s'élever selon les changemens des pésanteurs spécifiques de l'air : leur chûte rapide dans la machine pnéumatique, que Mr. Neuton explique par l'attraction, nous prouve aussi la résistance de l'air : elle ne provient que de la résistance de la matiere subtile, ou de l'air plus leger, qui reste encore dans la machine pnéumatique, que le piston des pompes n'a pû attirer à cause de sa subtilité, qui fait qu'elle rentre au travers des soûpapes de la machine ; or cette matiere subtile étant d'une pésanteur spécifique beaucoup moindre que celle de l'air ordinaire, dont on les a vuidées, les résistances de cet air subtil qui reste dans la machine contre la gravité de ces corps legers sont beaucoup moindres, & deviennent aussi petites par rapport à la vitesse de leurs chûtes, que celles du plomb ou du fer le sont par rapport à la résistance de l'air ordinaire; ce qui retarde moins leurs chûtes, & fait qu'elles tombent beaucoup plus rapidement que lors que l'air les retarde.

On peut jetter des boulets d'un grand diamétre de differentes pésanteurs spécifiques, avec des vitesses initiales considerables par les hautes élévations, & ensuite par les basses élévations également éloignées de 45 dégrés, ou bien des boulets d'une pésanteur spécifique considerable, avec des forces petites, & on verra les différences qu'apportent les retardemens de l'air dans les portées : je puis assurer d'avoir fait des épreuves avec des grenades royales du poids de 16 livres de France vuides, sans bouchon ni fusée, avec des mortiers à chambre cilindrique capable de contenir 11 onces de poudre, chargé de façon qu'il ne reste que la place pour mettre un carton dessus bien ajusté à l'orifice de la chambre, sans terre & sans fourrage; mais je n'ai jamais trouvé dans plus de 100 coups, que les portées éloignées de 45 dégrés, à sçavoir celles de 85 & de 51, de 80 & de 10, de 70 & de 20, fussent égales, ni que celle de 15 fût la moitié de celle de 45, ni que celle-ci fût la plus grande.

Les expériences qu'on a faites jusqu'à présent sur l'acceleration uniforme des mobiles dans leurs chûtes, n'ont jamais pû convaincre

pleinement, que les espaces parcourus fussent précisément dans la raison doublée des tems; mais elles ont fait voir qu'ils s'approchoient de fort près de cette raison, & cela pour deux causes: la premiere c'est, qu'on a fait ces observations avec des mobiles d'une pésanteur spécifique beaucoup supérieure à celle de l'air, & d'une hauteur peu sensible, par rapport à la hauteur totale de laquelle il eût fallu laisser tomber ces mobiles, pour qu'ils eussent pû parvenir à leur *maximum* de vitesse accelerée; or les résistances initiales étant dans la raison des pésanteurs spécifiques du mobile, auront été par conséquent peu sensibles dans les premiers instans de leurs chûtes pendant lesquels on les a observés.

Il faudroit faire les épreuves d'une hauteur considerable, & avec des mobiles, dont le rapport de la gravité spécifique soit sensible à celle de l'air: si un mobile tombe par sa seule pésanteur, il tombera avec une vitesse accelerée; mais s'il tombe avec une vitesse au-dessus de celle de sa pésanteur, il tombera avec une vitesse retardée, si l'action de sa pésanteur est inférieure à la résistance de l'air; & si cette résistance est inférieure à l'action de sa pésanteur, il n'y a pas de doute que le mobile ne tombe avec une vitesse redoublée moindre à la verité que si l'air ne resistoit point; car si l'air ne lui resistoit point, il est certain que l'action de sa pésanteur étant aidée par cette cause, qui le pousse en bas par la même direction, agiroit bien plus violemment à chaque instant; & qu'au lieu que sa vitesse diminue, elle redoubleroit toujours plus: cependant l'on voit qu'une base qui est tirée avec une carabine du haut en bas, perd presque toute sa force, ce qui nous prouve combien la résistance est forte.

La grande difficulté qu'il y a lorsqu'on veut déterminer les courbes des projections, vient uniquement de celle qu'il y a à déterminer ce que la vitesse perd dans le premier instant, que je nomme le retardement initial; mais si par des expériences réïterées on pouvoit parvenir à connoître le rapport des espaces parcourus aux espaces retardés, on détermineroit facilement le rapport du diamétre 4B, 5B, CB, 1B, de sa courbe retardée (*Fig.* 91.) au diamétre AB de la courbe circolaire AKLMS3B, qui renferme les projections non-retardées: soit la vitesse initiale d'impulsion $= a$; soit la vitesse du premier moment de la gravité $= 1$; puisque le retardement a un rapport constant avec la vitesse, la vitesse d'impulsion a, sera retardée proportionnellement à la vitesse 1 de l'acceleration; soit ce retardement initial de la premiere vitesse de la chûte

chûte $=\frac{1}{b}$, le retardement initial de la viteſſe initiale d'impulſion ſera donc $=\frac{a}{b}$, on aura $a-\frac{a}{b}$ pour la viteſſe initiale reſtante d'impulſion du premier inſtant, & $1-\frac{1}{b}$ pour la viteſſe initiale reſtante de la chûte du premier inſtant ; ou bien $ab-a$ pour la premiere, & $b-1$ pour celle-ci : on aura donc pour les inſtans ſuivans $abx-axx$, & $bxx-x^3$ pour les rapports des eſpaces reſtans parcourus par l'impulſion, aux rapports des eſpaces reſtans parcourus par la gravité à la fin d'un tems déterminé ; comme $\frac{1}{b}$ ou $\frac{a}{b}$, qui exprime le retardement initial des deux viteſſes eſt toujours dans la raiſon de l'unité 1 à la viteſſe d'impulſion ; il s'enſuit que de quelque viteſſe que ſoit mû un mobile lorſque ſa valeur b ſera conſtante, les retardemens ſeront toujours dans le même rapport des viteſſes à chaque inſtant égal ; & par conſéquent les rapports n'en ſeront point troublés ; lorſque les viteſſes ſeront differentes, & les tems auſſi differens, pourvû que les angles des directions ſoient les mêmes, les rapports n'en ſeront pas plus troublés qu'auparavant ; car les viteſſes étant differentes, & ſous les mêmes élévations, nous avons déja trouvé ci-devant aa, AA pour le rapport des eſpaces abx, aux eſpaces ABX ; on trouvera de même bxx, BXX : : xx, XX ou : : aa, AA ; car lorſque les viteſſes initiales d'impulſion changent les tems ſous la même élévation, changent auſſi dans la même raiſon des tems (*Chapitre ſixiéme*, *Section premiere de la ſeconde Partie*) : donc abx, ABX : : bxx, BXX ou : : aa, AA ; mais les retardemens ſur les directions ſont auſſi dans la raiſon des xx, XX, ou bxx, BXX, ou aa, AA ; donc il y aura même raiſon des abx, à leurs retardemens bxx, que des ABX à leurs retardemens BXX ; & par conſéquent les courbes qui renfermeront les projections pour cette même valeur de B, ſeront ſemblables.

Il reſulte de là, que puiſque la valeur de b du premier retardement initial $\frac{1}{b}$ au mouvement de la chûte initiale, ne dépend que de la gravité ſpécifique d'un corps qui fait qu'une lame d'air oppoſera par exemple plus de force à une même viteſſe d'impulſion ou de chûte contre un mobile, tandis que contre un autre mobile la même en oppoſera moins ; & que les corps d'une même péſanteur ſpécifique ſont toujours retardés dans un même rapport conſtant avec leurs viteſſes ou de chûte accelerée, ou d'impulſion, la courbe qui renferme leurs projections ſera ſemblable ; mais lorſque

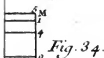
la valeur de *b* changera : ce ne sera plus la même chose ; mais toutes les projections faites avec differentes vitesses, selon cette nouvelle valeur de *b* de cette nouvelle résistance, seront également renfermées dans une courbe semblable, dont la valeur des ordonnées changera proportionnellement aux quarrés des vitesses differentes sous une même élévation ; & parce qu'autant de pésanteur spécifique differente qu'il y auroit, il faudroit autant de valeurs differentes pour *b*, il suit de là que chaque pésanteur spécifique auroit sa courbe pour un même niveau ; ce qui nous seroit d'une grande utilité ; car on pourroit avoir plusieurs courbes tracées l'une pour le plomb, une pour le fer, & l'autre pour la pierre, qui sont nos trois projections ordinaires ; & l'on auroit (sans qu'il fût necessaire de faire un coup d'épreuve) un instrument tout construit comme celui de Torricelli : ce qui seroit fort commode, sur tout pour la construction de mon instrument universel, qui certainement seroit très avantageux dans les montagnes : puisqu'en éloignant les pendules sur l'alidade, selon des espaces proportionnels à ces retardemens, on auroit tout ce que l'on peut désirer.

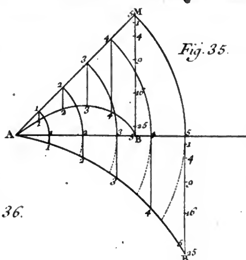
Comme les bombes, quoique d'un même métal, ne sont pas dans le cas des métaux d'une même pésanteur spécifique, on voit évidemment qu'on ne sçauroit rien déterminer pour leur courbe générale, à moins qu'on ne fixe leurs dimensions, de façon que le vuide soit proportionnel à leur solidité en y comprenant la charge ; autrement il faudroit pour chaque bombe de different calibre une differente courbe ; & même si les bombes d'un même calibre n'étoient pas faites homogénement, il faudroit autant de courbes que de bombes : cela nous fait voir combien il seroit utile de couler nos bombes avec plus d'attention, qu'on n'a fait jusqu'à présent.

Comme les pierres sont toutes de differente figure par rapport à leur masse, & qu'elles sont rarement d'une même pésanteur spécifique ; il ne faut pas être surpris si elles ont des portées si differentes, quoi qu'elles soient poussées avec une même force.

Il est inutile de dire que la courbe des projections n'est pas parabolique, puisque tout le monde en est convaincu dès que l'on considére la résistance de l'air, outre que cela, & bien d'autres découvertes, seront plus amplement traitées, ainsi que je l'ai déja dit.

Fin de la seconde Partie.


Fig. 34.


Fig. 35.
M
A
B

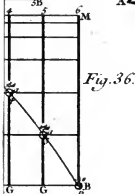
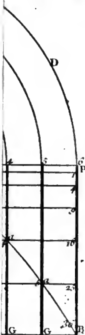
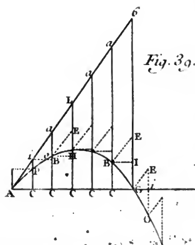
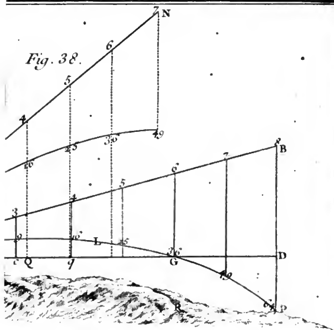

Fig. 36.
M
G
G
B

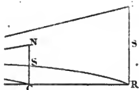

Fig. 39.
N
P
M
Q
F

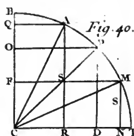

D
P
G
G
B

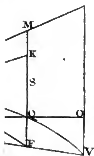

Fig. 39.
L
E
B
H
I
A
G
O




Fig. 38.
N
B
D
Q
G
L
P
R


N
S
S
C
R


Fig. 40.
B
Q
A
O
P
M
S
S
C
R
D
N
T


M
K
S
Q
O
F
V

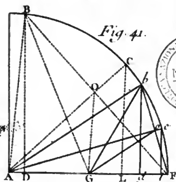

Fig. 41.
B
C
O
b
A
D
G
L
F

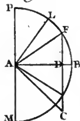


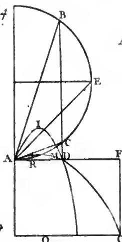
Fig. 45.

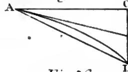
Fig. 47.

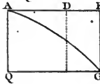
Fig. 49.

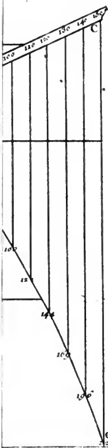
Fig. 51.

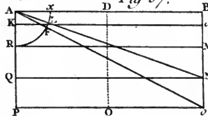

Fig 53
P
L
F
A
D
B
M
C

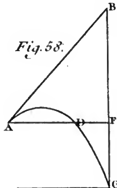

Fig. 54
B
E
I
C
A
R
D
F
Q
G

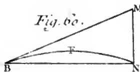

Fig. 55.
A
C
L


Fig. 56.
A
D
F
Q
G


C
G


Fig 57.
A
x
D
B
K
d
R
M
Q
N
P
O
o


Fig. 58.
B
A
D
F
G


Fig. 60.
M
F
B
N



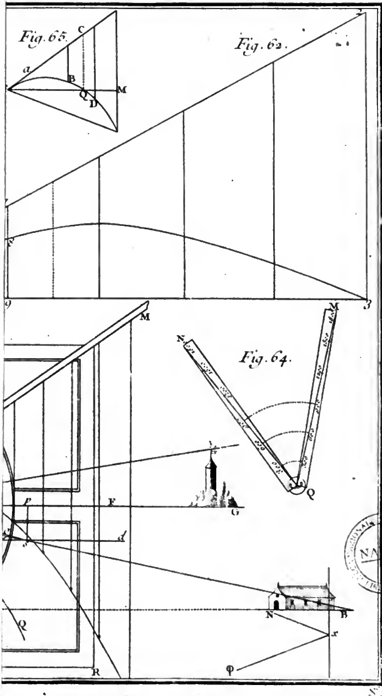

Fig. 65.
C
a
B
M
Q
D
Fig. 62.
Fig. 64.
N
M
Q
P
F
G
d
N
B
x
φ
Q
R

Fig. 68.

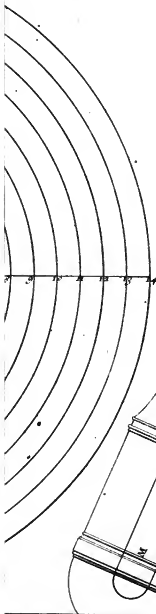
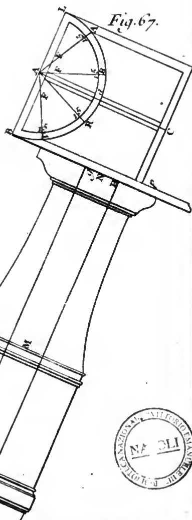
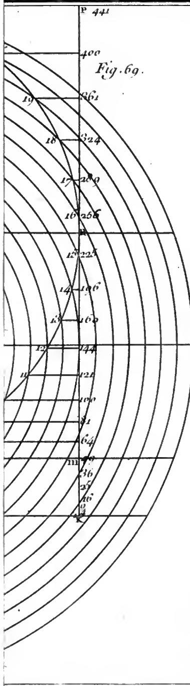


Fig. 67.






Fig. 69.
P 441
400
19
361
18
324
17
289
16
256
15
225
14
196
13
169
12
144
11
121
100
81
64
m
36
25
16
9
4
K

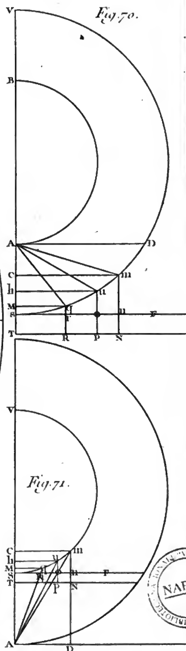

Fig. 70.
V
B
A
D
C
m
h
u
M
S
F
T
R
P
N
Fig. 71.



Fig 73

Fig. 74.

Fig 75

Fig. 77.

Fig. 78.

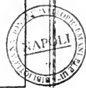
Fig. 80.

Fig. 82.

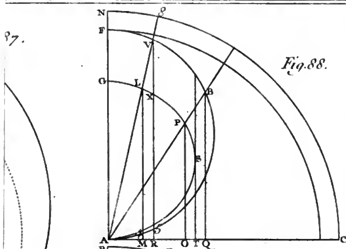
Fig. 83.

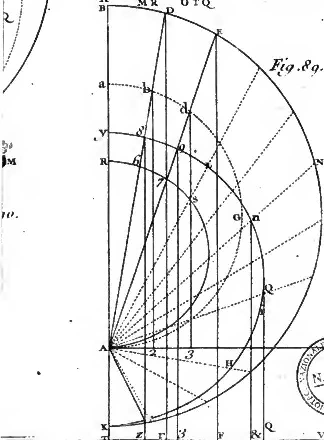
Fig. 84.

Fig. 85.



87.

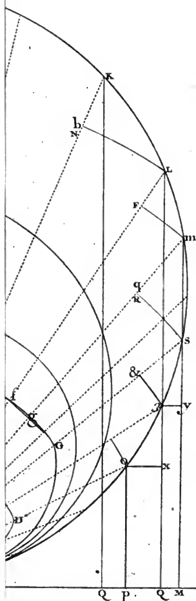

Fig.88.
N
8
F
V
G
L
X
B
P
S
A
M
R
O
T
Q
C


Fig.89.
B
D
E
a
b
d
V
8
9
R
6
N
7
S
G
n
Q
A
2
3
H
K
T
Z
r
3
F
&
Q
V

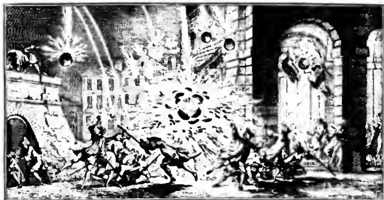
M

90.




Fig 91
K
b
N
L
F
m
q
R
S
&
3
V
f
g
G
O
X
D
Q
P
Q
M





THEORIE NOUVELLE
SUR LE MECANISME
DE L'ARTILLERIE.



TROISIE'ME PARTIE, SUR LES PERCUSSIONS.

DANS laquelle on examine la force des Percussions sur les Voutes, l'équilibre de leurs Voussoirs & Piédroits pour la forme la plus avantageuse des Magasins à Poudre, avec la mécanique du Pointement.

SECTION PREMIERE,

Des différentes poussées des Voutes, selon les différentes Courbes de leurs constructions.

CHAPITRE PREMIER,

De la poussée des Voutes en plein Ceintre.

PROPOSITION PREMIERE.

LA force de la partie de la Voute entre les reins & son imposte, est à la force de son autre partie, entre la clef & les reins qui la pressent par son propre poids pour l'écarter, comme le Sinus total est au Sinus de l'angle au centre, où concourent les joints des Voussoirs entre les reins & la clef.

DE'MONSTRATION.

Il faut démontrer que la résistance de l'arc SXPC (*Fig.* 92.); est à la force du poids de l'arc PXXN, qui tend à l'écarter comme la ligne PQ Sinus total, est à PO Sinus de l'angle OQP formé par les deux voussoirs par les lignes XOQ, XPQ : si nous considerons la voute comme un corps SXPQMXS, dans lequel on introduit un coin XXXQ pour le fendre, & le separer en deux parties; nous verrons que la partie QXX sera la moitié de ce coin, & la partie SXQ la moitié du corps résistant de la voute, pour n'être pas écartée contre XXQ, qui tend à l'écarter, & parce que *par les Mécaniques*, la résistance que doit faire un corps S, XPQ, MXS, pour n'être point fendu par l'éfort d'un coin QXXX, est à la force que ce même coin doit employer contre ce corps pour le fendre, comme son côté PQ est à PO, moitié de la tête du coin, ou comme le Sinus total PQ est au Sinus PO de l'angle PQO formé par les lignes XOQ, XPQ des deux joints du voussoir PXXN, entre les reins & la clef, puisque ce sont les mêmes lignes; donc, &c. C. Q. F. D.

PROPOSITION SECONDE.

Plus l'angle du Voussoir entre la clef & les reins sera aigu, & plus la force du Voussoir supérieur, qui presse l'inférieur, sera grande contre l'inférieur; & plus la résistance que l'inférieur doit faire pour le repousser doit être grande.

DE'MONSTRATION.

Il faut démontrer que plus l'angle PQO sera aigu, plus le voussoir supérieur XXPN pésera sur son inférieur SXPC pour l'écarter, & plus la résistance que le même inférieur SXPC doit faire contre le supérieur, pour n'être pas écarté sera grande; cela est évident *par la précédente;* puisque cette force étant dans la raison du Sinus des angles PQO, au Sinus total, les conséquents en étant les mêmes dans les differentes comparaisons, elles resteront dans la raison des antécedens, c'est-à-dire de leurs Sinus, lesquels étant plus ou moins grands, donneront de moindres ou de plus grandes puissances agissantes; & par conséquent éxigeront de moindres ou de plus grandes résistances.

PROPOSITION TROISIE'ME.

Les éforts des pouſſées des Vouſſoirs infinis qui compoſent une Voute en plein ceintre, & qui ſont en équilibre les uns avec les autres, ſont dans la raiſon des différences des tangentes infinies des arcs compris entre le joint du Vouſſoir, & la verticale qui paſſe par le centre de l'arc de la Voute & par la clef.

DE'MONSTRATION.

Les éforts des puiſſances ſont dans les triangles formés par les perpendiculaires à leurs lignes de direction *par les Mécaniques*; il n'eſt donc queſtion que de prouver que les différences des tangentes infinies des vouſſoirs qui compoſent la voute, ſont perpendiculaires à leurs directions de gravité, que les ſécantes de chaque arc de la voute ſont perpendiculaires à la direction des réſiſtances & des éforts des plans des vouſſoirs inférieurs & ſupérieurs les uns contre les autres, & que la verticale GF (*Fig. 93.*), qui paſſe par le centre G de l'arc de la voute, & par la clef F, eſt perpendiculaire à la direction FM de l'éfort de la clef; il eſt évident que le plan vertical du joint de la clef agit contre le point F, par la direction perpendiculaire FM; & que par conſéquent FG lui eſt perpendiculaire: on ne ſçauroit diſconvenir que les vouſſoirs inférieurs CEI, ne reſiſtent aux ſupérieurs, & qu'ils n'agiſſent les uns contre les autres par une direction perpendiculaire ſur la ſurface de leurs joints; & que par conſéquent les ſécantes GD, GB, GA, ne ſoient perpendiculaires à leurs directions, puiſque ce ſont les joints mêmes des vouſſoirs prolongés; il n'eſt pas moins certain que les vouſſoirs agiſſent ſelon la direction de leurs gravités, laquelle eſt perpendiculaire à l'horiſon, telles que ſont les lignes 16, EO, CN, FG; & puiſque la ligne AF, qui comprend la ſomme infinie des tangentes des arcs IECF, eſt perpendiculaire à la verticale FG, laquelle leur eſt parallele, elle leur eſt à toutes perpendiculaire: toutes ſes parties AB, BD, DF, qui ne ſont autre choſe que la différence des tangentes AF, BF, DF. des arcs IECF, ECF, CF, ſeront auſſi perpendiculaires avec les lignes de la direction de gravité des arcs telles que 16, EO, CN, & elles ſeront par conſéquent l'expreſſion de leur péſanteur abſolue, qui eſt la force même agiſſante des vouſſoirs.

Or puisque les côtés des triangles FGD, DGB, BAG, &c. sont l'expression des résistances, & des actions reciproques des voussoirs IEC, il s'ensuit que l'hypoténuse DG étant commune aux deux triangles DGF, DGB, la ligne DG, représentera l'action du voussoir supérieur CF sur l'inférieur CE; de même que la résistance ou l'action de cet inférieur CE contre le supérieur CF: donc ces deux voussoirs seront en équilibre, puisqu'ils se repoussent avec une force égale par deux directions opposées: on démontrera de même que dans les triangles BDG, ABG, le côté BG étant commun à ces deux triangles, sera l'expression de leurs actions réciproques l'un contre l'autre, & les deux voussoirs CE, EI, agissans l'un contre l'autre avec des directions opposées & égales seront en équilibre: & par conséquent avec le troisiéme voussoir CF; de la même maniere on démontrera que le voussoir IE est en équilibre avec les trois autres, puisque tous ces triangles infinis de chacun des voussoirs qui composent la voute depuis la clef jusqu'à l'imposte, ont tous un côté commun qui exprime l'action reciproque des deux voussoirs. C. Q. F. D.

PROPOSITION QUATRIE'ME.

Si tous les Voussoirs égaux infinis qui composent la Voute, sont supposés sans Mortier, & parfaitement polis, & d'égale pésanteur, ils ne seront point en équilibre, & dès qu'ils seront en équilibre, le poids des arcs égaux augmentera à mesure qu'ils s'approchent de l'imposte, & diminuera à mesure qu'ils s'approchent de la clef.

DE'MONSTRATION.

Puisque les lignes AB, BD, DF (*Fig. 94.*), répondent aux arcs égaux, & qu'elles en expriment la force qui n'est autre chose que leur poids, en prenant les effets pour les causes (*Proposition troisiéme de cette Partie*), si les arcs sont d'égale pésanteur, les forces ne seront plus en équilibre, puisqu'elles ne seront plus dans la raison des lignes AB, BD, DF; car les tangentes des arcs égaux QP, PO, ne sont pas égales, il faudra donc augmenter leurs poids à mesure qu'ils s'approchent de leurs impostes 6N, ou les diminuer à mesure qu'ils s'approchent de la clef F, dans la raison des différences de leurs tangentes AB, BD, DF, &c. afin qu'autant que le voussoir PO, par rapport à sa situation, a plus de poussée

que le vouſſoir PQ, autant le même OP péſe moins que PQ : de ſorte que PQ gagnera par ſon poids AB, ce que OP gagne par ſa ſituation ; c'eſt-à-dire le poids de l'arc QP, ſera au poids de l'arc PO, comme AB à BD, & le poids du vouſſoir PO à celui du vouſſoir OF, comme BD à DF, C. Q. F. D.

PROPOSITION CINQUIE'ME.

La force abſolue des Vouſſoirs, en deſcendant de la clef vers l'impoſte, va en diminuant & en remontant de l'impoſte, vers la clef va en augmentant dans la même raiſon.

DE'MONSTRATION.

Celle-ci n'eſt qu'un Corollaire de la précédente ; car puiſque les lignes qui en ſont l'expreſſion, vont en augmentant à meſure qu'elles s'éloignent de la clef, telles que DF, BD, AB, pour tenir leurs équilibres, elles diminuent auſſi en ſe rapprochant de la clef dans la même raiſon ; puiſqu'elles ſont les mêmes priſes dans un ſens contraire. C. Q. F. D.

PROPOSITION SIXIE'ME.

L'on ne ſçauroit donner trop de péſanteurs aux Voiſſoirs inférieurs ; & il faut les diminuer à meſure qu'ils s'élévent.

DE'MONSTRATION.

Puiſque la force des vouſſoirs eſt en raiſon des différences de leurs tangentes (*par la Propoſition troiſiéme de cette troiſiéme Partie*), il eſt certain qu'étant égaux ils ceſſeront d'être en équilibre (*par la Propoſition quatriéme de cette troiſiéme Partie*) ; & par conſéquent les ſupérieurs obligeront les vouſſoirs inférieurs à s'élever ; ce qui détruira l'arrangement de la voute ; il faudra donc augmenter le poids pour le mettre en équilibre, dans la raiſon des différences des tangentes de leurs arcs (*par la quatriéme Propoſition de la troiſiéme Partie*) ; & parce que les différences augmentent à l'infini, à meſure que les arcs s'approchent de l'impoſte où elles n'ont plus d'expreſſion, il eſt donc évident qu'on ne ſçauroit trop les augmenter vers l'impoſte. C. Q. F. D.

REMARQUE PREMIERE.

Cette propoſition, comme les précédentes, eſt conſiderée dans la rigueur de la Théorie; mais les vouſſoirs n'étant pas parfaitement polis, & le mortier en liant les parties, le frottement & la liaiſon qu'ils ont les uns avec les autres, les met beaucoup audeſſus de leur équilibre; il eſt pourtant bon dans la pratique (ſur tout des bâtimens d'importance qui doivent être expoſés à quelque choc ou ſecouſſes) d'y avoir attention, & d'augmenter autant qu'il ſera poſſible les poids des premiers vouſſoirs à meſure qu'ils s'approchent de l'impoſte, & de les diminuer à meſure qu'ils s'approchent de la clef; ce qui ſe fait en allongeant leurs queües.

REMARQUE SECONDE.

L'on voit encore que les vouſſoirs infiniment proches de l'impoſte, ne ſont jamais en équilibre par leur propre poids, contre la pouſſée des autres vouſſoirs; & que ſi on les ſuppoſe parfaitement polis, il faut de toute neceſſité qu'ils s'échappent en arriére, du côté de leurs extrados, où le poids de la voute les fera gliſſer, à moins que quelque choſe ne les retienne, puiſque la ligne de leurs directions étant parallele à la tangente qui en exprime le poids, il n'y a plus aucune expreſſion pour le poids.

REMARQUE TROISIE'ME.

Les actions du poids de chaque vouſſoir ſupérieur contre ſon inférieur, vont en diminuant en deſcendant de la clef vers l'impoſte, parce qu'à meſure qu'ils s'approchent de l'impoſte, les plans des ſections des vouſſoirs inférieurs étant moins inclinés à l'horiſon, l'inférieur ſupporte une plus grande partie de ce poids, & le ſupérieur tend moins à gliſſer.

On peut généralement remarquer que ſi les différences des tangentes des vouſſoirs expriment l'action de leur poids abſolu, les ſécantes en expriment la réſiſtance réciproque.

Si les vouſſoirs étoient en équilibre, & qu'il n'y eût point de piedroit, l'on auroit tout ce qu'on l'on déſire pour la ſolidité de la voute, & il n'y auroit qu'à augmenter le poids des vouſſoirs depuis les reins vers l'impoſte, pour leur faire gagner par leurs poids,

poids, ce que les supérieurs des reins vers la clef ont de force de plus par leur situation pour les écarter; mais les piédroits des voutes, & la difficulté d'équilibrer ainsi les voussoirs (qui d'ailleurs ne sont pas effectivement dans la pratique parfaitement polis, & sans frottement, comme nous le supposons dans cette Théorie), nous feront considerer la voute d'une autre maniere.

Puisque tous les voussoirs sont considerés par leurs formes, comme autant de coins qui agissent les uns contre les autres, selon leurs differentes situations, il faut les examiner comme autant de puissances differentes appliquées à l'extrémité de differens leviers; si tous les joints des voussoirs étoient paralleles, les leviers en seroient égaux, il nous suffiroit d'en connoître un seul; mais chaque voussoir ayant ses joints plus inclinés à la verticale, à mesure qu'ils s'approchent de la clef, son levier correspondant sera d'autant plus long que cet angle sera aigu.

Supposons qu'on ait tiré des perpendiculaires C3, E3, M3, (*Fig.* 95.) par les centres de gravité des voussoirs, elles seront les directions des puissances, ou des poids des voussoirs; les perpendiculaires à ces lignes C3, E3, M3, en expriment le poids ou la puissance absolue (*par la troisiéme Proposition de la seconde Partie*): si l'on tire les lignes AP, OP, perpendiculairement sur les joints des voussoirs aux points A & O, & si du point d'apui G on tire sur celles-ci les perpendiculaires GP; les lignes AP, OP, seront les directions des puissances résistantes, & les perpendiculaires GP en exprimeront la force, & seront les leviers à l'extrémité desquels les voussoirs HO, AO, AF, sont censés agir les uns contre les autres, pour renverser le corps AOHDG, sur son point d'apui G, les leviers GP, vont en augmentant à mesure que les voussoirs correspondans s'approchent de la clef; il s'ensuit que la force absolue des voussoirs supérieurs, qui est déja plus grande, comme nous l'avons vû par leurs situations, le devient encore plus par rapport aux léviers, à l'extrémité desquels ils sont censés agir, & tout au contraire à mesure que les voussoirs s'approchent de l'imposte, leurs léviers devenant plus petits, il s'ensuit de même que les voussoirs inférieurs qui ont déja perdu de leurs forces, comme nous l'avons vû (*dans la quatriéme Proposition, & dans la cinquiéme*) en perdent encore par la diminution des léviers, à l'extrémité desquels ils sont censés agir; il est bien vrai que les piedroits augmenteront de beaucoup le poids des voussoirs inférieurs contre la poussée des supérieurs, qui tendent à les renverser; mais aussi la hauteur de

ces piédroits, augmentant de beaucoup les léviers des vouſſoirs ſupérieurs, il leur faut donner un contre-poids en augmentant l'épaiſſeur des piedroits, à proportion de l'avantage qu'ont les vouſſoirs ſupérieurs, & par leurs léviers, & par leurs ſituations; & parce que les léviers en ſont tous differens, nous conſiderons la voute partagée en deux corps, dont l'un ſera la puiſſance agiſſante appliquée à l'extrémité du lévier PG, comme le globe B, & l'autre la réſiſtance appliquée à l'extrémité du lévier GR, comme le globe V, afin d'abréger l'opération; ce que nous allons examiner.

L'expérience nous a fait voir juſqu'à préſent que le foible d'une voute eſt vers ſes reins, c'eſt-à-dire ſur la moitié de l'arc HF au point A de 45 dégrés; & que c'eſt là qu'elle ſouffre ordinairement, lorſqu'elle doit tomber par le défaut de ſon équilibre; ce qui arrive lorſque l'éfort du poids du vouſſoir AFQ, eſt plus grand que la réſiſtance des deux vouſſoirs AH, QD, joints à leurs piedroits DG : nous appellerons tout cet eſpace AFQ le vouſſoir ſupérieur, ou la puiſſance agiſſante, & le reſte GDAR, & ſon égal QDG, c'eſt-à-dire les deux vouſſoirs inférieurs joints aux piedroits la puiſſance réſiſtante : & pour plus de facilité nous ſuppoſons que ces deux corps ſoient d'une ſeule pierre, & que le plan de leurs jonctions au point A & Q, vers les reins de la voute ſoient parfaitement polis; ce ſera ces deux corps qu'il faudra mettre en équilibre, pour trouver l'épaiſſeur des piedroits d'une voute.

PROPOSITION SEPTIE'ME.

Plus la Voute eſt épaiſſe, & plus la baſe des piédroits en doit être large, & plus les piédroits ſont hauts & plus leurs baſes doivent être larges.

DE'MONSTRATION.

Suppoſons une voute ſur ſes piedroits parfaitement en équilibre, & que l'on augmente enſuite l'épaiſſeur de la voute, ſans augmenter celle des piedroits : de ſorte qu'on ajoute autant au vouſſoir ſupérieur qu'à l'inférieur, l'équilibre ne ſubſiſte plus, parce que les éforts de ces deux vouſſoirs ne ſont plus égaux; car ce que l'on ajoute au vouſſoir inférieur perd de ſa force abſolue par ſa ſituation; & la force abſolue au contraire augmente dans le ſupé-

rieur (*par la cinquième & quatrième*), aussi bien que le lévier PG, (*par la suite de la sixième*), donc l'équilibre ne subsiste plus; il faut donc (*par la suite de la sixième*) augmenter la puissance résistante, en augmentant le poids des piédroits; mais nous supposons ici que la hauteur soit la même; donc pour augmenter le poids des piédroits, il en faut augmenter les bases. C. Q. F. D.

En second lieu, quant à la hauteur des piédroits cela est encore évident; car si nous supposons la voute 8DFD8 parfaitement équilibrée, & qu'on lui ajoute la hauteur G8, on augmente le lévier 8P de la puissance agissante, en raison de la hauteur D8 à la hauteur DG, c'est-à-dire qu'on augmente la puissance agissante en raison d'un rectangle, qui auroit pour côté l'expression de la puissance agissante, & pour l'autre côté la ligne 8G; mais nous n'augmentons la puissance résistante ou son poids 8R, que dans la raison de la hauteur D8, à la hauteur DG; ce qui ne suffit pas: car dans l'état de l'équilibre on avoit P8, GR :: V, B; à présent pour que l'équilibre subsiste en prenant le lévier PG à la place du lévier P8, & gardant le même lévier GR ou 8, 7: il faut que P8, PG :: V, qui est le corps AD8, est au poids du corps AEDG: c'est-à-dire qu'il faut augmenter le poids du corps AD8 dans le même rapport qu'on a augmenté le lévier P8: ce qui n'est pas: puisque le lévier P8, PG :: D8, DG: de même que le poids du piédroit D8 au poids du piédroit DG: la partie G8, dont on a augmenté le piédroit, ne sçauroit être une aliquotte semblable de tout le corps AD8, & de sa partie D8, comme cela devroit être, pour qu'on eût D8, 8G :: AD8, 8G ou D8, D8 + 8G = DG :: AD8, AD8 + 8G par l'état de l'équilibre: donc la quantité 8G est trop petite; & par conséquent pour rétablir cet équilibre, il faut augmenter encore le poids des piédroits en augmentant leurs épaisseurs.

Blondel, & tous les Architectes qui n'ont pas eu égard à la hauteur des piédroits pour regler leurs épaisseurs, n'ont peut-être pas fait ces réflexions: il est toujours dangereux de suivre la seule pratique sans l'éclairer par la Théorie, ainsi que Mr. de Belidor nous l'a fait remarquer.

CHAPITRE SECOND,

De la pouſſée des Voutes de différentes Courbes, par la comparaiſon de leurs Léviers.

PROPOSITION PREMIERE.

L'angle au centre d'un arc de Voute eſt égal à celui de la verticale avec la tangente.

DE'MONSTRATION.

POUR démontrer que l'angle au centre BCD (*Fig.96.*), fait avec l'horiſontale CD, & le rayon CB au point C, eſt égal à l'angle CAB, ou à ſon alterne ABF, fait avec la tangente AB & la verticale BF, conſiderons que dans le quart de cercle MBO, l'angle MCD eſt droit, & l'angle ABC, l'eſt auſſi à cauſe de la ligne AB tangente au point B; donc l'angle CAB, eſt complément de l'angle ACB; mais BCD en eſt auſſi le complément; donc ils ſont égaux. C. Q. F. D.

Il ſuit de cette Propoſition que ſi l'on tire par tous les points infinis d'une voute, ou d'un cercle MBO des tangentes BA, RG, &c. prolongées juſqu'à la rencontre de la ligne AC, on aura tous les angles qu'elle forme avec la verticale AC, ou quelqu'autre verticale BF qu'on puiſſe tirer; puiſque tous ces angles ſeront meſurés par les arcs BO, RO, &c. des tangentes AB, RG.

Il ſuit encore que ſi on a une voute d'une courbure differente de celle d'un cercle, dont on veuille connoître la valeur des angles au centre avec le rayon CB, & l'horiſontale, il n'y a qu'à connoître les angles de leurs tangentes avec la verticale, puis qu'ils ſont égaux aux arcs des tangentes, parce que nous aurons beſoin de connoître les angles au centre des voutes paraboliques & éliptiques : dans les Propoſitions ſuivantes nous allons apprendre à les trouver.

PROPOSITION SECONDE.

Maniere de trouver l'angle des tangentes avec la verticale, ou avec l'horisontale pour tous les arcs des Voussoirs de la Voute éliptique correspondans aux arcs de la sphérique, dont le diamétre seroit égal au grand axe de l'éliptique.

Tirez des ordonnées BC, BD, par tous les points tels que C, où l'on veut tirer des tangentes CM à l'éliptique QCR, ou des tangentes DA au cercle QDO, dans lequel l'angle ADF égal à DGO, *par la précédente*, est connu; or pour connoître l'angle de la tangente CM avec la verticale CP, que nous cherchons dans l'élipse, il faut chercher le côté MB, & la base BC, & pour lors ayant les deux côtés connus, & l'angle droit MBC, *par la Trigonométrie*, on trouve l'angle BMC alterne à PCM, avec la verticale PC, aussi bien que l'angle MCB avec l'horisontale BC.

Pour trouver le côté MB, l'on sçait par les proprietés de l'élipse, que son grand axe QG est moyen proportionnel entre BG, & la soûtangente MG: BG est connue, puisqu'elle est le Sinus droit de l'arc DO connu; QG l'est aussi, puisqu'il est le Sinus total du cercle QDO, nous avons donc BG, QG :: QG, GM, ou bien nous aurons cette analogie comme le Sinus droit BG de l'arc du cercle qu'on compare avec celui de l'élipse, est au Sinus total QG; ainsi le Sinus total QG est à GM que l'on cherche; & si nous ôtons BG, nous aurons MB connu: à présent pour avoir BC, nous avons par les proprietés de l'élipse, & du cercle QG, GR :: BD, BC; QG est le Sinus total, GR est le petit axe conjugué de l'élipse; & par conséquent connu, BD = G4, Sinus de complément de l'arc DO l'est aussi; & par conséquent BC que nous cherchions; or connoissant les côtés du triangle rectangle MBC, il ne reste plus qu'à chercher, *par la Trigonométrie*, les angles, C. Q. F. F. & D.

C'est de cette maniere que j'ai calculé les angles pour tous les arcs des deux voutes de 10 en 10 dégrés; comme on le void *dans la Fig. 98*, dans laquelle on peut remarquer qu'à un angle de 60 dégrés avec la verticale, dans la voute en plein ceintre, répond un angle de 51 : 17' dans l'élipse; & ainsi l'on voit le rapport des angles de la voute en plein ceintre à ceux de la voute éliptique.

TABLES des côtés des Triangles formés par les Tangentes, les Verticales & les Ordonnées de 10 en 10 dégrés de la Voûte éliptique, pour la connoissance des angles des Tangentes, avec l'horisontale ou la verticale.

CERCLE. Arc de 10 dégrés.	HAUTEUR. Base. Tangente.	558540 70996 12694	ARCS correspondans dans l'Elipse. 7 : 14′
ARC de 20 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	258178 67657 26205	14 : 41′
ARC de 30 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	150000 62354 41569	22 : 34′
ARC de 40 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	91296 55155 60413	31 : 8′
ARC de 50 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	53937 46281 85805	40 : 38′
ARC de 60 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	28868 36000 124705	51 : 17′
ARC de 70 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	12449 24626 197807	63 : 11′
ARC de 80 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	3c63 12502 408161	76 : 14′
ARC de 90 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	Infinie. Base 72000 Infinie.	90 dégrés.

PROPOSITION TROISIE'ME.

Maniere de trouver les Angles des tangentes avec la verticale, ou l'horisontale pour les arcs des Voussoirs d'une Voute parabolique correspondants aux arcs des Voussoirs d'une Voute en plein ceintre, dont le diamétre est égal à l'axe de la parabolique.

Il faut trouver, comme dans la précédente, les côtés AM, MD, (*Fig. 99.*) du triangle AMD de la parabole MCDH; nous sçavons par la proprieté de la parabole, que la soûtangente AM est double de l'abcisse CM; or CM est connu; car du Sinus total CF, si nous en ôtons MF, nous aurons l'abcisse CM, mais MF dans le cercle CBN, est égale à BK, Sinus droit de l'arc BN, que l'on compare avec l'arc DH de la parabole, il n'y a donc qu'à ôter du Sinus total CF, le Sinus droit KB de cet arc, pour avoir CM, dont le double est égal à AM.

Pour connoître maintenant MD, nous avons par la proprieté de la parabole CF, CM : : $\overline{HF}^2$, $\overline{MD}^2$, & par conséquent $\sqrt{CF}$, $\sqrt{CM}$: : HF, MD (*Chapitre premier, Section premiere de la seconde Partie*), il n'y a donc qu'à tirer la racine du grand axe de la voute & de l'abcisse CM, & chercher une quatriéme proportionnelle à ces deux racines, & à la demi base HF de la voute, pour avoir MD; connoissant les deux côtés AM, MD, dans le triangle rectangle AMD, *par la Trigonométrie*, nous en connoissons les trois angles; c'est de cette maniere que j'ai calculé de 10 en 10 dégrés, tous les angles des tangentes de la parabole CDH, avec la verticale AF, ou l'horisontale FN, en supposant les deux lignes CF, FH, de la même grandeur que dans l'élipse; on peut voir les lignes qui ont servi à la construction des tables de la voute éliptique & parabolique; & pour mieux faire la comparaison de ces trois courbes, je les ai mises toutes trois sur un même plan avec les angles correspondants aux arcs du cercle de l'élipse & de la parabole, *dans la Fig. 98.*

Quant aux voutes en tiers point, & surbaissées, il est évident que les angles de leurs tangentes, avec leurs verticales, sont égaux aux angles au centre formé avec les rayons, & l'horisontale comme dans la voute en plein ceintre.

TABLES des côtés des Triangles formés par les Tangentes, les verticales, les ordonnées, de dix en dix dégrés de la voûte parabolique, pour la connoissance des angles des Tangentes avec l'horisontale & la verticale.

Arc de degrés dans le Cercle.	Sous tang.	200000	Angles de la tangente avec la verticale dans la parabolique.	Arc de 50 degrés.	Sous tang.	46792	36 dég. 40
	Abciffe.	100000			Abciffe.	23396	
	Ordonnée.	72000			Ordonnée.	34828	
	Tangente.	36000	19 dég. 48		Tangente.	74464	
Arc de 10 degrés.	Sous tang.	165272	21 dég. 36	Arc de 60 degrés.	Sous tang.	26796	44 dég. 31
	Abciffe.	82636			Abciffe	13396	
	Ordonnée	65451			Ordonnée.	26354	
	Tangente.	39603			Tangente	98350	
Arc de 20 degrés.	Sous tang.	131596	23 dég. 46	Arc de 70 degrés.	Sous tang.	22062	55 dég. 42
	Abciffe.	65798			Abciffe	11031	
	Ordonnée.	58403			Ordonnée	1768	
	Tangente.	44380			Tangente.	136584	
Arc de 30 degrés.	Sous tang.	100000	26 dég. 59	Arc de 80 degrés.	Sous tang.	3040	68 dég. 14
	Abciffe.	50000			Abciffe.	1520	
	Ordonnée.	50911			Ordonnée.	8876	
	Tangente.	50911			Tangente.	291973	
Arc de 40 degrés.	Sous tang.	71144	31 dégr. 4	Arc de 90 degrés.	Sous tang	0	90 dégrés.
	Abciffe.	35722			Abciffe.	0	
	Ordonnée.	43032			Ordonnée.	0	
	Tangente.	60231			Tangente.	Indéfinie.	

PROPO-

PROPOSITION QUATRIE'ME.

Les Léviers des arcs des Voutes en plein ceintre depuis la clef vers l'imposte, sont entr'eux dans la raison des Sinus verses de leurs arcs de complémens.

DE'MONSTRATION.

Le voussoir KF (*Fig.* 100.), resiste à la poussée du voussoir agissant DF, par la direction FR, qui est la tangente au point F de cet arc KF, & la perpendiculaire KH sur la direction FR, supposé qu'il n'y eût point de piédroit, sera le lévier de la poussée du voussoir agissant DF : si nous faisons AE parallele à la tangente FR, RH prolongée en E parallele à AF, il est évident, *par la définition des Sinus*, que KE est le Sinus de l'arc KF complément de l'arc DF ; & que par conséquent EF sera le Sinus verse de l'arc KF: il faut donc démontrer que EF = KH, ce qui est aussi évident à cause des côtés EF, KH, paralleles, *par la construction*, renfermés entre les deux EK, FH aussi paralleles, *par la construction ;* d'où il suit que les léviers qui sont dans la raison des KH, seront aussi dans celle des EF, c'est-à-dire des Sinus verses des arcs KF complément de l'arc DF, C. Q. F. D.

Il suit de cette Proposition que les léviers des arcs des voussoirs des voutes surbaissées, sont aussi dans la raison des Sinus verses de leur complément ; la voute surbaissée n'étant qu'un arc ABC (*Fig.* 101.), en plein ceintre LABG, dont les léviers par conséquent sont en raison des Sinus verses NC = GE, des arcs CG, qui en sont les complémens.

Il suit encore que les léviers d'une voute surbaissée proche l'imposte A & C, sont aux léviers de la voute en plein ceintre vers son imposte G & L, comme le Sinus verse CN = EG, de l'arc C, G à zero ; ce qui est bien évident, puis qu'au point G, la voute en plein ceintre n'a point de léviers, n'ayant point de complément.

Il suit encore que les léviers des arcs semblables d'une voute surbaissée, & d'une voute en plein ceintre, qui sont sur une même ligne KH, sont entr'eux en raison des diamétres KH, GL, des deux voutes KNH, ABC, puisque leurs Sinus verses CN, MN, des arcs semblables CG, NH, sont dans la raison des Sinus totaux IG, IH.

Il suit que les arcs semblables des voutes en plein ceintre de

differens diamétres, ont des léviers differens de leurs diamétres, ce qui est évident, puisque les léviers ou les Sinus verses de leurs arcs semblables de complément sont dans cette raison.

Nous ferons le même raisonnement pour les voutes en tiers point, puisqu'elles ne sont autre chose que des arcs AG, AC (*Fig.* 102.), en plein ceintre CAH, BAG; de sorte que connoissant les léviers des arcs d'une voute en plein ceintre CMG, nous connoîtrons ceux des arcs semblables des deux voutes surbaissées NO, & en tiers point CAG, puisqu'ils seront entr'eux en raison des diamétres CG, RF, BG.

Nous avons examiné les poussées des voutes sans piédroits; mais lorsqu'on les éléve sur des piédroits, il y a une bien plus grande différence entre les léviers des arcs semblables des voutes de differentes courbes; c'est ce que nous allons examiner dans les Propositions suivantes.

PROPOSITION CINQUIE'ME.

Les Léviers des arcs semblables des Voutes en plein ceintre surbaissées, & en tiers point, élevées sur des piédroits, sont entr'eux en raison des hauteurs de leurs piédroits, en faisant abstraction de celle de leurs voussoirs.

DE'MONSTRATION.

Les arcs étant semblables, les tangentes BF, ZY (*Fig.* 100.), seront semblablement inclinées à l'horisontale ZAR; & si nous tirons la parallele EKQ, à la tangente de l'arc, son lévier KH ou R, &c. son égal, puisqu'ils sont les côtés opposés d'un rectangle, K&, sera le lévier du voussoir KF, & le lévier P&, sera celui du même voussoir DF élevé sur des piédroits KP; nous n'examinons ici que le lévier PR; car de quelque hauteur que soit le piédroit KP, ou KM, le lévier KH, TL, R&, ne change point, il n'y a donc que le lévier PR, MT, qui change à proportion que les piédroits sont plus ou moins hauts.

A présent considérons que les deux triangles KMT, KPR, sont semblables; puisqu'ils ont chacun un angle droit, & un angle commun MKT; & par conséquent les deux côtés MT, PR paralleles; donc nous avons KP, KM :: PR, MT : C. Q. F. D.

Si nous joignons à la ligne KH ou à TL, R&, ses égales, le

léviér MT ou PR, nous aurons les léviers ML, P&, du vouſſoir DF ſur les piédroits KM, ou KP.

Il ſuit enfin que les léviers des arcs DF, des vouſſoirs d'une voute circulaire élevée ſur des piédroits, ſont auſſi entr'eux en raiſon des rapports des tangentes KS = FS, de l'arc *n*K, moitié de l'arc KF ; ce qui eſt évident *par la Geometrie*, puiſque les lignes KS des piédroits prolongés KP, étant tangente au rayon AK, rencontrera au point S l'autre tangente FN : de ſorte que FS = KS, & par conſéquent les arcs F*n* & K*n*, qui répondent à ces deux tangentes FS, KS égales, ſeront égaux ; or nous aurons KS, KH :: SM, ML :: SP, P& :: KM, MT :: KP, PR, à cauſe du lévier KH, parallele aux léviers ML, P&, & de l'angle commun KSH ; mais la raiſon de KS, KH, eſt égale à celle de la tangente de la moitié de l'arc KF au Sinus verſe de l'arc KF : donc les léviers ML, P&, ſont dans cette raiſon. C. Q. F. D.

L'on peut dire de même que les léviers des vouſſoirs DF des voutes ſurbaiſſées, & en tiers point, élevées ſur des piédroits, ſont entr'eux en raiſon des rapports des tangentes KS, de la moitié de l'arc correſpondant KF au Sinus verſe de ce même arc KF, en leur appliquant ce même raiſonnement que nous venons de faire pour les voutes en plein ceintre.

A cauſe des deux triangles ſemblables BAF, SKH, puiſqu'ils ont AB, SK paralleles, & AF, KH auſſi, & que les côtés BF, SH, ſont dans le même alignement, il ſuit qu'on aura auſſi AB, AF :: KS, KH ; c'eſt-à-dire dans le rapport de la ſécante AB du vouſſoir DF au Sinus total AE : d'où il reſulte que l'on aura auſſi AB, AF :: SM, ML :: SP, P&, puiſque KS, KH :: SM, ML :: SP, P&, ce qui nous indique que les léviers des arcs des vouſſoirs DF, ſont dans la raiſon inverſe de leurs propres ſécantes AB ; car ſi on nomme (a) le Sinus total, & (s) la ſécante, & (p) le piédroit, il eſt certain qu'on aura $s, a :: p, \frac{ap}{s}$ pour le lévier ; mais les $\frac{ap}{s}$, qui en ſont les expreſſions, ſont tous évidemment dans la raiſon inverſe des (s), c'eſt-à-dire des ſécantes, puiſque les ap ſont conſtantes.

PROPOSITION SIXIE'ME.

La raifon des Léviers des Vouffoirs infinis des Voutes dont les diamétres font différens, & qui font élevés fur des piédroits différens, eft compofée des diamétres des cercles des rapports des tangentes de la moitié du complément aux Sinus verfes des arcs de complément des Vouffoirs & de la hauteur des piédroits, ou bien de l'inverfe des Sécantes des arcs des Vouffoirs (à la place des rapports des tangentes du demi complément aux Sinus verfes de leurs complémens), ou bien du Sinus même verfe de leurs complémens.

DE'MONSTRATION.

La raifon des léviers des vouffoirs fans piédroits des arcs femblables des voutes de différens diamétres eft égale à celle de leurs diamétres, *par la fuite de la Propofition quatriéme*, & celle des léviers des arcs différens fur un même piédroit dans chaque voute, en raifon des rapports des tangentes du demi complément des vouffoirs, *par la précédente*, ou bien du Sinus verfe de l'arc de fon complément; donc celle des arcs différens des voutes de différens diamétres fur un même piédroit, fera compofée de la raifon des diamétres & des rapports des tangentes du demi complément aux Sinus verfes des arcs de leurs complémens, ou bien de l'inverfe des fécantes des arcs des voutes, ou fi l'on veut des Sinus mêmes verfes des arcs des complémens; mais l'augmentation des léviers des arcs femblables des voutes fur différens piédroits, eft en raifon de la hauteur des piédroits qu'on leur ajoute *par la Propofition cinquiéme*, donc la raifon des arcs différens des voutes de différens diamétres élevés fur des piédroits différens, eft compofée des diamétres des voutes des rapports des tangentes d'un demi complément aux Sinus verfes des complémens des arcs des vouffoirs, & de la même hauteur des piédroits, ou à la place des rapports des tangentes au Sinus verfe, on peut fubftituer la raifon des Sinus verfes des complémens des arcs des vouffoirs, comme auffi l'inverfe de la fécante des vouffoirs même, C. Q. F. D. On prend toujours les arcs des vouffoirs en commençant de la clef, en defcendant vers l'impofte, ce qu'il faut bien remarquer; on pourroit également les prendre en remontant de l'impofte vers la clef, & pour lors on prendroit le Sinus verfe de l'arc même, ce qui revient à une même chofe.

La même démonstration doit s'étendre sur les différens arcs des voutes surbaissées, & en tiers point élevées sur des piédroits différens, puisqu'elles sont des arcs des voutes en plein ceintre d'un plus grand diamétre, comme nous l'avons remarqué.

PROPOSITION SEPTIE'ME.

Trouver les Léviers effectifs de tous les différens Voussoirs des Voutes d'une courbe circulaire, & de différente espéce.

DE'MONSTRATION.

Jusqu'à présent nous n'avons consideré que les rapports des léviers des arcs DF (*Fig.* 103.), différens des différentes voutes, & nous les avons trouvés entr'eux en raison des Sinus verses des arcs FM de complément; mais nous n'avons pas donné la valeur effective du lévier MH, mais seulement le rapport qu'il avoit à la tangente GM de la moitié de l'arc FM : de sorte que nous n'avons consideré que la ligne qui en est la tangente; maintenant pour trouver la valeur absolue de la ligne MH, nous avons le triangle rectangle G*ip*, dont nous connoissons l'angle G*pi*, complément de celui de l'arc du voussoir FM ou *ipl* son égal; il n'y a donc qu'à trouver le côté G*p*, lequel étant composé de M*p* hauteur des piédroits, & de GM tangente de l'angle GCM, lequel sera la moitié de l'arc du voussoir FM, *par le troisiéme Livre d'Euclide*, nous n'avons donc qu'à les ajouter ensemble pour avoir la valeur effective de PG, parce que la tangente GM n'est pas connue en grandeur absolue, il ne reste plus qu'à la chercher par cette analogie, comme le Sinus total a la valeur CM connue : ainsi la tangente de la moitié de l'angle FCM a la valeur effective MG, laquelle ajoutée au piédroit PM donne GP.

Maintenant que nous connoissons G*p* dans le triangle rectangle G*pi*, nous connoissons les angles; car l'angle G*pi* est le complément de *ipl* égal à FCM connu; & par conséquent *p*G*i* complément de G*pi*, sera égal à l'arc FM qui est connu, nous connoissons encore G*p*, nous trouverons les autres côtés aussi bien que le lévier *pi*, *par la Trigonométrie*, comme nous le verrons dans les exemples suivans.

C'est de cette maniere qu'on doit connoître tous les léviers effectifs des voussoirs d'une voute circulaire; mais comme nous

n'avons besoin que des léviers correspondans aux reins d'une voute, puisque nous ne la considerons plus que comme deux corps, dont l'un fait la puissante agissante, & l'autre la résistante; nous ne chercherons ici que les léviers des reins de chaque voute différente, afin d'en faire la comparaison par celle de leurs léviers; & pour cela nous supposons que les voutes soient d'une égale hauteur sous clef, en comprenant celle des piédroits, & d'une égale largeur entre leurs impostes.

Nous supposons le rayon de la voute en plein ceintre de 18 pieds, l'angle DCF de ses reins sera de 45 dégrés: la moitié 22 : 30', dont la tangente 41421 sera égale à GM : maintenant on aura cette analogie pour trouver sa valeur effective 100000 pieds, 18 : : 41421 pieds, 7 pouces, 5 lignes, lesquels joints à la hauteur des piédroits de 13 pieds, donnent 20 pieds, 5 pouces, 5 lignes, pour la ligne G*p*: pour avoir le lévier *pi*, nous avons cette analogie, *par la Trigonométrie*, comme la sécante de l'angle de complément de l'arc des reins de 45 dégrés, 141411, 100000 Sinus total, 20 GP : 5 : 5, 14 pieds, 5 : 6, la raison de cette analogie est évidente, *par la suite de la Proposition cinquiéme*, puisque nous avons AC, CF : : GP, PI, & que la raison de AC, CF, est égale à celle de la sécante de l'arc du voussoir DF au Sinus total.

Pour connoître le lévier correspondant à l'arc des reins de la voute en tiers point, nous connoissons le rayon lequel est supposé ici de 26 pieds, la hauteur sous clef 26 pieds, sa largeur entre les deux impostes 36 pieds; il faut chercher l'arc des reins CD (*Fig.* 104.); dans le triangle rectangle CFH, nous connoissons les deux côtés CF, CH; car CF est la moitié de la racine quarrée de $\overline{GM}^2 = \overline{23}^2$ pieds + de $\overline{CM}^2 = \overline{18}^2$ pieds, laquelle sera de 30 pieds $\frac{1}{2}$, dont la moitié sera 15 : 3 : 0, à présent, *par la Trigonométrie*, nous connoîtrons l'angle CHF, dont l'arc CD est la mesure, par cette analogie CF, CH : : Sinus total, à la sécante de l'angle FCH, dont le complément sera un arc CD de 35 dégrés 55'.

La tangente OC de la moitié de l'arc DC, lequel est de 17 : 57' est 32396, la hauteur des piédroits est de 5 pieds; car la hauteur sous clef étant égale, c'est-à-dire de 31 pieds, le rayon *g*M étant de 26 pieds, il n'en reste que 5 pour les piédroits, lesquels joints à la hauteur de la tangente reduite à sa valeur absolue, laquelle est 5, 9, 11, par la régle précédente, donne 10 : 9 : 11 pour OB.

Pour trouver le lévier AB, comme la sécante du Sinus de com-

plément de l'arc DC des reins, lequel est de 54 dégrés 5 minutes, au Sinus total; ainsi le côté OB au lévier AB : 170491, 100000 :: 1059 : 11, 6 : 4 : pour le lévier AB de la voute en tiers point, ce qui est évident *par la suite de la Proposition cinquiéme.*

Quant au lévier de la voute surbaissée, il est un peu plus difficile à trouver, parce qu'à mesure que le rayon de la voute est plus grand que celui de la voute en plein ceintre la ligne PC (*Fig.* 105.), au lieu d'être tangente à l'arc CDF, n'en est plus ni tangente, ni sécante, ni Sinus, comme la seule figure le montre sans discours; il faut chercher auparavant la ligne AQ, comme si c'étoit une voute en plein ceintre QFL.

Pour cela nous cherchons l'arc CF, comme dans la voute en tiers point; car dans le triangle rectangle COS, nous connoissons CO, le rayon de la voute que nous supposons ici de 26 pieds, CS égal à IK = 18 pieds, nous connoîtrons par conséquent l'angle OCS, *par la Trigonométrie*, dont le complément 43 dégrés 49' donne l'angle COS; si nous prenons le complément de la moitié, nous aurons l'angle OED, dont l'arc DCQ de 68 dégrés 5', est la mesure, & la tangente de la moitié de cet arc de 34 dégrés 2'½, est 67536, laquelle reduite à sa valeur absolue, *par la régle précédente*, donne 17 pieds 6 pouces 8 lignes, pour la ligne AQ ou AD, & nous aurions la solution du Problême si le point d'apui étoit au point Q, au lieu d'être au point P, ce qui nous donnera une plus grande ligne EP, dont il nous faut trouver la différence EM : dans le triangle rectangle AEM, nous connoissons l'angle EAM = à son alterne DVO, lequel est complément de QOD; nous connoissons aussi le côté AM égal à PQ, lequel est la différence du rayon OP au rayon QO, laquelle est de 8 pieds, & nous trouvons 7 pieds 8 pouces 1 lignes, pour la différence EM, laquelle ajoutée à la ligne AQ ou PM, 22 : 6 : 8 donne 30 pieds 2 pouces 9 lignes pour la ligne PE.

Dans le triangle rectangle EBP, nous connoissons l'angle EPB = à son alterne DOF, lequel est complément de QOD, de 21 : 54 : nous connoissons encore le côté PE, &, *par la Trigonométrie*, nous trouverons pour BP, 21 pieds 9 pouces 8 lignes, qui sera le lévier correspondant à l'arc des reins de la voute surbaissée CFG, qui a une même largeur entre les impostes, & même hauteur sous clef que la voute en plein ceintre précédente.

Il est aisé de démontrer par cette Proposition de combien les voutes en tiers point diminuent leurs poussées, & de combien les

voutes surbaissées l'augmentent, & cela à proportion que le rayon sera plus grand que celui de la voute en plein ceintre; de sorte que leurs léviers en seront plus grands ou moindres dans la raison des Sinus verses des arcs différens *par la Proposition quatriéme;* mais ces léviers augmentent & diminuent dans les arcs même semblables dans la raison des rayons des arcs (*par le Corollaire quatriéme*); ce qui change de beaucoup les léviers de la voute surbaissée, outre le changement qu'ils ont par les arcs des reins, qui sont plus grands dans la voute surbaissée que dans la voute en plein ceintre.

D'ailleurs dans la voute surbaissée, il faut examiner que ce changement devient encore plus grand par rapport à l'éloignement du point d'apui; car plus le point P sera éloigné du point Q, plus la ligne BP sera encore plus grande que le lévier QX; mais le lévier QX est déja changé dans la raison du Sinus verse de l'angle de 45 dégrés de l'arc des reins de la voute en plein ceintre au Sinus verse de l'arc de 68 : 5', outre cela le Sinus verse de 68 : 5' de l'arc des reins de la voute surbaissée au Sinus verse d'un arc semblable de 68 : 5', dans la voute en plein ceintre est comme le rayon OP, au rayon OQ, donc la raison du lévier PB de la voute surbaissée CFG au lévier des reins de la voute en plein ceintre, est composée de celle des deux diamétres, de celles des Sinus verses de leurs arcs différens, & de celle de la ligne VQ à la ligne VP.

Si nous comparons cette voute surbaissée à la voute en tiers point, en faisant le même raisonnement, la différence en sera plus grande; d'où il faut conclure que la voute surbaissée de même largeur entre les impostes que la voute en plein ceintre, a infiniment plus de poussée que celle-ci, & que la voute en tiers point de même largeur entre les impostes, & de même hauteur sous clef que la surbaissée en a beaucoup moins.

PROPOSITION HUITIE'ME.

Trouver les Léviers effectifs des arcs des reins des Voutes paraboliques & éliptiques, dont le petit axe est égal à celui d'une Voute en plein ceintre, aussi bien que les hauteurs sous clef.

DE'MONSTRATION.

Nous avons vû comme on pouvoit calculer tous les angles des tangentes

tangentes avec les verticales & avec les horisontales des points infinis des voussoirs des voutes éliptiques & paraboliques, *dans les Propositions seconde & troisiéme*, ce qui nous donnera à présent la connoissance des léviers correspondans à l'arc de leurs reins, ausquels il faut déterminer une valeur absolue selon leurs dimensions ; mais comme nous ne considerons que deux voussoirs dans les voutes, pour en examiner les poussées ; nous ne chercherons que l'arc de leurs reins pour en trouver le lévier correspondant.

Par les proprietés de l'élipse nous avons CM, BM :: BM, AM, (*Fig.* 106.) c'est-à-dire 16, 25 :: 25, 39 $\frac{1}{16}$; dans le triangle AMK, à cause des côtés CD, MK, nous avons AC, CD :: AM, MK ; c'est-à-dire 23 pieds, 13 pieds 8 pouces :: 39 pieds $\frac{1}{16}$, 23 pieds 2 pouces 1 ligne ; il faut remarquer que CM, CD, sont connus mécaniquement avec l'échelle du plan & le compas ; & par conséquent AC = AM — CM connues, le sera aussi ; dans le triangle rectangle LHK, nous connoissons le côté KL de 5 pieds 2 pouces 1 ligne, qui est la différence de KM à ML ; de plus nous connoissons l'angle KLH égal à l'angle MAK du triangle AMK, puisqu'ils sont tous deux complémens de l'angle LKH, donc nous connoissons les deux côtés AM, MK; & par conséquent l'angle MAK = à l'angle HLK de 30 dégrés 54', nous connoissons d'ailleurs KL de 5 pieds 2 pouces 1 ligne, &, *par la Trigonométrie*, LH de 4 pieds 7 pouces, pour le lévier correspondant à l'arc du voussoir BD des reins de la voute éliptique BDL, dont le grand demi axe est de 25 pieds comme dans la voute surbaissée, & le petit demi axe de 18 pieds, qui est la largeur commune entre les deux impostes des 5 voutes.

Nous avons examiné la poussée de la voute éliptique sans piédroit, pour voir la différence des léviers & des arcs des reins des differentes voutes, il nous reste encore 6 pieds pour la hauteur des piédroits LR dans le triangle rectangle LRT, nous connoissons le côté LR, & l'angle LRT = à l'angle HLK connu de 59 dégrés 6', nous aurons donc deux triangles semblables LRT, LHK : pour trouver le lévier RT, l'on aura cette analogie suivante : si *Tot.* LR :: si de l'angle TLR, RT = 3 pieds 11 lignes, on aura pour RN 7 pieds, 7 pouces & 11 lignes, en joignant RT à TN = LH = 4 pieds 7 pouces pour tout le lévier du voussoir des reins de la voute éliptique, dont la hauteur sous clef est de 31 pieds, compris 16 pieds de la hauteur des piédroits, & la largeur entre les deux impostes de 36 pieds.

Quant aux léviers des voutes paraboliques, nous connoiſſons par la nature des paraboles la hauteur de la ſoûtangente AR (*Fig.* 107.), double de l'abciſſe RB correſpondante à l'arc parabolique BS des reins, ou du milieu de la voute : nous meſurons mécaniquement par le moyen de l'échelle du plan de la voute parabolique BSF, la ligne BR, qui eſt en raiſon de neuf pieds, & par la nature des paraboles AR = 18 pieds : pour trouver RS, nous avons BC, BR : $\overline{CF}^2$, $\overline{RS}^2$, ou en nombre 25 pieds, 9 pieds, 224 pieds quarrés, $116 + \frac{16}{25}$; ce qui donne 10 pieds $\frac{4}{5}$ pour RS; à préſent pour connoître l'angle RAS, dans le triangle rectangle ARS, nous connoiſſons les deux côtés AR de 18 pieds, RS de 10 pieds $\frac{4}{5}$, &, *par la Trigonométrie*, par conſéquent l'angle RAS de 29 dégrés 40′.

Dans le triangle ACH, à cauſe de RS parallele à CH, nous avons AR, RS :: AC, CH, ou en nombre 18 pieds, 10 pieds, $+ \frac{2}{5}$ :: 34 pieds, 20 pieds $+ \frac{2}{5}$, & par conſéquent en ôtant CF = 18 pieds de la ligne CH reſte 2 pieds $+ \frac{2}{5}$ pour FH.

Dans le triangle rectangle FGH, nous connoiſſons le côté FH, l'angle GFH = RAS ; & par conſéquent, *par la Trigonométrie*, le lévier FG de 2 pieds 1 pouce 3 lignes de la voute parabolique ſans piédroit, auquel il faut ajouter l'augmentation du lévier KE par les piédroits KF de 6 pieds d'hauteur.

A cauſe des triangles rectangles ſemblables FGH, KEN ou KEF, puiſqu'ils ont toujours un angle égal GFH, KFE, EKN : dans le triangle FEK, nous connoiſſons KF, & les angles, & par conſéquent, *par la Trigonométrie*, KE de 2 pieds 0 pouces 11 lignes, lequel joint au lévier FG donne 4 pieds 2 pouces 2 lignes, pour le lévier KP de la voute parabolique, de même hauteur ſous clef, & de même largeur entre les impoſtes que les précédentes. On pourra voir la differente pouſſée de ces cinq ſortes de voutes dans la table ſuivante.

Pouſſées des Voutes de differentes Courbes de 31 pieds d'hauteur ſous clef, & de 36 pieds entre leurs impoſtes.

	pieds,	pouces,	lignes.
En plein ceintre,	14	5	7
Surbaiſſées,	21	9	8
En tiers point,	6	4	0
Eliptiques,	7	7	11
Paraboliques,	4	2	2

Ce seroit ici l'endroit de donner la régle pour l'épaisseur des piédroits, afin de mettre en équilibre les deux puissances agissantes & résistantes de la voute ; mais comme cette partie de mon ouvrage ne regarde qu'en général la nature des courbes & celle des percussions des bombes ; je m'en rapporte à la Formule de Mr. Belidor dans sa Mécanique des voutes, Science des Ingenieurs, tome premier, qui traite parfaitement de cette matiere, & qui suffit pour équilibrer les voutes sur leurs piédroits, de toutes sortes d'édifices militaires, & dont la connoissance est importante pour cette matiere : ceux qui font profession du Génie & de l'Artillerie, ont la connoissance des ouvrages de Mr. Belidor, & sur tout de la Science des Ingénieurs : il seroit inutile de traiter cette matiere ; pour mon sujet, parce que l'on suppose de ce côté que les voutes soient construites, & par conséquent dans leurs équilibres contre les percussions, & qu'on examine seulement de quelle façon cet équilibre peut resister, ou peut être dérangé par le choc des bombes.

SECTION SECONDE,

Des Percussions des Bombes tirées sous toutes sortes d'élévations d'un quart de cercle sur les Voutes en plein ceintre.

CHAPITRE PREMIER.

De la force absolue du choc des Bombes, en supposant qu'elles frappent toujours par leur centre de gravité, en prenant la Bombe pour un seul point.

LA force absolue du choc d'un corps, doit être considerée dans le plein comme dans le vuide, de même qu'on a consideré les projections : cette question est la même précisément que celle de la résistance de l'air : les Auteurs qui ont traité de l'Artillerie, n'ont pas entierement satisfait sur cet article ; ils n'ont point fait de différence de la force du choc d'un boulet dans son but en blanc, à celle d'une bombe dans sa chûte : cependant lorsque le boulet frappe de but en blanc ; il n'agit pas de la même façon que lorsqu'il est tiré à toute volée, & qu'il retombe sur l'horison,

comme cela feroit, si l'on ne fait aucune différence de la viteffe des deux chocs.

En faisant abstraction de l'étendue d'un corps qu'on prend pour un point, la force du choc instantanée d'un corps est exprimable par le produit de sa masse par sa viteffe ; car plus la viteffe du corps mû qui frappe a de pésanteur absolue, & plus celui qui lui résiste doit aussi employer de force pour le repousser, & conserver son équilibre.

Si nous supposons que le poids soit toujours le même, la force absolue du choc instantanée d'un corps, sera dans la raison de la viteffe instantanée avec laquelle le mobile sera mû dans l'instant du choc : or pour trouver cette viteffe dans le but en blanc, nous avons dit (*Chapitre premier, Section premiere de la seconde Partie*), que la viteffe AI (*Fig.* 34.), ne changeoit jamais quelque direction qu'on eût donné à la piéce : de sorte qu'en la pointant par tous les angles d'élévation qu'on peut prendre dans la circonférence d'un demi cercle, dont le point A de batterie seroit le centre, la viteffe d'impulsion seroit toujours égale au Sinus total (*a*), pris sur la direction.

La viteffe du choc étant la même par toutes sortes de directions, il suit que si le plan est frappé par un angle d'incidence droit, il sera toujours frappé avec la même force (*a*), si on suppose que la ligne AI, soit oblique au plan comme la ligne 4B sur la ligne BF ; alors il est évident que la force du choc avec la viteffe A 1, ou 4B sur la ligne BF, seroit dans la raison de la ligne B16, perpendiculaire au plan, parce que la viteffe B4 se reduit par rapport à ce plan à la ligne B16, qui est le Sinus de l'angle d'incidence 4BF ; c'est dans ce sens seulement qu'on peut dire que la force du choc est toujours dans la raison des Sinus des angles d'incidence ; ce qui est vrai dans le plein comme dans le vuide, & en considerant même le point de percussion dans un globe, qui frappe un plan, on un autre globe (*comme nous l'avons vû dans le Chapitre sixiéme*), dans la distance de la portée du but en blanc seulement.

Si nous avons égard au changement que l'accéleration de la gravité doit apporter à la viteffe A 1 d'impulsion, à mesure que les tems de la durée du mouvement, & que les directions AM changent, la force du choc ne sera plus dans la raison des Sinus des angles d'incidence 4BF, que dans de certains cas ; & dans des autres la force sera plus grande ou moindre, quoique l'angle d'incidence soit toujours égal, aussi bien que la puissance qui a mis le

mobile en mouvement, parce que la viteſſe change à chaque inſtant.

Pour trouver cette viteſſe, il faut ſe rappeller ce que nous avons dit (*Chapitre premier, Section premiere de la ſeconde Partie*); le mobile parcourt par ſon impulſion l'eſpace A1, & par la gravité l'eſpace 11 dans le premier inſtant : de ſorte qu'il doit ſuivre la direction A1 avec la viteſſe AA; il parcourt dans le ſecond inſtant l'eſpace 1P par ſon impulſion, l'eſpace P2 par ſa gravité, & par le mouvement compoſé de ces deux viteſſes, il parcourt l'eſpace A2, en ſuivant la direction A2 : de ſorte qu'à chaque inſtant les viteſſes du mobile ſont AA, A2, 23, &c. & par conſéquent la force du choc ſera telle d'inſtant en inſtant.

Nous avons vû que le mobile en partant du point A (*Fig. 39.*), avec la viteſſe A1, parcourt le Sinus total (a) A1 par ſon impulſion, 1P par ſa gravité, & AP par le mouvement compoſé; & que la hauteur 1C, à laquelle il ſe ſeroit élevé (ſi la gravité ne l'avoit abaiſſé de la chûte 1P) étoit exprimable par le Sinus (s) de l'angle d'élévation 6AG : l'eſpace AP ſera la diagonale du rectangle ACP, & par conſéquent $AP = \sqrt{AC^2 + PB^2}$; mais $Ap = a$ $Ac = c$ Sinus de complément de l'élévation 1AC, $1P = x$ qui eſt le nombre des inſtans de la durée du mouvement : donc $PC = s - x$ & ſon quarré $PC^2 = ss - 2sx + xx$; en rendant les valeurs AP $= \sqrt{cc + ss - 2sx + xx}$ ſera l'expreſſion de la viteſſe AP, ou PB, BH, &c. du mobile en montant au point H, où la viteſſe eſt égale à cs, parce que $x = s$, & par conſéquent $ss + ss - 2ss = 0$.

En deſcendant du point H, où le mobile ceſſant de monter, commence à deſcendre à l'infini vers les points G & o; conſiderons que dans le triangle BEG, la ligne $EI = s$ la ligne $EG = x$ $BI = c$, BG ſera la viteſſe du choc au point G quelconque, à la fin d'un nombre déterminé d'inſtans (x), à cauſe du triangle rectangle BIG, le quarré de la viteſſe $\overline{BG}^2 = \overline{BI} + \overline{IG}^2$ ou $\sqrt{\overline{BI}^2 + \overline{IG}^2} = BG$; mais $IG = EG - EI = x - s$: donc $\overline{BG}^2 = ss - 2sx + xx$; $\overline{BI}^2 = c^2$: donc en ſubſtituant les valeurs on aura $BG = \sqrt{cc + ss - 2sx + xx}$ pour la viteſſe du choc au point G : on auroit de même la viteſſe du choc au point o, par cette formule qui eſt générale pour exprimer la viteſſe du choc à chaque inſtant par une direction élevée AB : on voit que la viteſſe du choc à chaque inſtant en deſcendant du point H aux points A & G de part & d'autre, ſera la même dans

des tems égaux, puisque $c = \text{CA}$, & de même $c = \text{CG}$; $i\text{G} = ic$, comme nous l'avons vû *dans le Chapitre sixiéme, Section premiere de la seconde Partie*, puisque les arcs AP des paraboles (*Fig.* 61.), parcourus par le mobile en montant, sont égaux aux arcs PN des paraboles parcourus en descendant; la force du choc diminuera en montant, & au contraire augmentera en descendant : de sorte qu'au point N sur l'horisontale, elle sera précisément égale à la vitesse du premier instant, puisque $x = 2s$, & que $\sqrt{cc + ss} = a$ dans un instant comme dans l'autre ; car $-2sx + xx = 0$; c'est dans ce seul cas qu'on peut dire que les chocs, par des projections faites dans le vuide, sont dans la raison des Sinus des angles d'incidence, parce que la vitesse absolue MN du choc est toujours la même, quelque élévation qu'on puisse donner à la piéce ; car on aura toujours $\sqrt{cc + ss} = a$; mais si l'on cherche la vitesse du choc à l'infini par la direction élevée AC au point o (*Fig.* 39.), on voit que les lignes 10, étant plus grandes que 2s, parce que x est plus grand ; par conséquent la vitesse Go exprimable par la formule $\sqrt{cc + ss - 2sx + xx}$ croîtra à l'infini, & la force absolue du choc croîtra aussi : dans ce sens là on ne peut pas dire que les forces des chocs soient dans la raison des angles d'incidence.

La force absolue du choc par une direction verticale élevée, décroît à chaque instant, elle est exprimable par $a - 2x$: donc lorsque $a = 2x$, $a - 2x = 0$ en fera l'expression ; & par conséquent le mobile tombera pour lors, & sera mû par sa seule gravité.

La vitesse absolue ou la force du choc par une direction horisontale AM (*Fig.* 34.), sera exprimable à chaque instant par la diagonale AA, A2, 23. Nous avons vû que la vitesse d'impulsion, par la direction horisontale AM, est sur l'horisontale même dans la raison du Sinus total (a), à cause du triangle rectangle AIA, IP2, 2P3, on aura $\overline{\text{AP}}^2 + \overline{\text{P2}}^2$ pour le quarré de la vitesse du choc à chaque instant ; mais $\text{AP} = a$, $\text{P2} = x$: donc $\sqrt{aa + xx}$ sera l'expression de la force absolue du choc à la fin d'un nombre déterminé d'instans x, dans tous les cas de cette direction horisontale AM, les forces des chocs par des angles égaux d'incidence ne seront jamais égales, à moins que les tems x de la durée du mouvement ne soient égaux.

J'ai démontré *dans le Chapitre quatriéme, Section premiere de la seconde Partie*, que dans la direction abaissée RH (*Fig.* 49.) la vitesse de la chûte à chaque instant étoit $\text{S} + x$, c'est-à-dire le Sinus

oF de l'angle oLF ; plus l'espace parcouru FL par la gravité $= x$ à cause du triangle rectangle LoL, on aura $LL^2 = Lo^2 + oFL^2$; mais Lo est égal au Sinus (c) de l'angle de complément à celui de l'abaissement BRH : donc $Lo^2 = CC$ & $FL^2 = xx + ss + 2sx$; en substituant les valeurs, $\sqrt{cc + ss + 2sx + xx}$ sera l'expression de la force absolue du choc au point L quelconque : lorsque la direction RH sera la même, la force absolue du choc à chaque instant croîtra toujours, quoique les angles d'incidence soient égaux : lorsque la direction est plongeaute comme RQ, la force absolue du choc est $\sqrt{aa + xx + 2ax} = a + x$; cette vitesse est la plus grande de cette puissance (lorsque les percussions se font à la fin d'un tems égal), par quelque direction qu'elle puisse agir.

On ne considére ordinairement que les chocs qui se font par une direction élevée A6 (*Fig. 39.*), sur un plan horisontal AG au point G : si nous prenons les espaces BI infiniment petits, à cause de la grandeur BI toujours constante, la lettre a s'évanouira dans la formule : donc $\sqrt{cc + ss - 2sx + xx}$ se reduit à celle-ci $\sqrt{oo + ss + oo}$, puisque $cc = o$, & que $2s = x$, dans le tems que la percussion se fait au point G : donc $2sx = xx$; & par conséquent $+ ss - 2sx + xx = o$: il suit que la vitesse du choc au point G se reduit à $\sqrt{ss} = s$: si l'on suit cette formule pour tous les cas des projections, on tomberoit dans l'inconvenient que la vitesse initiale au point du but en blanc d'un boulet, seroit moindre que la vitesse du choc au point G, lorsqu'il retombe au niveau de la batterie ; ce qui est peu vraisemblable : si l'on suit la formule précédente pour le même cas, la vitesse initiale (a) seroit toujours égale à celle de la chûte au point G; par quelque direction qu'on puisse donner à la piéce : de sorte que la force absolue du choc d'une bombe qui frapperoit perpendiculairement sur un plan incliné au point G, sous une élévation d'un dégré, seroit précisément égale à la force absolue de cette même bombe, qui frapperoit aussi perpendiculairement le même plan différemment incliné au point G par une élévation de 90 dégrés ; ce qui me paroit peu raisonnable, & peu conforme à la pratique ; la formule précédente $\sqrt{ss} = s$, me paroit plus convenable pour exprimer le choc d'une bombe, parce que le choc de la bombe lorsqu'elle retombe, agit bien plus par sa gravité que par son impulsion ; & par conséquent ce choc devoit être dans la raison des racines s des hauteurs ss.

Lorſque les forces qui chaſſent les mobiles ne ſeront pas les mêmes, les mobiles qui expriment la force abſolue du choc pour les cas ſemblables, ſeront toujours les mêmes, en changeant les valeurs des lettres dans le rapport du Sinus total (*a*), qui exprime la viteſſe initiale d'une force au Sinus total A, qui exprime la viteſſe initiale de l'autre, *x* exprimera toujours le nombre des inſtans de la durée du mouvement: ſi les élévations ſont égales, les portées ſeront inégales, parce que les puiſſances qui mettent le mobile en mouvement, ne ſont pas les mêmes: la force abſolue du choc par chaque puiſſance ſur le point G au niveau de la batterie ſous chaque même élévation, lorſque le mobile retombera ſur l'horiſon, ſera toujours dans la raiſon de la puiſſance ou de ſa viteſſe initiale: ce qui eſt évident, puiſque à chaque élévation la force abſolue du choc par une même charge ou puiſſance ſera toujours la même, elles reſteront donc dans la raiſon de leur viteſſe initiale: nous avons vû que cette viteſſe initiale eſt toujours la racine du diamétre qui renferme les projections par toutes les élévations avec une même force, *dans la ſeconde Partie:* il ſuit que ſi l'on connoît les cercles qui renferment les projections d'une force, l'on connoîtra ſon choc abſolu: ce qui nous ſervira dans la ſuite pour le calcul des forces des percuſſions d'une bombe, tirées d'un même point de batterie ſur un même but, ſous toutes les élévations du quart de cercle avec differentes charges.

REMARQUE.

Je n'ai parlé dans tout ce Chapitre que de la force abſolue du choc inſtantanée des corps ſans reſſort, ſoit qu'ils ſoient d'une dureté invincible, ſoit qu'ils ſoient d'une matiere molle & capable d'enfoncement par la force du choc inſtantanée; afin d'éviter l'embarras de la queſtion des forces vives, & des forces mortes, que je crois inutile à mon ſujet; je laiſſe aux Savans cette diſcuſſion, qui ne tend pas à la pratique de l'Artillerie, qui fait le but de mon ouvrage.

Monſieur de Meran a donné (*dans les Memoires de l'Académie Royale des Sciences*, 1728.) une Diſſertation contre les forces vives, dans laquelle on ne ſçauroit rien ajouter à la netteté, à l'ordre du diſcours, & à la force des preuves: les partiſans des forces vives ne s'en croyent pas vaincus pour cela; il y a encore de ſavans Allemands, Hollandois & Italiens très illuſtres par leurs ouvrages, qui tiennent pour les forces vives.

Je

Je n'entre point ici dans le détail du ſujet qui entretient cette célébre diſpute (qui ne finira pas ſi tôt), non plus que dans l'explication de cette queſtion: les perſonnes de notre profeſſion qui en ſont inſtruites, en ſavent aſſez pour comprendre que dès que je ne parle que de la force du choc inſtantané, cette force doit être exprimable par le produit de la maſſe multipliée par la viteſſe inſtantanée du choc ; ceux qui ne ſont pas inſtruits des forces vives, n'ont pas beſoin de l'être ; il leur doit ſuffir de ſçavoir que la régle que je donne eſt la même, ſoit qu'on admette les forces vives, ou qu'on ne les admette pas.

Je conviens cependant que je ne termine pas la diſpute, mais que je l'évite ſeulement ; car il reſte toujours à examiner ſi les chocs des corps d'une dureté invincible ſont inſtantanés, ou s'ils doivent agir pendant un certain tems, de même qu'ils agiſſent contre les corps mols qui s'enfoncent, ou qui s'applatiſſent ; car pour lors nous conviendrons tous que ſi les corps durs ſont frappés de la même maniere que les corps mols le ſont, la force totale du choc pendant toute ſa durée, n'eſt plus exprimable par le produit de la maſſe multipliée par la viteſſe inſtantanée, mais elle ſeroit exprimable généralement par la ſomme de tous les petits chocs inſtantanés par la durée du choc : de ſorte que ſi le mouvement étoit acceleré, la force du choc ſeroit exprimable par le quarré des tems, ou de la viteſſe qui exprime la ſomme des chocs ; & de même nous conviendrons tous que ſi les corps durs ſans reſſort, ne ſont pas frappés pendant un certain tems, comme le ſont les corps mols, mais que ce choc ſoit ſeulement inſtantané, la force totale du choc doit être exprimable par le produit de la maſſe par la viteſſe, & non pas par le quarré de la viteſſe. Je n'entrerai point dans ce livre dans ce détail, & je n'examine que la force du choc à chaque inſtant, ſoit que ce choc ſoit inſtantané, ſoit qu'il dure pendant pluſieurs inſtans ; & pour lors la force du choc à chaque inſtant doit être exprimée par la maſſe multipliée par la viteſſe ; ce qui eſt inconteſtable par les Mathématiques.

CHAPITRE SECOND.

Sur la force relative des percuſſions des Bombes, par rapport à l'angle d'incidence ſur des Voutes qui ne ſont pas couvertes d'un maſſif de Maçonnerie.

NOUS ſuppoſons dans tout ce Chapitre que la courbe de l'extrados des voutes, eſt de la même nature de celle de ſon intrados; & nous allons examiner la différence des forces de ces percuſſions, ſelon la différence des élévations & des points de percuſſion ſur la voute.

PROPOSITION PREMIERE.

La force abſolue de la percuſſion d'un corps ſous une même élévation, ſur une Voute dont l'eſtrados eſt circulaire, eſt à la force reſpective comme le Sinus total de complément de la différence qu'il y a entre l'arc du point où ſe fait la percuſſion & l'arc de l'élévation du Mortier.

DE'MONSTRATION.

L'on ſuppoſe qu'une mobile frappe ſur un plan ſelon la tangente de la parabole de la projection au moment qu'il le frappe.

L'on ſuppoſe encore que la ligne de projection ſoit dans le plan du cercle vertical de la voute où ſe fait la percuſſion: nous venons de voir que la force abſolue d'une percuſſion, eſt en raiſon du Sinus total au Sinus de l'angle d'incidence; mais cet angle d'incidence DCF (*Fig.* 108.), eſt le complément de DCG; or l'angle DCG ou BCA ſon égal, eſt la différence des deux angles CAB égal à l'élévation du mortier, & CBM ou de l'arc CM, du point C où ſe fait la percuſſion; donc la force abſolue d'une bombe ſous une élévation ſur un point C quelconque d'une voute, eſt en raiſon du Sinus total, au Sinus de complément de la différence de l'angle de l'élévation du mortier, à l'arc CM du point de la percuſſion. C. Q. F. D.

PROPOSITION SECONDE.

Si un corps frappe sur differens points d'une Voute, il ne la frappera jamais avec la force absolue qu'il a sous cette élévation, que lorsque l'arc compris entre le point de la percussion & l'imposte, sera égal à l'arc de l'angle de sa direction.

DE'MONSTRATION.

Cette Proposition n'est qu'une conséquence évidente de la précédente ; car puisque la différence des deux arcs est zero, son complément sera donc égal à 90 dégrés ; & par conséquent la percussion absolue sera dans toute la force que le corps qui frappe puisse acquerir sous cette élévation, puisqu'elle est dans la raison du Sinus total au Sinus total. C. Q. F. D.

PROPOSITION TROISIE'ME.

Les percussions des corps sous une même élévation, sur tous les points infinis de l'estrados d'une Voute, sont entr'elles dans la raison des Sinus des angles de complément, de la différence de l'arc de l'angle de la direction, à l'arc du point de la percussion sur la Voute.

DE'MONSTRATION.

La force absolue d'une percussion sur un point P (*Fig.* 109.), est à sa force respective comme le Sinus total est au Sinus de l'angle d'incidence au point P, *par la Proposition premiere*, & la force absolue de la percussion faite au point C, est à la force respective dans la raison du Sinus total, au Sinus de l'angle d'incidence au point C: donc les antecédens étant égaux, elles resteront dans la raison de leurs conséquens, c'est-à-dire dans la raison des Sinus de leurs angles d'incidence.

Mais ces angles d'incidence, *par la Proposition premiere*, sont les complémens de la différence de l'arc OF de l'élévation du mortier, à l'arc AP de la percussion au point P, ou de l'arc OF de l'élévation du mortier à l'arc AC de la percussion au point C : donc elles sont dans la raison que nous avons dit, &c. C. Q. F. D.

L'on suppose toujours que la ligne OQP ou OQC de projec-

tion, soit dans le plan du cercle vertical ACP des points P & C des percussions, à moins qu'on ne dise le contraire.

PROPOSITION QUATRIE'ME.

Les forces respectives des percussions d'un même mobile sous differentes élévations, sur tous les points infinis de l'estrados d'une Voute, sont entr'elles en raison du Sinus de leurs angles d'incidence.

DE'MONSTRATION.

Les forces absolues sous differentes élévations, sont égales, *par le Chapitre précédent*, & nous venons de voir que sous une même élévation, les respectives sont à l'absolue dans la raison de leurs angles d'incidence, *par la troisiéme Proposition de ce Chapitre*: donc la force absolue sous chaque élévation étant toujours la même, les forces respectives seront dans la raison des angles d'incidence. C. Q. F. D.

PROPOSITION CINQUIE'ME.

Les forces respectives des percussions faites par toutes sortes de Bombes de differens poids, sous toutes sortes d'élévations, & sur tous les points infinis de l'estrados d'une Voute, sont entr'elles en raison composée du poids de la Bombe, & du Sinus de l'angle d'incidence.

DE'MONSTRATION.

Par la précédente, les forces respectives des percussions d'une même bombe sous differentes élévations, & par tous les points infinis de l'estrados, sont en raison des Sinus des angles d'incidence; mais les percussions des bombes de differens points sous une même hauteur, & avec un même angle d'élévation d'incidence, sont en raison de leurs poids; donc la force respective des percussions des bombes de differens poids, est en raison composée des Sinus des angles d'incidence, & de leurs poids. C. Q. F. D.

PROPOSITION SIXIE'ME.

Toutes les percussions des Bombes sur un même alignement horisontal, pris sur l'esirados d'une Voute circulaire oblongue sous la même élévation de Mortier, & tirée d'un même point, sont approchamment égales.

DE'MONSTRATION.

Les percussions sous une même élévation sur des arcs égaux de la voute sont égales, puisque les arcs de percussion étant égaux, les complémens de leurs différences avec celui de l'élévation *b*BD (*Fig.* 111.), le seront aussi, &, *par la premiere de cette Section*, par conséquent les percussions par les projections B*b*C, qui sont dans cette raison: il suffit donc de prouver que les arcs AC des percussions sur les points C sont égaux; ce qui est bien évident, puisque la ligne CCC étant horisontale, elle sera parallele à l'imposte AAA de la voute; & par conséquent les courbes AC, AC, AC, renfermées entre les deux paralleles, seront égales. C. Q. F. D.

Il y a cependant une petite différence à faire entre les percussions, c'est que les bombes partant toutes d'un même point de batterie, les lignes de projection BC ne seront point égales, & formeront par conséquent des angles d'incidence plus aigus à mesure qu'elles frapperont sur un point plus éloigné du mortier; ce qui arrive, lorsque l'angle de la projection, avec la ligne horisontale, sera plus aigu, & les angles d'incidence étant plus aigus, les percussions en seront differentes, *par la premiere de cette Section;* mais comme la longueur AAA ordinaire d'une voute comparée à la distance AB du mortier, d'où l'on tire la bombe est de petite conséquence, ces lignes de projection peuvent passer pour égales, & par conséquent leurs angles d'incidence en seront presque égaux.

Cette Proposition est veritable, soit que la ligne de direction soit dans le plan, ou non, d'un des cercles verticaux de la voute.

PROPOSITION SEPTIE'ME.

Toutes les percussions d'une Bombe tirée d'un même point sous une même élévation, faites sur une même ligne horisontale de l'estrados d'une Voute circulaire oblongue, sont aux percussions de la même Bombe tirée du même point sous la même précédente élévation; sur une autre ligne horisontale de l'estrados de la même Voute, plus proche ou plus éloignée de l'imposte, dans la raison des Sinus de complément des différences des deux arcs de la percussion, & de celui de l'élévation de la Bombe.

DE'MONSTRATION.

Les percussions faites sur différens points d'un arc vertical ACH, sous la même élévation aux points C & H, sont dans la raison du Sinus total, au Sinus de complément de la différence des deux arcs de percussion AC, AH, à celui de l'élévation *b*D, *par la Proposition troisiéme de cette Section;* mais toutes les percussions faites sur la ligne horisontale CCC, sont égales entr'elles, *par la sixiéme de cette Section*, & toutes celles qui sont faites sur l'horisontale GH, le sont aussi entr'elles, *par la même;* donc toutes les percussions faites sur l'alignement horisontal CCC, seront à toutes les percussions faites sur un autre alignement horisontal GH, comme le Sinus de complément de la différence des arcs de percussion AC, AH, à celui de l'élévation *b*D.

PROPOSITION HUITIE'ME.

Les percussions des Bombes de different poids, sous differentes élévations, tirées d'un même point, sur un même alignement horisontal de l'estrados d'une Voute en plein ceintre, sont entr'elles en raison composée des Sinus de complément des differences des arcs d'élévation à celui de la percussion, & du poids des Bombes.

DE'MONSTRATION.

Les percussions faites sur le cercle vertical ACD (*Fig.* 112.), sous deux élévations differentes au point C, sont entr'elles dans la raison composée du Sinus de complément de la différence des

arcs d'élévation à celui de la percussion, &c. du poids de la bombe, *par la Proposition cinquième de cette Section;* mais toutes celles que l'on peut faire sous les mêmes élévations, sur un même alignement horisontal, sont égales entr'elles, *par la Proposition sixième;* donc elles sont dans la même raison. C. Q. F. D.

PROPOSITION NEUVIE'ME.

Toutes les percussions des Bombes de differens poids sous differentes élévations, par tous les alignemens horisontaux d'une Voute en plein ceintre, & du même point de Batterie, sont entr'elles en raison composée du poids de la Bombe, & des Sinus de complément des différences des arcs d'élévation aux arcs de percussion.

DE'MONSTRATION.

Généralement toutes les percussions faites par toutes sortes de bombes sous toutes sortes d'élévations du même point, par tous les points infinis du cercle vertical ACH de l'estrados, sont entr'elles en raison composée des Sinus des angles d'incidence; c'est-à-dire de complément des différences des arcs de percussion à ceux d'élévation, *par la cinquième;* mais les percussions, le long du même alignement horisontal CCC de la voute, sont dans la même raison que celles qui sont faites par la même bombe, sous la même élévation au point C du cercle vertical AC, de cet alignement CCC, *par la Proposition sixième;* donc elles seront toutes dans cette même raison, l'on en peut dire autant de l'alignement horisontal HG, & de tous les autres alignemens infinis horisontaux, qu'on peut prendre sur l'estrados de la voute; donc elles seront toutes dans cette même raison. C. Q. F. D.

L'on peut remarquer que toutes les percussions infinies qui sont faites sur tous les points infinis des lignes horisontales élémentaires de la surface de la voute, sous toutes sortes d'élévations de tous les points de batterie, sont approchamment semblables à celles qui sont faires de la même maniere, & du même point de batterie dans un point semblable C du cercle vertical ACD, également éloigné de l'imposte A, par un arc AC, comme la ligne horisontale CCC.

Quoi qu'en général toute percussion soit en raison du produit de son poids, par la vitesse absolue, & du Sinus de son angle d'incidence,

On voit que l'angle d'incidence 3BG, eſt plus grand que l'angle 3RBP d'élévation de tout l'angle PBG de l'inclinaiſon du plan KF avec l'alignement MPB : de ſorte qu'à meſure que les points de batterie s'approcheront depuis A vers la ligne de direction CNB perpendiculaire à une horiſontale BD, la différence de l'angle d'incidence ſera égale à la déclinaiſon de la ligne KG avec l'horiſontale, & à meſure que la projection ſe rapprochera de la ligne ADB, cette différence diminuera : & ſi l'on ſuppoſe que le point de batterie tourne depuis ADB en XBC, cette différence ira en augmentant juſqu'au point X diametralement oppoſé à NC ; & cette différence augmentera de toute l'inclinaiſon du plan : de ſorte qu'au point X, il ne reſtera pour l'angle d'incidence que la différence qu'il y a entre l'arc de l'élévation, & celui de l'inclinaiſon du plan : & au point B de la percuſſion par la projection C, O, B, NC, il y aura pour l'angle d'incidence tout l'arc de l'élévation, & tout celui de l'inclinaiſon du plan ; & enfin ce qu'on vient de dire de la moitié du cercle qui comprend tous les points infinis de batterie qu'on peut faire à l'entour du point B de la percuſſion, du côté du point A, ſe doit entendre de l'autre demi-cercle qui comprend les autres points de batterie du côté du point L.

Il eſt encore évident que ſi la ſomme de l'arc d'élévation, & de celui de l'inclinaiſon du plan, ſurpaſſe un angle droit, le complément a 180 dégrés ſera l'arc de l'angle d'incidence.

PROPOSITION ONZIE'ME.

Si l'on tire une Bombe ſous une même élévation, par différens points de Batterie pris à l'entour d'un même point pris ſur l'eſtrados d'une Voute oblongue, les angles d'incidence en ſeront inégaux.

DE'MONSTRATION.

Il faut imaginer au lieu d'une tangente BC (*Fig.* 113.), un plan BF perpendiculaire au rayon du cercle vertical de la voute au point A, & pour lors au lieu d'une voute, nous ne conſiderons plus que les percuſſions faites NA, DA, AR, à l'entour du point A du plan incliné BF, &, *par la Propoſition précédente*, à meſure que les points de batterie N, D, R, tournent à l'entour d'un plan incliné, les percuſſions NTA, DTA, RTA, ſont inégales. C. Q. F. D.

Il faut remarquer que l'angle d'incidence ſur un plan incliné,

doit être considéré en deux manieres differentes ; à sçavoir dans le plan de la courbe même de la projection, lequel se mesure par une perpendiculaire, ou un arc pris dans le plan de cette courbe, comme les arcs 1, 2, 12, 1, 2, en second lieu entre le plan de la courbe RTA, & le plan incliné BF, lequel plan est toujours incliné au plan de la courbe de projection, excepté lorsque cette projection est perpendiculaire aux horisontales, ou aux impostes PO, comme la direction D, A, ou lorsque cette projection est dans l'alignement horisontal VV, qui traverse la clef V de la voute ; & pour lors la courbe de projection est perpendiculaire au plan horisontal VV, d'une largeur infiniment petite, qui traverse la clef de la voute.

Le premier de ces deux angles se considére, comme l'angle d'une projection perpendiculaire aux piédroits, ou d'une projection qui leur soit oblique, ou d une projection parallele, ou dans l'alignement des piédroits ; la perpendiculaire sur les piédroits, comme AD, aura un angle d'incidence plus grand que la projection parallele, lorsque le complément de la différence de l'arc de percussion à l'arc d'élévation, sera plus grand que l'angle de l'élévation du mortier ; & cette projection perpendiculaire aux piédroits, aura un angle d'incidence plus petit que la projection parallele aux piédroits, lorsque le complément de la différence de l'arc d'élévation à l'arc de percussion, sera moindre que l'angle d'élévation du mortier ; ce qui est tout évident ; car l'angle d'incidence d'une projection, qui est dans le plan du cercle vertical, est égal au complément de la différence de l'arc de percussion, à celui d'élévation, *par la Proposition premiere*, & l'angle d'incidence de la projection parallele aux piédroits, est toujours égal à celui de l'élévation, *par la suite de la Proposition dixiéme.*

Quant à l'angle de l'inclinaison du plan de la courbe de projection RTA sur le plan incliné BF, il est évident qu'il est toujours le complément de l'angle de l'inclinaison du plan BF avec l'horisontale BQ ; puisque le plan de la projection RTA, est toujours perpendiculaire à l'horison, & parce que le complément de l'angle ABQ, est toujours égal à l'angle ou à l'arc de percussion AD, *par la Proposition premiere, Chapitre second de la premiere Section*, il s'ensuit que l'angle d'inclinaison de la projection RTA, parallele à l'imposte sur le plan incliné BF, est toujours égal à l'arc de percussion.

PROPOSITION DOUZIE'ME.

La force d'une percussion sur un Plan incliné par une projection parallele à une horisontale, est dans la raison du Sinus de l'arc de l'élévation.

DE'MONSTRATION.

La force absolue ND sous l'élévation CRD (*Fig.* 114.), est à la force respective NM dans la projection parallele à une horisontale BY du plan incliné AB, comme le Sinus total au Sinus de l'angle d'incidence ; mais cet angle d'incidence NDC sur l'horisontale DC, est égal à l'angle RCD de l'élévation, *par la suite de la Proposition dixiéme ;* donc la force absolue est à la force respective, comme le Sinus total au Sinus de l'élévation : si le plan AB étoit horisontal, comme le plan EX, la proposition seroit absolument veritable ; mais à cause de l'inclinaison de la ligne MV, qui croise à angle droit l'horisontale PE, la bombe ne frappera point le plan par son point M ; mais bien au point V, lequel point V sera éloigné de M d'autant de dégrés que l'horisontale 4z, sera inclinée à la ligne ADy du plan AB : donc la force absolue, qui est déja en raison du Sinus total au Sinus d'élévation par l'obliquité de la ligne ND sera encore variée par l'obliquité de la ligne MV, avec le plan de la courbe de la projection, ou par l'emplacement du point V de percussion dans la bombe, comme nous le verrons : à présent qu'on suppose le poids de la bombe réuni dans son centre de gravité : de sorte qu'on ne considére que le choc d'une ligne sur un plan ; cette proposition est veritable ; mais dès qu'on aura égard au point V de la bombe, par lequel le plan AB est frappé : on fera des réflexions nouvelles qui changera tous les rapports des forces des chocs.

PROPOSITION TREIZIE'ME.

L'on ne peut tirer une Bombe perpendiculaire sur aucun point d'un Plan incliné, de quel point de Batterie qu'on la tire, & sous quelque élévation que ce soit qu'on la tire, que par une projection qui soit dans un alignement perpendiculaire à une ligne horisontale du Plan incliné, & sous un angle égal au complément de l'inclinaison du Plan avec l'horisontale.

DE'MONSTRATION.

Pour que la bombe tombe perpendiculairement sur le plan

incliné MN (*Fig.* 115.), il faut que la projection soit perpendiculaire à la ligne horisontale FD au point A de percussion, & à la ligne AP inclinée, qui coupe l'horisontale au point de percussion A, à l'angle droit ; & pour lors, *par le onzième Livre d'Euclide*, la ligne perpendiculaire aux deux FD, AP, le sera à tout le plan NM, il est déja évident que les courbes des projections AOC, AOB, sont toutes perpendiculaires à la ligne FD; puisqu'elle est horisontale, & qu'elles sont toutes perpendiculaires à l'horison ; il n'est donc plus question que de prouver que la projection perpendiculaire à l'horisontale FD, l'est aussi à la ligne AP, puisque l'angle OAM (*Fig.* 116.), qu'on suppose égal à l'angle OAB ou OAC, est complément de DAB, de l'inclinaison du plan NM; les deux angles OAM, BAD, seront ensemble un angle droit ; & par conséquent l'angle OAB sera droit. C. Q. F. D.

Il ne suffit pas de démontrer que cette percussion soit perpendiculaire au plan, il faut encore prouver qu'il n'y en peut pas avoir d'autres que celle-ci, qui puisse être perpendiculaire au plan incliné ; & pour le prouver, imaginons nous que le plan de la courbe de projection perpendiculaire tourne sur le point de percussion A, depuis C en B ; nous avons vû, *par la Proposition onzième*, que toutes les percussions faites depuis différens points de batterie ; à l'entour d'un même point A d'un plan incliné sont inégales ; donc elles ne seront plus droites. L'on en dira de même de tous les autres points A, que l'on peut prendre sur le plan incliné ; & par conséquent l'on ne peut faire aucunes autres projections de cette nature, que celles qui sont perpendiculaires à l'horisontale d'un plan incliné, & font un angle égal au complément de l'inclinaison du plan. C. Q. F. D.

PROPOSITION QUATORZIE'ME.

L'on ne peut tirer une Bombe de quelque élévation, & de quel point de Batterie qu'on la tire perpendiculairement sur l'estrados d'une Voute à berceau ou oblongue, que d'un point de Batterie pris dans l'alignement du Plan d'un cercle vertical de la Voute sur lequel se fait la percussion, & que sous une élévation égale à l'arc de la percussion.

DE'MONSTRATION.

Si nous supposons au lieu d'une tangente AE (*Fig.* 117.), au

point A de percussion un plan perpendiculaire au rayon AD, *par la précédente*, on ne peut tirer perpendiculairement sur la voute une bombe, que par une direction perpendiculaire à une horisontale PM de ce plan FE, & sous un angle de complément de l'inclinaison du plan FE avec l'horisontale ; mais cet angle de complément de l'inclinaison AE, est égal à l'arc AG de la percussion, à cause de l'angle droit au point A, & tous les cercles verticaux AG, sont perpendiculaires à toutes les horisontales PM, du plan incliné qu'ils coupent à angles droits, aussi bien que les horisontales PM de la voute, puisque ce sont les mêmes lignes ; donc la projection CBA, ou CB*a*, qui est perpendiculaire à la ligne horisontale PM, du plan incliné FE, sera dans le plan d'un cercle vertical correspondant de la voute, & sous l'élévation égale à l'arc de percussion AG, & de la même maniere que nous avons démontré, que l'on ne peut en tirer d'autres perpendiculairement sur le point A, que dans cet alignement, & sous cette élévation sur le plan incliné FE, nous démontrerons la même chose de tous les autres points de cette voute. C. Q. F. D.

Il suit de cette proposition qu'on ne peut battre une voute oblongue avec la force absolue d'une bombe, que d'une batterie comprise entre les deux cercles verticaux PG, MN, qui terminent la voute, puisque les percussions absolues doivent être perpendiculaires, & qu'elles ne peuvent être perpendiculaires, que dans cet alignement : il suit en second lieu que le dessus de la voute PM, le long de la clef des voutes en plein ceintre, est le plus violemment battu des bombes, puisque de quel côté qu'on tire la bombe sous une élévation de 90 dégrés, ou approchante, elle la frappe perpendiculairement ou approchamment.

Il suit enfin qu'à mesure qu'on descend de la clef vers l'imposte, les percussions absolues s'y font par des élévations toujours moindres, parce qu'étant absolues elles doivent être perpendiculaires, il faut que l'élévation soit égale à l'arc de percussion ; or cet arc étant plus petit, à mesure que le point de percussion est plus proche de l'imposte, l'élévation en sera donc plus petite, la bombe s'élévera par conséquent moins haut ; il faudra tirer la bombe de plus près : & la percussion qui est en raison de la racine des hauteurs des bombes, en prenant la formule $\sqrt{oo+ss+o} = S$, (*Chapitre premier de cette Section*, sera moindre : de sorte que les percussions absolues augmentent en remontant de l'imposte à la clef, dans la même raison qu'elles diminuent, en descendant de la clef à l'imposte.

PROPOSITION QUINZIE'ME.

Les percussions des Bombes tirées d'un même point, sous une même élevation sur tous les points infinis d'un cercle horisontal d'une Voute sphérique, sont toutes differentes entr'elles, & il n'y en a qu'une à sçavoir celle dont le Plan de projection passe par le centre de la Voute qui puisse être absolue.

DE'MONSTRATION.

Nous considérons la voute sphérique composée d'une infinité de cercles horisontaux BC, DMF & NLP (*Fig.* 118.), qui en font les élémens, ou comme une infinité de cercles verticaux ABD, ASN, ACP, qui en font les élémens; or tous ces cercles infinis par leurs interfections, forment une infinité de plans infiniment petits, tous differemment inclinés à l'horison, & au point o de la batterie, lesquels plans nous pouvons encore considerer comme les élémens de la voute sphérique.

Nous avons vû, *dans la Proposition treiziéme*, que l'on ne peut tirer une bombe perpendiculairement sur ces plans inclinés, tels que M, que par une direction perpendiculaire à l'horisontale du plan, & sous un angle de complément de l'inclinaison du plan avec l'horisontale, & que ces percussions sous la même élévation OGB, OGD, OGM, à mesure qu'elles sont plus obliques à l'horisontale du plan incliné M, deviennent beaucoup plus petites; maintenant nous n'avons qu'à remarquer que dès que la bombe va frapper sous une même élévation d'un même point O de batterie sur différens points, tels que D, Q, ou M, d'un même cercle horisontal DM, QF, de la voute sphérique, c'est la même chose que si des points K, O, ou R, pris dans un cercle K, O, R, à l'entour du point M, l'on tiroit une bombe sur le plan incliné M, sous la même élévation, puisque les angles d'incidence en seront égaux: donc on ne peut frapper sur différens points du cercle horisontal, quoique sous la même élévation, & du même point O de batterie, sans que la percussion ne varie: maintenant si nous considerons que la percussion perpendiculaire est la plus forte, & que la bombe ne frappe perpendiculairement au point M, que pour une projection qui soit perpendiculaire aux horisontales du plan incliné M, du point de la percussion, & parce que cette perpendiculaire

à l'arc ou à l'horifontal, paffe par le centre de l'arc, *par le troifiéme d'Euclide;* donc la plus forte percuffion fous cette même élévation, qu'on puiffe faire du point O fur cette voute fphérique, fera celle qui fe fait par une direction OMA, qui paffe par le centre de la voute en A, C. Q. F. D.

Il fuit encore que fi une bombe part de tous les points infinis CMN (*Fig.* 119.), qu'on peut prendre dans un cercle à l'entour d'une voute, les percuffions faites de la même maniere depuis un point C ou M, fur tous les points d'un cercle horifontal D de la voute, font femblables à toutes les autres percuffions faites de la même maniere, de tous les autres points du cercle CMN, fur tous les points d'un même cercle D de la voute; on en peut dire autant des points infinis de la voute.

Il fuit encore qu'il n'y a que la percuffion d'une bombe qui part fous une projection, donr le plan foit dans le cercle vertical fur lequel fe fait la percuffion qui puiffe être abfolue; puifqu'elle ne peut paffer par le centre de la voute, qu'elle ne foit dans le cercle vertical du point de percuffion.

PROPOSITION SEIZIE'ME.

De quelque point de Batterie qu'on tire une Bombe, fous quelque élévation qu'on la tire, la Bombe ne peut frapper une Voute fphérique avec fa force abfolue que dans un feul point.

DE'MONSTRATION.

Nous avons vû, par rapport aux cercles horifontaux, qu'elle ne peut frapper à droit & à gauche du point directement oppofé à la batterie, fans que la percuffion s'affoibliffe, *dans la Propofition précédente*, & qu'elle ne peut frapper au-deffus ou au-deffous du point de percuffion dans le cercle vertical, fous une même élévation, fans que la percuffion ne varie, *par la Propofition troifiéme;* & parce que les interfections infinies des cercles horifontaux, & des verticaux, font les élémens de la voute fphérique, l'on ne peut concevoir qu'une bombe la puiffe frapper, qu'elle ne frappe fur un de ces cercles, & par conféquent fans que la percuffion ne varie. C. Q. F. D.

Il fuit de ces deux dernieres Propofitions, qu'il n'importe de quel point pris circulairement à l'entour de la voute que la bombe

parte sur une voute sphérique, puisque les percussions sous toutes les élévations possibles, & sur tous ces points infinis faits d'un point quelconque, sont égales aux percussions sous toutes les élévations possibles, & sur tous ces points infinis de la voute faites de tous les autres points de cet arc pris à l'entour de la voute.

Il suit, en second lieu, que si de chaque point de batterie l'on tire une bombe sous toutes les élévations possibles, il n'y aura qu'un quart de cercle vertical de la voute sphérique qui puisse être battu avec la force absolue des percussions; & ce quart de cercle sera celui qui est dans l'alignement compris entre le point de batterie, & le centre de la voute sphérique.

L'on voit l'avantage que la voute sphérique a de ce côté sur la voute oblongue; car la voute oblongue a toute sa moitié opposée aux violentes percussions, sur l'étendue d'une batterie égale à la longueur de ses piédroits, & qu'elle peut être battue perpendiculairement sur toute l'étendue de sa clef de tous les points des batteries qu'on peut dresser à l'entour : au lieu que la voute sphérique, ne peut être battue avec la force absolue d'une projection perpendiculaire, que sur un seul point de sa clef, veritablement de tous les points infinis de batterie de la campagne; mais il n'y a qu'un quart de cercle vertical exposé aux violentes percussions, & même d'un seul point de batterie.

CHAPITRE TROISIE'ME,

Des percussions des Bombes sur les Voutes, dont l'estrados est couvert d'un massif de Maçonnerie.

NOUS avons consideré jusqu'à présent les percussions sur les plans inclinés de toutes les tangentes infinies qui composent les élémens des estrados des voutes, ou bien sur un seul plan incliné; & à présent nous les considererons comme faites sur un plan incliné, & en même tems sur tous les points infiniment petits qui sont les élémens de l'estrados d'une voute, en examinant qu'elle est la nature de la percussion d'une bombe tirée sur le couvert d'une voute, & ce qui se communiquera de son mouvement à son intrados; nous sçavons déja que les percussions des bombes sur un plan incliné, & tirées sous la même élévation du mortier, sont en raison

raiſon des angles d'incidence, & que pour que la bombe frappe ce plan avec la force abſolue de cette élévation, il faut que l'angle de l'élévation ſoit égal au complement de celui de l'inclinaiſon du plan avec l'horiſontale, *par la Propoſition troiſiéme;* de ſorte que pour diminuer la force abſolue de toutes les percuſſions des bombes, qu'on peut tirer ſous toutes ſortes d'élévations depuis tous les points infinis de batterie, ſur tous les points infinis qui ſont les élémens de ſon eſtrados, depuis les reins vers la clef où elle eſt expoſée aux plus violentes percuſſions: il eſt évident qu'il n'y a qu'à donner toute l'inclinaiſon poſſible au couvert de la voute, puiſque la percuſſion de chaque élévation ne pouvant être abſolue ſans être ſous une direction perpendiculaire au couvert, & ne pouvant être perpendiculaire au plan du couvert, que ſous une direction égale au complément de cette inclinaiſon, plus l'angle d'inclinaiſon ſera grand, plus ſon complément ſera petit; & par conſéquent la hauteur de la bombe ſera moindre, & par conſéquent auſſi ſa percuſſion; eu égard à ſa hauteur & à ſa péſanteur, que je conſidere plus que la force de l'impulſion dans les bombes, toutes les autres percuſſions faites ſous une élévation differente, que celle du complément de l'inclinaiſon du plan peuvent bien être plus grandes que celles-ci, par rapport au poids de la bombe; mais elles ne ſeront jamais perpendiculaires au plan du couvert, *par la Propoſition troiſiéme;* & par conſéquent leurs percuſſions ne ſeront jamais faites avec la force abſolue du poids de la bombe ſous cette élévation; de ſorte que ſi l'on pouvoit faire le couvert infiniment incliné, ſans qu'il en arrivât aucun inconvenient: les percuſſions des bombes deviendroient enfin preſque inſenſibles; mais en toutes choſes la nature nous a preſcrit des bornes qu'il eſt toujours dangereux de paſſer: ſi on les éléve trop, leur pointe s'affoiblit, & on les expoſeroit trop, ou au vent ou au canon, s'il s'agit des voutes militaires qui ſont l'objet de cet ouvrage; il faut donc un juſte milieu, & l'inclinaiſon un peu plus grande de 45 dégrés, eſt plus que ſuffiſante pour mettre les voutes à l'abri des violentes percuſſions; parce que ne pouvant plus pointer le mortier que ſous un angle moindre de 45 dégrés, il eſt certain que la bombe ne pouvant plus s'élever qu'au deſſous de la moitié de ſa ſublimité, perdra déja une bonne partie de la force de percuſſion du côté de la force du choc, par rapport à ſon poids ou à ſa gravité accelerée, & par rapport à la viteſſe abſolue d'impulſion d'une charge plus grande, à meſure que d'un même point

Nn

de batterie on tire ſous differentes élévations, comme on le verra bien-tôt *dans la table des forces abſolues du choc d'une bombe ſur un même but :* il eſt vrai que le couvert d'une voute oblongue laiſſe l'angle de ſon fête expoſé aux percuſſions abſolues, puiſqu'il peut être battu le long de cette horiſontale par les percuſſions approchantes de cette percuſſion abſolue de 90 dégrés de tous les points de batterie; mais ſi nous réflechiſſons que la bombe doit être tirée de bien près, à cauſe de la petite amplitude ſous cette élévation, qu'il faut d'ailleurs que le plan formé par ſon axe, & par celui de ſa direction ſoit préciſément perpendiculaire ſur cette ligne du fête, & que pour peu que la bombe la frappe d'un point hors du plan formé par ſon axe, & par celui de ſa direction, la force abſolue de la percuſſion en eſt beaucoup diminuée, l'on concevra que de dix mille bombes, à peine en tomberoit-il une qui puiſſe la frapper par ce point, qui ſeroit celui de ſa gravité; & il faudroit bien être inſenſé, pour tirer les bombes ſous cette élévation, dans l'eſperance d'en jetter une de dix mille ſur le fête, tandis que toutes les autres qui iront en deſſous perdront infiniment de leurs forces.

Outre l'affoibliſſement de la percuſſion, par la diminution de l'angle de l'élévation, il y en a encore un autre fort conſiderable; c'eſt que la percuſſion de la bombe qui eſt abſolue ſur le plan incliné du couvert par ſon angle droit d'incidence, ne l'eſt pas toujours à l'intrados de la voute comme nous l'allons voir.

Conſiderons la voute avec ſon couvert, comme nous l'avons conſideré au commencement de cet ouvrage, comme deux vouſſoirs, dont l'un NAD (*Fig.* 120.), fait la puiſſance réſiſtante, & l'autre NFB, fait la puiſſance agiſſante : conſiderons encore cette puiſſance NFB, comme un coin qui tend à écarter les piédroits AO, & à les ſeparer de la voute : la bombe qui frappe ſur le couvert NB, ſera la force qui chaſſe le coin NBF : or examinons la tête de ce coin pour connoître cette force : ſi le deſſus de la voute étoit horiſontal, comme la ligne NFN, alors les percuſſions perpendiculaires ſur la tête NN du coin, le frapperoient avec leurs forces abſolues; mais le coin de la puiſſance agiſſante NBF eſt en pointe; puiſque ce n'eſt autre choſe que les deux pans du couvert : donc les percuſſions perpendiculaires ſur la ſurface de la tête du coin NBF, ne le ſont point ſur la ſurface de la tête horiſontale NFN; & par conſéquent elles ſeront aux précédentes ſur la tête inclinée NB, dans la raiſon du Sinus total, à celui de l'élévation,

lequel est égal à l'angle d'incidence sur la tête horisontale NFN, lequel angle est égal au complément de l'inclinaison du plan BN avec l'horisontale FN, lorsque l'angle d'incidence sur le pan du couvert NB est droit.

Nous avons supposé la ligne NFN droite: mais à présent nous examinerons la ligne circulaire de l'intrados, parce qu'au lieu d'un coin NMN, nous avons un coin vuidé en dessous NPF*q*N, les bombes ne peuvent abattre la voute, qu'en ébranlant les voussoirs qui la composent, lesquels n'étant pas d'une piéce, mais de plusieurs voussoirs taillés en coin, seront tous autant de differentes puissances qui agiront différemment, selon que ces coins seront frappés plus ou moins directement; il n'est donc plus question que d'examiner quel est l'angle d'incidence que la direction de la bombe prolongée forme sur la tangente de leurs estrados, ou bien sur celle des intrados des voussoirs, y ayant peu de différence d'un angle à l'autre; l'on s'apperçoit d'abord que lorsque la bombe frappera au point N, qui est celui de l'attouchement du plan du couvert sur l'estrados de la voute, la percussion NM perpendiculaire au plan incliné NB, le sera aussi au voussoir, & que pour lors la percussion sera dans la force absolue de cette élévation, ce qui ne peut arriver que dans ce seul cas.

Mais à mesure que la percussion s'approchera ou s'éloignera du point d'attouchement N vers l'imposte, ou la clef, la percussion absolue faite perpendiculairement sur le plan incliné NB, ne le sera point par rapport à la tangente du voussoir sur lequel elle doit continuer son mouvement; & cette percussion s'affoiblira dans la raison de la différence des angles d'incidence qu'elle forme sur la tangente RV, qui répond au point d'interfection R du cercle vertical NR, sur lequel se fait la percussion, par la projection *xys* au point S, avec la ligne de direction SRM prolongée.

Nous avons vû, *dans la treiziéme Proposition du Chapitre précédent*, que ces angles d'incidence sont les complémens de la différence de l'arc de la percussion à celui de l'élévation AMN, lequel est toujours déterminé, lorsque la percussion est perpendiculaire sur le même couvert incliné AB; puisque cet angle AMN est toujours le complément de l'inclinaison BAM du couvert AB avec l'horisontale AM; or la force absolue d'une bombe, par rapport au choc de sa gravité accelerée, lorsqu'elle est tirée sous l'élévation de 90 dégrés, est déja diminuée par l'inclinaison BN du couvert, en raison du Sinus total (*a*), au Sinus d'élévation (*s*), *par le Chapitre premier*

de la Section premiere de la seconde Partie ; mais à présent elle diminue encore en raison du Sinus total à celui de l'angle d'incidence sur la tangente VR du voussoir ; donc la plus grande force totale absolue de la gravité d'une bombe tirée sous l'élévation de 90 dégrés (laquelle je nomme toujours ainsi, parce qu'avec la même charge , c'est sa plus grande force) sur une voute couverte d'un massif de maçonnerie, comparée à une moindre force absolue de sa gravité, par une direction perpendiculaire au plan du couvert, diminue en raison composée du Sinus total au Sinus de l'élévation ; c'est-à-dire du Sinus total, au Sinus de complément de l'inclinaison du couvert AB avec l'horisontale AM, & de rechef de celle du Sinus total, au Sinus de complément de la différence de l'arc d'élévation à celui de la percussion, qui est celui de son incidence sur la tangente VR du voussoir correspondant.

Nous supposons néanmoins que la bombe a été tirée sous une direction perpendiculaire au plan du couvert NB ; mais si elle a été tirée sous une autre direction, les percussions ne sont plus dans cette même raison, & sont encore de rechef beaucoup affoiblies, sur tout si on la tire sous une élévation moindre que celle de complément de l'inclinaison du plan ; ce qui est bien évident en ce cas là, puisque l'élévation étant moindre, la percussion de la gravité accelerée en sera moindre, & n'étant pas perpendiculaire au plan du couvert AB, le Sinus de l'incidence sera moindre, outre la diminution que doit apporter le point correspondant de percussion sur l'estrados qui se trouve au-dessus ou au-dessous du point N d'attouchement du plan du couvert.

Nous avons déja vû *dans la Proposition seconde*, que les percussions des bombes sous differentes élévations, sont en raison composée de celle de leur poids, & de celle de leur Sinus d'incidence, & (si nous n'avons égard qu'à la gravité accelerée) de celle de leur Sinus d'élévation : la bombe perdra donc de sa force, par rapport à l'obliquité AM, en raison de la différence qu'il y a entre la différence des racines des deux hauteurs, & la différence des deux Sinus d'incidence ; c'est-à-dire dans la raison de la différence qu'il y a entre la différence des Sinus de l'angle d'élévation ACD à celui de l'élévation MDO, & la différence du Sinus total AM, au Sinus MB de l'angle d'incidence MAB.

En second lieu, par rapport à la communication du mouvement de la percussion sur le voussoir, à mesure que le point Q de percussion sera éloigné du point A de l'attouchement du couvert

GF fur la voute ; il y aura encore une feconde diminution de force dans la raifon du Sinus de complément de la différence de l'arc de percuffion OAQ, à celui de l'élévation OA*m*, par la direction *m*C parallele à MD ; donc la force abfolue de la percuffion VQ, fous l'élévation MDO ou *m*CO, fon égale fur le point Q, eft à la force refpective en raifon compofée de celle du Sinus total, au Sinus d'incidence fur le couvert, & de rechef de celle du Sinus total, au Sinus de complément de la différence de l'arc OAQ de percuffion fur le point Q, à celui OQ*m* de l'élévation OC*m* ou ODM fon égale ; & par conféquent la percuffion VQ eft diminuée fur la tangente Q*b* de toute la différence du Sinus total au Sinus d'incidence, au point *x* fur le couvert AG, & de rechef dans celle du Sinus de complément de la différence de l'arc OAQ de percuffion à l'arc OQ*m* de l'élévation *m*CO ou MDO fon égale ; la force de la percuffion au point Q, par la direction MD ou *m*C, aura donc diminué de toute la diminution de l'angle d'incidence VXE, par rapport à l'angle droit de plus qu'elle n'auroit diminué, fi la voute n'eût pas été couverte d'un maffif de maçonnerie FAG.

Généralement les forces des percuffions abfolues de toutes les bombes qu'on peut tirer fur tous les points infinis des plans des couverts différemment inclinés fur des voutes, & depuis toutes fortes de points de batterie, fous toutes les élévations poffibles, font en raifon compofée des racines des hauteurs, fi l'on n'a égard qu'à la gravité accelerée felon la formule $\sqrt{ss+oo}=s$, du poids des bombes, des Sinus des angles d'incidence fur le plan incliné, & des Sinus de complément de la différence des arcs correfpondans de percuffion aux arcs d'élévation ; d'où il fuit que lorfque les projections font perpendiculaires aux plans du couvert, les percuffions fur tous les points infinis du couvert par rapport aux vouffoirs, font égales en tout aux percuffions faites fous la même élévation, fur tous les points correfpondans femblables infinis de l'arc de la voute fans couvert, à caufe de l'angle d'incidence NAF, qui fera toujours droit fur le couvert ; & fi les percuffions ne font pas perpendiculaires au plan du couvert, elles feront diminuées fur le couvert, par rapport aux percuffions faites fur un point femblable du vouffoir de la voute fans couvert, dans la raifon du Sinus d'incidence fur le plan du couvert AG.

Lorfque l'élévation eft plus grande que le complément de l'inclinaifon du plan, la direction ne fera jamais perpendiculaire fur

le plan du couvert, à caufe de l'angle ACO, qui eft toujours égal à l'élévation d'une projection perpendiculaire, & du rayon AC, qui eft toujours perpendiculaire à la tangente AG, qui eft le couvert même : pour lors aucune percuffion ne pourra être dans la force abfolue de fon élévation fur le couvert, puifqu'elle ne fera pas perpendiculaire ; mais fur le vouffoir la direction *m*C fera perpendiculaire au vouffoir, quoi qu'elle ne foit point au couvert, & toute la force par conféquent imprimée au couvert au point *m*, fe communique fans diminution au vouffoir ; ce qui arrivera feulement, lorfque l'arc de percuffion OQM fera égal à celui de l'élévation OC*m*.

Tout ce que nous venons de dire des voutes en plein ceintre, qui font couvertes d'un maffif de maçonnerie, ou qui font fans couvert, doit être appliqué aux fphériques, auffi bien qu'aux voutes en tiers point, furbaiffées, éliptiques & paraboliques, avec cette différence que les unes fupportent des couverts fans difformité plus aigus que les autres, & qu'elles forment des angles d'incidence différent : en inclinant les couverts des voutes pour les dérober au choc violent des hautes élévations, lorfqu'on tire d'un même point de batterie, on diminue encore la force abfolue du choc dans la raifon de la viteffe initiale d'une charge à la viteffe initiale de l'autre charge, quoi qu'avec une même élévation : car on va voir que pour tirer d'un même point par toutes les élévations du quart de cercle fur un même but, on eft obligé d'augmenter les charges à mefure que les amplitudes augmentent par chaque élévation.



CHAPITRE QUATRIE'ME,

Sur la force absolue & relative des percussions d'une Bombe tirée sur un Plan incliné par toutes sortes d'élévations, d'un même point de Batterie avec différentes charges.

COMME l'on ne peut tirer sur un même but une même bombe avec une même charge d'un même point de batterie, que par une ou deux élévations : il est naturel qu'on ne sçauroit y tirer par toutes les élévations differentes du quarr de cercle, qu'en changeant la charge du mortier ; or si l'on change la charge du mortier, nous venons de voir dans le Chapitre précédent, qu'en changeant la charge, ou la vitesse d'impulsion, les chocs par des élévations égales avec deux differentes charges sur un point C, (*Fig.* 122.) sont dans la raison des vitesses initiales : nous avons vû que les vitesses initiales, sont la racine du diamétre qui renferme les projections, *dans le Chapitre septième, premiere Section de la seconde Partie ;* il n'est plus question que de trouver le diamétre qui renferme la projection sous chaque élévation sur un même point C.

Je nomme s la sécante de chaque élévation t, la tangente, je dis que la force absolue (a) du choc par chaque élévation, est exprimable par $\sqrt{\frac{ss}{t}} = a$.

DE'MONSTRATION.

Soit la distance AC, de laquelle on veut tirer une bombe en pointant le mortier par tous les dégrés d'élévation du quart de cercle, par les directions AL, AB, AD, AE, &c : il faut chercher les diamétres AH, AG, AF, AM, de chaque cercle, qui comprend les projections par chacune de ces directions : nous avons démontré, *dans la seconde Partie, Section premiere du Chapitre septième*, que CB, AB : : AB, BH, que DC, AD : : AD, AF, &c.

En prenant la distance AC pour Sinus total, & tirant la ligne verticale CE à l'infini, elle sera un côté de chaque triangle des projections ABC, ADC, &c. qui jettent la bombe sur le point C,

par toutes les élévations infinies, puisqu'elle est perpendiculaire à l'horison sur le point C, & que du point C, on ne peut élever qu'une verticale, *par la Geométrie.*

Donc les cótés CL, CD, CB, CF, seront les tangentes des angles d'élévation LAC, DAC, BAC, &c. & les lignes AL, AB, AD, AE, &c. en seront les sécantes par rapport au même Sinus total AC, *par la Trigonométrie :* or toutes ces lignes sont connues en substituant la valeur des lignes CB, AB, on aura $t, s :: S, \frac{ss}{t} = a$. C. Q. F. D.

Il n'y a donc qu'à diviser le quarré de la sécante de chaque élévation par sa tangente, pour avoir le diamétre du cercle correspondant à cette projection, dont la racine $\sqrt{\frac{ss}{t}} = a$, donnera la force absolue du choc au point C par chaque élévation, avec chaque charge differente de poudre correspondante.

Au lieu de prendre $\sqrt{\frac{ss}{t}} = a$, pour avoir la racine du diamétre du cercle ALH ou ABG, &c. qui comprend la projection, par chaque élévation AL, AB, AD, AE, AM, &c. on prendra une proportionnelle à cette racine qui sera dans son même rapport, pour en faciliter le calcul comme on le va voir.

Supposons que le diamétre AH soit celui du cercle HLA, qui comprend la projection HLA par la direction AL, qui forme sur l'horisontale AC, l'angle LAC de 45 dégrés ; je nomme $\frac{a}{2}$ la distance proposée quelconque AC, par rapport au diamétre AH, parce qu'elle en est la moitié, comme nous l'avons vû *dans la seconde Partie :* je nomme S la distance AR, qui est l'amplitude ou la portée sous l'élévation AE, sans augmenter la charge de poudre : nous avons vû que cette amplitude AR est dans le rapport du Sinus d'un angle qui seroit double de l'angle d'élévation EAC ou du produit (CS) du Sinus d'élévation par son complément (*Section premiere, Chapitre premier de la seconde Partie.*)

Nous avons vû aussi (*Section premiere, Chapitre sixiéme de la seconde Partie*), que les portées AR, AC, sous chaque élévation AE quelconque, sont dans la raison doublée des vitesses initiales de la bombe ; c'est-à-dire dans la raison des diamétres mêmes AH, AM, qui comprennent les projections : donc puisque la distance AC, *par l'Hipotése*, est toujours la même, on aura toujours $\frac{a}{2}$ pour

pour la valeur de la portée ſous chaque élévation AE quelconque, lorſqu'on augmente la charge de poudre ; on aura par conſéquent *aa* pour la valeur du diamétre AH, qui eſt double de cette portée.

On aura auſſi le Sinus de l'arc double de l'élévation que je nomme *s*, pour l'expreſſion de la portée AR, ſous chaque élévation, avec une même charge AH.

Dans chaque triangle EAC, *q*AR par chaque élévation AE, on aura cette analogie AR, AC : : AH, AM, *par la proprieté du cercle*, à cauſe des ſegmens ſemblables AL*q*, ANE.

En changeant les expreſſions on aura $s, \frac{a}{2} :: a, \frac{aa}{2s}$; ce qui nous indique qu'il n'y a qu'à diviſer le quarré $aa = 10000$, par $2s$, c'eſt-à-dire par le double de l'amplitude AR de chaque élévation AE, par rapport à une même charge AH, pour avoir l'expreſſion du diamétre AM du cercle ANM, qui comprend la projection AEC, par chaque élévation AE, lorſqu'on change la charge ; ce calcul eſt plus facile à faire, que celui qu'il auroit fallu faire pour diviſer le quarré *ss* de la ſécante d'élévation par ſa tangente *t*.

C'eſt ſur ce principe que j'ai calculé la table ſuivante des forces abſolues du choc d'une bombe, qu'on tireroit ſous toutes les élévations du quart de cercle, en-deſſus ou en-deſſous de celle de 45 dégrès, en augmentant les charges de poudre, & en tirant du même endroit ſur un même but.

Dans la premiere & ſeconde colonne on trouve l'angle d'élévation en-deſſus & en-deſſous de 45 dégrés : dans la troiſiéme colonne on trouve le diamétre AM du cercle qui comprend la projection ſous cette élévation AM correſpondante à cette cellule : dans la quatriéme colonne on trouve la racine $(\sqrt{\frac{aa}{s}})$ de ce diamétre AM, laquelle eſt égale à la viteſſe abſolue de la bombe, ou à la force abſolue du choc par cette élévation.

Au lieu de prendre $\frac{aa}{2s}$ pour l'expreſſion des diamétres, on a pris $\frac{aa}{s}$: ce qui n'en trouble point le rapport.

TABLE des Forces absolues du choc d'une Bombe qu'on tireroit sous toutes les élévations du quart de Cercle en dessus ou en dessous de celle de 45 degrés, en augmentant les charges de poudre, & en la tirant toujours du même endroit sur un même but.

Dégrés d'élevation.		Diamétre du Cercle.	Vitesse absolue du Choc.	Dégrés d'élévation.		Diamétre du Cercle.	Vitesse absolue du Choc.
1	89	286532	535	25	65	13054	114
2	88	143216	378	26	64	12690	112
3	87	95693	309	27	63	12360	111
4	86	71839	268	28	62	12062	109
5	85	57603	240	29	61	11792	108
6	84	48100	219	30	60	11547	107
7	83	41339	203	31	59	11326	106
8	82	39123	197	32	58	11125	105
9	81	32362	179	33	57	10946	104
10	80	29239	170	34	56	10785	103
11	79	26695	163	35	55	10641	103
12	78	24588	156	36	54	10514	102
13	77	22810	151	37	53	10402	102
14	76	21299	145	38	52	10306	101
15	75	20000	141	39	51	10223	101
16	74	18871	136	40	50	10154	$100 + \frac{154}{201}$
17	73	17882	133	41	49	10097	$100 + \frac{97}{201}$
18	72	17035	130	42	48	10055	$100 + \frac{55}{201}$
19	71	16241	127	43	47	10024	$100 + \frac{24}{201}$
20	70	15556	124	44	46	10006	$100 + \frac{6}{201}$
21	69	14945	122	45	45	10000	100
22	68	14394	119				
23	67	13902	117				
24	66	13457	116				

Cette table précédente ne nous donne que la force absolue du choc par chaque élévation avec de differentes charges de poudre; il nous reste encore à donner la table de la force des percussions, à mesure que les plans inclinés différemment sont choqués, sous des angles d'incidence plus ou moins aigus sous chaque élévation.

Je cherche auparavant l'angle d'incidence : je suppose pour cela, qu'un demi-cercle d'une voute, lequel seroit dans le plan de la projection, soit frappé sous chaque élévation, sur chacun de ses dégrés; je construis une table qui me donne l'angle d'incidence sur la tangente de chacun de ces dégrés de la voute sous chaque élévation.

Nous avons démontré (*Proposition troisiéme, Chapitre second, Section seconde de la troisiéme Partie*), que cet angle d'incidence est égal à celui de complément de la différence de l'arc de percussion à l'arc d'élévation. C'est sur ce principe qu'on a calculé la table suivante, *des angles d'incidence d'une bombe qu'on jetteroit, sous les élévations diverses du quart de cercle de* 10 *en* 10 *dégrés, en supposant que le plan de ce demi-cercle vertical de la voute, soit dans le plan de la projection.*

On auroit pû calculer cette table pour tous les dégrés du quart de cercle, & pour tous les arcs de la voute, comme on l'a fait dans la table précédente; mais pour abréger on ne l'a calculé que de 10 en 10 dégrés: ce qui suffit, pour faire voir la diversité des angles d'incidence, à mesure qu'on change les élévations des piéces, ou l'inclinaison des tangentes.

L'on peut supposer un plan incliné au lieu d'une tangente, & l'on auroit les angles d'incidence sur des plans différemment inclinés, sous une même élévation de mortier.

Lorsque l'on tire une même bombe avec une même charge sous differentes élévations, le même demi-cercle ALH comprendra toutes les projections; & par conséquent la vitesse absolue *a* du choc, qui est dans la raison de la racine de ce diamétre AH, sera toujours la même; mais à mesure que les bombes frapperont une même tangente de la voute en plein ceintre, les angles d'incidence en seront différens : les chocs qui sont dans la raison des Sinus de ces angles d'incidence seront aussi différens.

L'on trouve le Sinus de chaque angle d'incidence dans chaque cellule.

Le premier des deux nombres de chaque cellule est celui des

dégrés de l'angle d'incidence d'une bombe qui frapperoit ſous cette élévation un arc de la voute correſpondant à cette cellule, ou bien qui frapperoit un plan incliné, dont l'inclinaiſon feroit égale à celle de la tangente de cet arc, ſoit qu'on tire avec une même charge de poudre, ou avec differentes charges.

Le ſecond nombre de chaque cellule exprime la force du choc de la bombe ſous cette élévation correſpondante à la cellule, ſur ſon arc correſpondant, ou bien ſur un plan incliné, dont l'inclinaiſon feroit égale à celle de la tangente de cet arc, en ſuppoſant que la charge de poudre ſoit toujours la même, & qu'on approche ou qu'on éloigne la batterie, à meſure qu'on change l'élévation de la piéce, pour tirer ſur un même but.

Il eſt facile de tirer des deux tables précédentes la conſtruction de la table ſuivante, *des forces des percuſſions des bombes tirées ſous toutes les élévations de* 10 *en* 10 *dégrés, ſur les arcs ou vouſſoirs d'un demi cercle vertical de la voute de* 10 *en* 10 *dégrés, en ſuppoſant que le demi cercle eſt dans le Plan de la projection, & qu'on tire d'un même point de batterie, ſur un même but, en augmentant les charges de poudre à meſure qu'on éléve la piéce, en-deſſus ou en-deſſous de la direction de* 45 *dégrés ;* car nous venons de voir que la force abſolue du choc ſur un même point C, ſous differentes élévations d'une même bombe, eſt en raiſon des racines des diamétres AF, AG, &c. $= \sqrt{\frac{aa}{s}}$; la force reſpective eſt en raiſon compoſée du poids des bombes, & des Sinus des angles d'incidence (*Chapitre premier, Section ſeconde de la troiſiéme Partie*) *:* donc la force reſpective d'une bombe tirée ſous differentes élévations ſur un même point C, avec differentes charges ſur un même plan incliné, eſt en raiſon compoſée de la racine des diamétres AK. AH, &c. ($\sqrt{\frac{aa}{s}}$), du Sinus de l'angle d'incidence, & du poids de la bombe : or ſuppoſant toujours qu'on jette une même bombe, il faut multiplier cette racine $\sqrt{\frac{aa}{s}}$, par le Sinus d'incidence pour chaque cas : puiſque nous avons cette analogie, comme le Sinus total 10000, au Sinus de l'angle d'incidence ſur la tangente ; ainſi la racine $\sqrt{\frac{aa}{s}}$ du diamétre AK, AH, de la bombe à la force de la percuſſion de ce point : on trouve dans la premiere table précédente *des forces abſolues d'une bombe, &c.* la raiſon du diamétre, ou la force abſolue du choc ſous chaque élévation. On trouve

TABL *égrés sur les Voussoirs d'un demi Cercle vertical de la Voûte de 10 dégrés en le Plan de la Projection.*

CER DE L'IMPOSTE VERS LA CLEF.

Elévation des Piéces de 10 dégrés en 10 dégrés. Dégrés	110	120	130	135	140	150	160	170	180
	Angles d'incidence, & leurs Sinus.								
1									
10									
20	0 0								
30	10 1736	0 0	Inciden	ces imp	offibles.				
40	20 3420	10 1736	0 0						
45	25 4226	15 2588	5 8716	0 0					
50	30 0000	20 3420	10 1736	5 8716	0 0				
60	40 5427	30 5000	20 3420	15 2588	10 1736	0 0			
70	50 7660	40 6427	30 5000	25 4226	20 3420	10 1736	0 0		
80	60 8660	50 7660	40 6427	35 5735	30 5000	20 3420	10 1736	0 0	
89	69 9335	59 8571	49 7547	44 6946	39 6293	29 4848	19 3255	9 1564	0 0

ſions faites ſur le quart de Cercle qui eſt du côté oppoſé à la Batterie.

TABLE des ... *ical de la Voûte de 10 en 10 dégrez, en supposant que le demi Cercle est dans le Plan* ... *n éleve la piece en dessus ou en-dessous de la direction de 45 dégrez.*

Dégrés des Arcs, ... mencer de l'Impost ... Voûte vers la C ... 10 DEGRE'S.

Elévation des Piéces de 10 dégrés en 10 dégrés.	Dégrés d'élévation.	Diamétres.	110	120	130	135	140	150	160	170	180
			Force du Choc de la Bombe sur les Voussoirs.								
	1	286532									
	10	29239									
	20	15556	0	Percussions	impossibles.						
	30	11547	1 85752	0							
	40	10154	3 44565	1 74902	0						
	45	10000	4 22600	2 58800	0 87100	0					
	50	10154	5 03750	3 44565	1 74902	0 87753	0				
	60	11547	6 87689	5 35000	3 65940	2 76916	1 85752	0			
	70	15556	9 49840	7 96948	6 20000	5 24024	4 24080	2 15264	0		
	80	29239	14 72200	13 02200	10 92590	9 74950	8 50000	5 81400	2 95120	0	
	89	286532	49 94225	45 85485	40 37645	37 16110	33 66755	25 93680	17 41425	8 36740	0

Percussions sur le quart de Cercle qui est du côté opposé à la Batterie.

dans la table précédente, *des angles d'incidence d'une bombe, &c.* le Sinus d'incidence correſpondant : on les a multipliés l'un par l'autre, & ce produit donne la force du choc.

Il ne reſte plus qu'à diviſer ces produits qui ſont l'expreſſion de la force du choc par 10000, en retranchant les quatre dernieres figures : j'en ai retranché 5 (ce qui revient au même), afin qu'on puiſſe voir plus facilement les différences de leurs rapports.

Le premier nombre de chaque cellule de cette table donne la quantité abſolue du choc : le ſecond nombre de chaque cellule donne une fraction dont le dénominateur eſt = 100000.

C'eſt de cette façon que ſera conſtruite la table ſuivante, afin de faire voir les différences des chocs ſur les differentes voutes, à meſure que les voutes en ſont plus ou moins inclinées, afin de pouvoir prendre la courbe qui leur convient le mieux, pour les dérober aux violentes percuſſions : l'on peut auſſi s'en ſervir pour trouver l'angle d'élévation, qui donne le plus grand choc ſur un plan incliné, dont l'inclinaiſon ſeroit égale à celle de la tangente de cet arc quelconque déterminé de la voute.

On auroit auſſi pû calculer cette table pour tous les dégrés d'élévation du quart de cercle, & pour tous les dégrés des arcs de la voute, comme on l'a fait pour la table précédente, *de la force abſolue du choc, &c ;* mais la table en eût été embarraſſante ; ainſi on ne l'a calculée que de 10 en 10 dégrés : ce qui ſuffit.

On trouve dans la premiere colonne horiſontale de la table précédente, *des forces percuſſions ſur tous les arcs des vouſſoirs d'un quart de cercle, &c.* l'arc déterminé du vouſſoir qu'on a ſuppoſé être frappé, ou bien un plan dont l'inclinaiſon ſeroit égale à celle de cet arc.

Dans la premiere colonne verticale on trouve les dégrés différens d'élévation en-deſſus ou en-deſſous de 45 dégrés.

Dans la ſeconde colonne on trouve les racines de ces diamétres, qui ſont les viteſſes initiales de la bombe avec cette charge, leſquelles nous avons nommées $\sqrt{\frac{aa}{s}}$ · cette racine exprime la viteſſe que la poudre doit donner à la bombe, pour chaſſer le mobile à cette même diſtance ſous chaque élévation.

Dans les vingt-deux colonnes verticales on trouve la force du choc de la bombe ſur chaque arc déterminé de la voute, ſous chaque élévation du mortier.

Par exemple je veux ſçavoir quelle eſt la force de la percuſſion

d'une bombe tirée ſous l'élévation de 18 dégrés ſur un arc de 30 : je trouve dans la ſeconde cellule de la premiere colonne le nombre de 10 dégrés ; & dans cette ſeconde colonne horiſontale au-deſſous de l'arc de 30 dégrés (qu'on trouve dans la premiere colonne horiſontale), le nombre $\frac{15}{97320}$ ou $15 + \frac{97320}{1000000}$ m'indique la force du choc par cette projection.

L'uſage de cette table eſt auſſi facile qu'utile & curieuſe ; elle eſt univerſelle pour tous les cas poſſibles, pour toutes ſortes de diſtances au niveau de la batterie, & pour toutes ſortes de plans inclinés.

On voit d'un coup d'œil l'angle d'élévation qui donne un plus rude choc, par rapport à chaque inclinaiſon differente d'un plan ; il ne reſte plus qu'à chercher la charge convenable au mortier, pour porter la bombe ſous cette élévation ſur le même but, ce qu'on cherche ainſi.

Je ſuppoſe que l'on connoiſſe la portée du mortier ſous une élévation quelconque, avec une charge moyenne de poudre, afin qu'on puiſſe l'augmenter ou la diminuer, en ſe ſervant de nos mortiers ordinaires, dont on n'a pas coutume de remplir les chambres.

L'on ſuppoſe auſſi que l'on connoit la viteſſe que la poudre imprime aux mobiles à proportion de chaque charge de poudre, comme on l'a vû *dans la premiere Partie*, & qu'on le traitera plus au long dans le ſecond volume.

Cela ſuppoſé, je dis comme la viteſſe $\sqrt{\frac{aa}{s}}$, qui donne la plus forte percuſſion ſur le plan, ou la tangente inclinée dans les tables ; ainſi cette viteſſe connue de la poudre (de la charge moyenne & connue du coup d'épreuve qui eſt auſſi connu), eſt à la viteſſe de la charge qu'on doit trouver.

Il ne reſte plus qu'à chercher cette quantité de poudre qui correſpond à cette viteſſe, elle ſera la charge du mortier qu'on doit pointer ſelon l'élévation qui donne le plus grand choc.

A meſure que les diſtances ſont plus grandes, les charges deviennent exhorbitantes par les hautes & par les baſſes élévations ; car à meſure qu'on élevera les mortiers au-deſſus ou au-deſſous de 45 dégrés, il faut que les forces de la poudre augmentent, pour que la bombe tombe auſſi loin que ſous l'élévation de 45 dégrés, avec une charge moindre : ce qui eſt évident, puiſque la portée ſous l'élévation de 45 dégrés, avec une même quantité de

poudre, est la plus grande : il suit de-là que pour frapper un plan incliné avec la plus grande force absolue du choc de sa bombe, il faut se rapprocher du but, changer toujours le mortier autant qu'il est possible, & le pointer sous l'élévation qui donne le plus grand choc sur le plan incliné, s'il est possible, ou son élévation qui approche le plus de celle-ci.

L'on verra déja par cette table une partie de la diminution des forces des percussions sur une voute, qui est couverte d'un massif de maçonnerie; puisque ce couvert oblige à battre la voute sous une élévation moindre; il n'y a donc qu'à prendre la ligne de gauche à droite des percussions des voutes sous l'élévation égale au complément de l'inclinaison du couvert, & l'on voit combien les percussions dans cette ligne sont moindres que les percussions supérieures sous une plus grande élévation.

J'y ai mis d'un côté les percussions du quart de cercle vertical GF (*Fig. XII.*), du côté de la batterie, & de l'autre les percussions qui sont faites sous chaque élévation, sur le quart de cercle vertical GM, opposé à la batterie, par où l'on voit que les percussions diminuent insensiblement jusqu'à zero, lequel point sera toujours un arc égal à la somme de 90 dégrés, & de l'arc de l'élévation : de sorte que l'élévation de 10 dégrés ne peut battre qu'un arc de 100 égal à 10 dégrés de l'élévation, & à 90 dégrés : ce qui est évident, puisque la différence de 100 à 10 étant 90, son complément sera 0, & par conséquent la percussion sera nulle, & en-dessus de 100 jusqu'à 180, les percussions sont impossibles; car ajoutant à l'arc CF, l'arc de 90 dégrés CG*i*, la projection H*i* étant parallele à la projection CD, puisqu'elle est la même, l'angle CD*i* étant droit, l'angle alterne D*il* le sera aussi; & par conséquent la projection H*l* sera tangente au point *i*; & par conséquent on ne peut plus concevoir aucune projection entre M*il*, qui soit parallele à H*l*, sans qu'elle coupe le cercle *i*M : dans les colonnes verticales qui prennent de haut en bas, l'on trouve les percussions de 10 en 10 dégrés d'élévation sur un même point du demi cercle vertical de la voute en plein ceintre; & dans les colonnes horisontales, qui prennent de gauche à droite, on trouve sous chaque élévation de mortier de 10 en 10 dégrés toutes les percussions faites sur les différens points du cercle vertical de la voute.

Cette table ne comprend que les percussions faites sous une direction perpendiculaire à l'horisontale du plan incliné; nous

allons maintenant donner aussi une table pour les percussions sous une direction oblique à l'horisontale du plan incliné, avec une même charge; mais il faut pour cela examiner encore mieux le mécanisme des percussions.

CHAPITRE CINQUIE'ME.

De la Mécanique des percussions des Bombes, dans lequel on examine l'éfort d'un Plan contre la force du mouvement d'une Bombe, & les différens points des percussions sur la surface des Bombes contre les Plans.

A Présent qu'on ne considére plus le choc d'une ligne, mais celui d'un corps sphérique, nous allons examiner les différences que les points de percussion pris sur la surface de ces corps sphériques, qui frappent sur une voute, ou sur un plan, doivent apporter; car de ce que nous avons établi dans le Chapitre précédent, il paroit que les angles d'incidence étant égaux sous les mêmes élévations, les percussions doivent être égales sur toutes sortes de plans; mais il y a des réflexions à faire là-dessus, que peu de personnes ont fait.

PROPOSITION PREMIERE.

Si une Bombe frappe un Plan horisontal sous toutes sortes d'élévations, & de toutes sortes de points de Batterie, elle le frappera toujours au même point de la direction de sa gravité.

DE'MONSTRATION.

De quelle maniere que parte la bombe (*Fig.* 123.), son poids & sa figure seront toujours de même; & de quelle maniere qu'elle sorte du mortier, elle prendra toujours son équilibre; & par conséquent la direction GP de sa gravité ne variera jamais, & sera toujours au même point P, d'autant qu'étant plus épaisse à son culot P, que vers l'empoulette R: une fois qu'elle a pris son équilibre, elle ne peut plus se balancer sur son axe PG, *par les Mécaniques;* il n'est donc question que de prouver qu'elle frappera toujours le plan

plan horisontal par son axe PG de gravité : ce qui est évident, puisque ne pouvant frapper le plan horisontal, que par son point d'attouchement, *par le troisiéme Livre d'Euclide*, elle doit former un angle droit GPC sur l'horisontale, ou la tangente PC du point de percussion ; mais parce que la direction PG est toujours perpendiculaire à l'horison par la nature des graves, & que PC est supposé horisontal, il s'ensuit que GP est toujours perpendiculaire au point P du plan, & parce que du centre de la bombe on ne peut tirer qu'une perpendiculaire au point P du plan de la bombe ; ce sera donc l'unique point qui puisse frapper sur le plan. C. Q. F. D.

PROPOSITION SECONDE.

Si une Bombe frappe d'un même point de Batterie, sur le même point d'une ligne inclinée, qui soit dans le Plan de sa projection, sous toutes les élévations possibles, elle le frappera toujours par le même point de sa surface.

DE'MONSTRATION.

Puisque la bombe doit frapper la ligne DN (*Fig.* 124.), qui est dans le plan de sa projection, il faut que le point C de sa percussion soit celui de l'attouchement ; & par conséquent que BC soit perpendiculaire au point C de son attouchement sur la ligne inclinée ND, elle ne peut donc plus le frapper par le point P de la direction de sa gravité, qui ne peut être perpendiculaire à une inclinée ; ce point C sera éloigné de P de tout l'arc PC de l'angle PBC, ou de son alterne CFD, à cause des deux paralleles BP, DF ; mais l'angle CFD, à cause de l'angle droit DFN, est le complément de l'arc de percussion OC, & est égal à l'angle CNF de l'inclinée NC avec l'horisontale NF, puisqu'ils sont tous deux complément de l'angle NDF, lequel angle CNF est toujours le même, puisqu'on suppose le même point C de percussion sur la voute, si c'est un cercle ou la même inclinaison CNF, si c'est une ligne inclinée, par conséquent l'arc PC sur la bombe sera toujours le même, à quelle hauteur que s'éléve la bombe, puisque le point P, *par la précédente*, ne variera point non plus que l'angle PBC ou DNF son égal. C. Q. F. D.

Pp

PROPOSITION TROISIE'ME.

Trouver le point de percussion d'une Bombe tirée sur un Plan incliné, d'un point de Batterie oblique à l'horisontale du Plan.

Supposons qu'on ait tiré la bombe sans élévation, & du but en blanc du point A (*Fig.* 125.), au point F du plan incliné GH, par une direction AF perpendiculaire à la ligne horisontale DQ du plan incliné; la bombe le frapperoit au point F, qui est celui de sa direction AF, si elle frappoit l'horisontale PG, qui termine la surface du plan incliné; & si on tourne la batterie en B, la bombe ne frappera plus PG par le point F de sa direction perpendiculaire ACF, & ce point F, qui est dans la bombe, sera autant éloigné du point précédent F, que le point O l'est du point O, à cause des deux angles alternes OCO, *f*CF; & parce que l'angle *f*CF est complément de l'angle d'incidence CEF, il s'ensuit que le complément de l'arc AB ou OO, sera l'angle d'incidence CEF, & que le complément de l'incidence sera l'arc *f*F de la distance du point de direction *f*, au point F de la percussion, sur le grand cercle OO*f*F de la bombe.

A présent si nous considerons que la bombe ne peut frapper le plan, que par un point d'attouchement, & par conséquent que le rayon CF doit être perpendiculaire à ce plan, nous verrons que par une direction horisontale AF, elle ne peut frapper une horisontale DQ quelconque dans le plan incliné GH par un grand cercle horisontal; puisque le plan GH étant incliné, une horisontale AF ou *xy* ne peut lui être perpendiculaire; il faut donc que la bombe frappe le plan dans un point au-dessous du grand cercle horisontal *f*OOF; pour le trouver, supposons un grand cercle vertical qui passe par le point N de la direction de gravité de la bombe, & par le point F sur son grand cercle horisontal, éloigné du point *f* de sa direction oblique B*f*, d'autant de dégrés qu'en contient l'arc AB ou OO.

Au lieu de considerer le cercle ONF*f* comme horisontal, considerons-le comme s'il étoit ce cercle vertical; pour lors je dis que le point F de percussion dans le cercle vertical sera éloigné du point N de la direction de gravité, d'autant de dégrés pris sur ce cercle vertical NF, que la ligne inclinée GR avec l'horisontale Gz en contient; or je dis que la bombe frappera ce plan par ce

point ; & je prouve d'abord que c'eſt là ſon point d'attouchement, en prouvant qu'elle eſt perpendiculaire à une horiſontale du plan incliné, & à la ligne inclinée qui la croiſe au point F de ſon attouchement.

Il eſt déja évident que le rayon CF eſt perpendiculaire à l'horiſontale DQ, & puiſque nous avons tiré un cercle vertical du point N au point F, ce cercle ſera auſſi perpendiculaire à l'horiſontale du plan incliné ; & par conſéquent ſon ſecteur NV, qui eſt partie du plan du cercle vertical NFDO, *par le onziémé Livre d'Euclide ;* ſi nous nous reſſouvenons que nous avons fait NV dans le cercle vertical égal à l'inclinaiſon du plan GD, avec l'horiſontale Gz, la ligne CV, *par la précédente*, ſera donc perpendiculaire à la ligne inclinée du plan ; &, *par le onziéme Livre d'Euclide*, par conſéquent a tout le plan incliné. C. Q. F. D.

Il ſuit de cette propoſition, que lorſque la batterie change à tout autre point B, le point de percuſſion change auſſi dans la bombe ; mais de quelle élévation que parte la bombe d'un même point de batterie A ou B, ſur le plan incliné, elle le frappera toujours par un même point de chaque même point de batterie ; ce qui eſt bien évident, puiſque de quelque hauteur que la bombe tombe, les plans de toutes les projeƈtions ſous toutes les élévations, formeront un même angle d'incidence avec une horiſontale du plan ; & par conſéquent le point F ne changera point dans le cercle horiſontal ; & de même de quelque hauteur que tombe la bombe, l'inclinaiſon du plan RGz ne changera jamais, ni par conſéquent le point V de l'arc VF, pris dans le cercle vertical de la bombe, lequel en eſt le complément.

Il ſuit encore que ſi une bombe part d'un même point, quoique ſous une même élévation, ſur tous les points infinis d'un même cercle horiſontal d'une voute ſphérique, elle ne le frappera jamais au même point V pris dans la bombe, puiſque le point F changera dans le grand cercle horiſontal de la bombe, à meſure que l'angle d'incidence CEF changera, comme il doit changer, à meſure que les points des percuſſions changeront ſur le cercle horiſontal de la voute, par la differente inclinaiſon des tangentes ; mais l'arc NV, pris dans le cercle vertical de la bombe, ſera toujours de la même grandeur, & ne fera que rouler à l'entour de l'axe de la direƈtion de gravité DQ : de ſorte que ſi la bombe frappe d'un même point de batterie ſur tous les points infinis d'un même cercle horiſontal de la voute, elle le frappera ſur tous les

points infinis d'un même cercle horisontal de la bombe, & ce cercle dans la bombe sera d'autant de dégrés au-dessous d'un grand cercle horisontal de la bombe, que le cercle horisontal frappé de la voute sera au-dessus de son imposte, & le point F (*Fig.* 126 & 127.), dans le cercle horisontal de la bombe, sera éloigné du point *f* de la direction du mortier, d'autans de dégrés que le point F dans le cercle horisontal de la voute, sera éloigné du point *f* de la direction sur la voute : de sorte que si la bombe frappe la voute de F en 2 (*Fig.* 126.), les points de percussion sur la bombe seront de F en B (*Fig.* 127.).

Si la voute est frappée de 2 en O, les points de percussion sur la bombe seront de B en E; & si la voute est frappée de O en 6, les points de percussion sur la bombe seront de E en C; enfin si la voute est frappée de 6 en F, les points de percussion sur la bombe seront de C en F, & parce qu'on peut prendre sous le cercle vertical PRSQ de la bombe, autant de cercles horisontaux CF, BE, qu'il y a des points infinis dans le cercle vertical NMFO du globe de la voute sphérique; il s'ensuit que si une bombe frappe une voute sphérique 206FNO, par tous ces points infinis, la bombe la frappera par tous ses points infinis de son hémisphére CFBE, S; car tous les points de percussion sur le cercle vertical de la voute ONMF, seront semblablement placés sur le cercle vertical BSQ de la bombe, & tous les points des percussions sous les directions obliques qui seront sur les cercles horisontaux de la voute, seront semblablement placés sur un semblable cercle horisontal de la bombe.

L'on voit aussi que si le cercle horisontal 206F de l'imposte de la voute est battu par tous ses points infinis, les points de percussion seront semblablement placés sur tous les points infinis du grand cercle horisontal CFBE de la bombe.

REMARQUE.

Il faut observer qu'il y a deux directions differentes dans la bombe : la premiere direction est celle de son impulsion, qui est celle que nous avons consideré jusqu'à présent comme PC (*Fig.* 128.) : la seconde c'est celle de la gravité, comme OF.

Ces deux directions sont toujours dans le plan de la projection ARM, AP, OC de la bombe : si elle tombe sur un plan horisontal sous l'élévation de 90 dégrés, pour lors il ne reste que la seule

direction de sa gravité BF (*Fig.* 129.), & elle frappe le plan selon cette direction avec toute sa force absolue ; mais dans tous les autres cas la bombe ne peut frapper un plan avec sa force absolue ; car elle perdra, ou de la force de sa direction d'impulsion OM (*Fig.* 128.), ou de la force de la direction de gravité OF, ou de l'une & de l'autre.

Lorsque la bombe frappe obliquement un plan horisontal FN (*Fig.* 129.), par une projection oblique MN, elle le frappe toujours au même point F de sa gravité BF; & par conséquent avec toute la force absolue de cette direction; mais elle ne le frappera pas avec la force absolue de la direction d'impulsion MN, ce qui en diminue la percussion.

Lorsque la bombe frappe un plan incliné perpendiculairement par une direction OM (*Fig.* 128.), elle le frappe avec toute la force absolue de la direction d'impulsion OM ; mais elle ne le frappe pas avec la force absolue de la direction de gravité OF.

Lorsque la bombe frappe sur un plan vertical, comme seroit une muraille ou une tour ronde, sous une élévation de 90 dégrés, alors il ne lui reste qu'une direction qui est celle de sa gravité ; & elle touche seulement la verticale sur son grand cercle horisontal : de sorte que cette percussion AB (*Fig.* 130.), au point C, sera nulle, puisque la ligne FD ne s'oppose nullement à la direction AB de sa gravité, & qu'elle n'a plus de direction d'impulsion sous cette élévation.

Si la bombe frappe un plan vertical FD, par une projection, dont le plan soit perpendiculaire à une horisontale du plan vertical sous une élévation moindre de 90 dégrés, elle le frappera toujours au même point C de son grand cercle horisontal, sous quelle élévation qu'elle porte, pourvû que ce soit du même point de batterie, comme nous l'avons vû, pour lors elle perd toute sa force de sa direction de gravité AB, & ne le frappe qu'avec une partie bien affoiblie de son impulsion à proportion que l'angle d'incidence ACF = ODF sera aigu.

Il faut observer ici que si la bombe tombe entre deux plans verticaux GS, FD, comme seroit un puits sous une même direction, de sorte qu'elle puisse les frapper tous deux à la fois, le plan GRS du côté de la batterie, sera moins frappé que le plan FD, qui lui est opposé, quoique l'angle DOR d'incidence, ou MRG soit égal à l'angle d'incidence ODF ou ACF, parce que la muraille FD resiste bien plus au mouvement de la bombe qui va de O à D,

que ne lui resiste la muraille OS, qui ne s'oppose aucunement à son passage; car l'impulsion OD l'emporte vers D dans le moment de sa percussion, sans que la muraille OS y puisse causer aucun obstacle, & sa gravité l'emporte vers B, sans qu'elle puisse non plus s'y opposer; & par conséquent la muraille GRS ne souffre aucun éfort contre le choc de la bombe : au lieu que la muraille DF empêche la bombe d'aller vers D, où elle ne peut aller sans la renverser.

Il faut faire la même observation sur un plan incliné; quoique les angles d'incidence BCM, ALM (*Fig.* 131.), fussent supposés égaux, & que la bombe s'élevât à la même hauteur, la percussion AL est plus forte que la percussion BC, à cause de la résistance du plan NM, contre la bombe qui est plus grande que la résistance MP contre la percussion BC; car il faut, ou que le corps MN, qui lui résiste, céde, ou que la bombe se brise, ou si les ressorts peuvent jouer, qu'elle ressaute vers LF ; c'est-à-dire qu'elle retourne en arriere contre la direction de son impulsion, à moins qu'elle ne s'arrête, & qu'elle retombe par sa gravité; car le corps NM lui resiste, & s'oppose entierement à sa direction vers X ; au lieu que le plan MP ne s'y oppose que fort obliquement; car la la bombe a moins de peine de détourner sa direction de C en D, que de L vers F, puisque son mouvement la porte de ce côté.

Lorsque la bombe frappe obliquement un plan incliné, nous venons de voir qu'elle le frappoit sur un petit cercle horisontal, autant éloigné de son grand cercle horisontal, que le plan est incliné vers la verticale, & sur un point D éloigné du point A de la direction AC (*Fig.*132.) d'autant de dégrés que le point C de la batterie l'est du point M, ou ce qui est la même chose du complément ABD de son angle d'incidence BAD; or à mesure que le plan FN est moins incliné avec l'horisontale PF, le point C sera plus proche du grand cercle vertical de la bombe, & à mesure que la direction d'impulsion AC sera plus oblique à l'horisontale GN du plan incliné, le point D sera plus éloigné du point A, dans le cercle horisontal de la bombe; mais on démontrera dans le Chapitre suivant que plus ce point D sera hors du plan MRB de la projection, ou des deux directions RBC d'impulsion, & BL de la direction de gravité, & plus les directions perdront de leurs forces.

Pour rendre la chose plus sensible, supposons que la bombe ne frappe le plan incliné qu'au bord d'un couvert infiniment incliné

avec la verticale AB (*Fig.* 133.), elle le frappera sur un point X infiniment proche de son grand cercle horisontal, & sur un point X infiniment éloigné de son point Q de sa direction de gravité PQ; de sorte que la direction de gravité sera quasi tangente au couvert, puisqu'elle le frappe quasi sur son grand cercle horisontal 1, 2, 3; le point X du couvert ne s'oppose aucunement au mouvement de gravité de la bombe PQ; puisqu'elle le frappe par son grand cercle horisontal; il s'oppose aussi fort peu à son mouvement d'impulsion MN; parce que le point X de percussion de la bombe est éloigné du point F de la bombe, presque de 90 dégrés; il se fait donc un lévier qui a son point d'appui au point X, sur lequel s'appuye la bombe; mais toute la bombe est emportée violemment par son impulsion MN imprimée à toutes ses parties vers N, par la direction 3z ou MN; elle est encore emportée par la direction de gravité PQ, imprimée à toutes ses parties vers M; il se fera un second lévier 1PX, qui a son point d'apui en X, la bombe se balancera donc sur son axe 1G vers O, par son mouvement de gravité, & cessera d'agir sur X: elle se balancera aussi en même tems sur son axe OX sur le même point d'apui X vers 7, par la direction de son impulsion 3F; de sorte qu'elle s'échappe du point X, & reprend son premier équilibre RX, en continuant sa course vers z, sans se détourner de beaucoup, & avec une petite résistance; car il n'y a presque que le seul équilibre interne des parties de la bombe qui s'y oppose, semblable à deux fardeaux d'un poids infini, qui seroient aux extrémités d'une balance: un seul grain de sable est capable de les mettre en mouvement avec une force infiniment petite: de même la bombe étant équilibrée sur son axe 1G ou oX, rencontre une résistance en X: elle céde dabord & tourne sur son axe; car il importe peu au mouvement acceleré de la bombe, que le point 1 soit plus haut ou plus bas; & il importe encore moins au mouvement d'impulsion de la bombe, que ce point 1 marche devant ou derriere, puisqu'un boulet parfaitement rond voltige incessamment, tandis qu'il tombe du haut en bas, où qu'il est tiré horisontalement ou obliquement, jusqu'à ce qu'il soit en repos, sans que cela détruise tout son mouvement: le point X a peu d'éfort à faire pour changer cette disposition de la bombe; & par conséquent la cause de l'éfort sera petite; mais la cause de cet éfort ne vient pas de la percussion de la bombe: donc cette percussion sera fort petite; si le point de la percussion au contraire est dans le plan de sa projection, alors la

bombe ne se peut plus balancer ainsi sur son axe de gravité, puisque rien ne dérange son équilibre; il est pourtant vrai que la bombe peut se balancer sur l'axe de son impulsion; puisqu'il est libre en haut de suivre son mouvement, & qu'il est retenu en bas par le plan; mais ces sortes de projections sont ordinairement sur des plans horisontaux, par des élévations moindres de 90 dégrés, ou sur des plans verticaux ou inclinés, sous une élévation moindre de 90; mais par une direction perpendiculaire à une horisontale du plan, & pour lors le corps s'oppose au mouvement de l'impulsion.

L'on voit par là combien une voute sphérique est moins sujette aux violentes percussions que la voute oblongue, puisqu'il n'y a que le cercle vertical qui est dans le plan de sa projection, qui puisse être battu directement, & que les points de percussion de la bombe seront tous hors de son cercle vertical de sa projection, dès qu'elle frappera la voute sphérique hors du cercle vertical, qui est dans le plan de la projection de la bombe; ainsi que nous le verrons encore plus au long dans la suite de cet ouvrage.

REMARQUE SECONDE.

Si une bombe part sous une élévation plus grande que l'angle d'inclinaison du plan avec la verticale, son point d'attouchement O (*Fig.* 134.), sera en-dessus du point G de sa direction; car puisque l'angle de l'élévation ABP est plus grand que l'angle OPX de l'inclinaison du plan avec la verticale, son complément PXB sera moindre que l'angle PXO, qui est le complément à l'angle OPX: donc l'arc G8 sera plus petit que l'arc O8; & par conséquent le point G sera en-dessus du point O d'attouchement. C. Q. F. D.

Si elle part sous une élévation égale à l'inclinaison OPX du plan OP avec la verticale PX, le point d'attouchement sera au point O de la direction RO, & si elle part sous un angle d'élévation, par la direction MN moindre que l'angle OPX, le point O de l'attouchement sera en-dessous du point N de la direction, ce qui se démontre de la même maniere.

Si le plan incliné *zp* est du côté opposé à la batterie, il y aura cette différence que la direction ne peut jamais être perpendiculaire au plan incliné, & que son angle d'incidence en sera toujours aigu, son élévation doit être plus grande, ou tout au moins égale

égale à l'inclinaiſon du plan *zp* avec l'horiſontale *p*, &c. mais le point z d'attouchement dans la bombe ſera toujours également éloigné du point 8 de la direction de gravité de la bombe d'autant de dégrés qu'en contiendra l'angle d'inclinaiſon *zp* avec l'horiſontale *p*, & le point z d'attouchement ſera en-deſſus du point de la direction d'impulſion ; & de même que nous l'avons obſervé dans la voute : ſi l'élévation eſt égale à l'inclinaiſon du plan, le point de percuſſion dans la bombe ſera éloigné de 90 dégrés du point de la direction, qui ſera pour lors parallele par conſéquent au plan incliné *zp* : ſi la bombe part ſous un angle moindre, la percuſſion ſera impoſſible.

Lorſque le point d'attouchement O eſt en-deſſous du point N de la direction d'impulſion, la bombe aura ſon point d'apui au point O ; & pour lors il faut examiner le lévier recourbé MXO, la direction d'impulſion MXN pouſſe la bombe contre RF, & le plan la repouſſe contre R ; de ſorte que n'y ayant rien qui empêche la bombe de ſe mouvoir ſur ſon point O ; elle s'éléve ſur ce point d'apui en s'approchant contre F, & ſon axe V8 ſe balance, de ſorte que V s'approche de F, & 8 s'éloigne de G; la direction de gravité VP agit auſſi de ſon côté ; car il ſe fait un autre lévier recourbé CXO, qui a ſon point d'apui en O, & tout le poids, & toute la viteſſe acquiſe de la bombe agiſſent violemment, pour la faire deſcendre vers z ; de ſorte qu'elle tend à faire contrebalancer V8 de F en V, & à faire deſcendre M vers C, & V vers A; mais nous venons de dire que la direction d'impulſion MXN agit dans un ſens contraire ; donc il ſe doit faire ici une deſtruction de force, & la bombe ſe trouve balancée ſur ſon point O, ſur le plan qui ſoutient cet éfort ; & par conſéquent la réſiſtance qu'il doit oppoſer eſt plus grande, &, *prenant les cauſes pour les effets*, les percuſſions plus fortes ; au contraire ſi le point d'attouchement O, eſt en-deſſus du point G, il y aura une bien moindre réſiſtance du côté du mouvement de la bombe.

Il faut conſiderer ici le lévier recourbé AXO, qui a ſon point d'apui en O, & la direction d'impulſion pouſſe la bombe vers B, pour la faire deſcendre vers P; de ſorte que les deux forces, & d'impulſion & de gravité, agiſſent de concert contre la bombe, pour la pouſſer vers P, puiſque le lévier CXO de la gravité de la bombe a auſſi ſon point d'apui en O, & pouſſe la bombe par la direction de gravité VP, pour la faire deſcendre en P ; & cela avec autant plus de viteſſe, que la direction d'impulſion AB eſt

moins inclinée avec la verticale VX, & que la bombe tombe de plus haut : quelle résistance peut apporter le point O ? fort peu ; car il importe peu pour le mouvement de gravité VP de la bombe, que le point C soit plus haut ou plus bas, elle se balancera donc comme nous l'avons déja dit sur son axe de gravité VP sur son point O, qui s'échappe du point O du plan, & laisse voler la bombe de O vers P, ou bien la fera ressauter, si les ressorts des corps peuvent jouer ; & parce que la bombe ne s'arrête pas sur ce point O, ce point ne fait qu'un petit éfort contre la bombe ; & par conséquent la percussion, *en prenant les causes pour les effets*, sera moindre. C. Q .F. D.

REMARQUE TROISIE'ME.

Puisqu'à mesure que la bombe frappera le plan incliné AM (*Fig.* 135.), par une direction GF inclinée à la ligne horisontale AC du plan, nous avons vû qu'elle le frappe dans un point B éloigné du point N de son impulsion, d'autant de dégrés qu'en contient l'angle FDB complément de l'angle d'incidence DFB ou 3D4 son égal : les éforts des impulsions des bombes contre les plans, seront donc dans la raison du Sinus de l'arc QN ou O4 son égal, ou ce qui est la même chose du Sinus de l'angle d'incidence DFB.

Si la bombe frappoit le plan par une direction QD5 parallele à l'horisontale du plan, l'éfort de l'impulsion seroit nul, si la bombe n'avoit point d'élévation, & l'éfort de la gravité seroit nul, si le plan étoit vertical ; il ne restera donc pour lors, & de l'une & de l'autre de ces deux forces, qu'autant que la bombe partira sous une plus grande élévation, & que le plan sera incliné avec la verticale.

Si la bombe étoit élevée de 90 dégrés, n'ayant plus de mouvement d'impulsion, pour lors il ne resteroit que sa direction de gravité, qui seroit dans la raison du Sinus de son arc vertical entre son grand cercle horisontal, & le point de son attouchement, à mesure qu'elle partira sous une élévation au-dessus de la direction horisontale, en s'approchant de la direction verticale de 90 dégrés, elle reprendra la force de la gravité & de son impulsion, jusqu'à ce qu'étant élevée à 90 dégrés, il ne lui reste plus que sa gravité : l'élévation de la bombe entre donc dans la composition de la raison de son mouvement, & de gravité & d'impulsion.

La force d'une percussion sur un plan incliné FR (*Fig.* 137.),

ſous une direction perpendiculaire PC2 à une horiſontale OL du plan incliné, eſt en raiſon du Sinus de l'arc vertical compris entre le grand cercle horiſontal 1, 3, 2. de la bombe, & ſur ſon point O d'attouchement (ou bien du Sinus de l'angle FQA de l'inclinaiſon du plan avec ſa verticale, que nous avons démontré être égal à l'arc O2,), & du Sinus d'incidence de la direction G*b* ſur la ligne inclinée *b*K du plan RF.

Car par rapport au mouvement d'impulſion G*b*, elle eſt en raiſon du Sinus de complément de l'arc 2B, c'eſt-à-dire du Sinus de l'angle C*b*L d'incidence, comme on vient de le voir, & par rapport à la gravité CM, elle eſt en raiſon du Sinus de l'arc O : 2 ſur le grand cercle vertical 1BO2, compris entre le grand cercle horiſontal 1, 3, 2 de la bombe, & le point O d'attouchement ; ainſi qu'on vient de le remarquer.

REMARQUE QUATRIE'ME.

Puiſque la bombe ſe balance ſur ſon point d'apui A (*Fig.*138.), lorſque ſa direction, ou de gravité CG, ou d'impulſion NM, ne ſont point dans ſon point A d'attouchement; il s'enſuit que plus ce point A ſera éloigné du point G de gravité, plus le lévier CD, qui répond au point A ſera grand ; or plus ce lévier ſera grand, plus le lévier DX le ſera auſſi; & par conſéquent la bombe apuyera moins ſur le point A par ſa gravité; & cela dans la raiſon de CV, ou CX à CD ; puiſqu'il ne reſte que le ſegment AVQD, contre QBGGA, & le lévier DX contre le lévier DV ; or plus le point A ſera près de G, plus la gravité CG ſera d'éfort contre A ; on comprend que l'éfort que la gravité fait ſur le plan au point A, ſera dans la raiſon des lignes AD ou CF ; puiſque plus ces lignes ſeront grandes, plus le point A ſera près du point G ; & par conſéquent plus le lévier DA ſera grand, auſſi bien que le ſegment AVQD, qui doit équilibrer le mouvement contre QXGA : mais les lignes AD, ne ſont autres que le Sinus des arcs AV, & les arcs AV ne ſont autres eux-mêmes que les arcs correſpondants à ces lignes ; donc la force de la bombe, par rapport à la direction de la gravité, augmentera ou diminuera à meſure que les Sinus des arcs AV augmenteront ou diminueront.

En ſecond lieu, plus le point A d'attouchement ſera éloigné du point M de l'impulſion, plus le lévier C5 ou A1 ſon égal ſera long ; mais plus 5C ſera grand, plus 2, 5 ſera petit ; & par conſéquent

le lévier 3, 5 sera beaucoup plus grand que 5, 2; & le segment XBQAGX, qui doit être équilibré par l'impulsion NM, contre le segment x2GAX, sera beaucoup plus grand que celui-ci; or plus le point A est proche du point M, & plus la ligne 5A sera grande, aussi bien que 2, 5; mais plus 2, 5, sera grand, & plus la force de l'impulsion le sera aussi : l'on voit de même comme la force d'impulsion augmentera à mesure que ces lignes A5 ou 1C augmenteront; mais les lignes 1C ou A5 sont les Sinus de complément des arcs AM; donc la force de percussion, par rapport à l'impulsion, augmentera ou diminuera à mesure que les Sinus de complément des arcs AM, où ce qui est la même chose, à mesure que les Sinus des angles d'incidence de la projection d'impulsion NM, sur le plan incliné, augmenteront ou diminueront, puisque cet angle est le complément de l'arc AM.

Nous avons vû, *dans cette Proposition troisiéme*, que les points de percussion rouleront à l'entour du cercle correspondant de la bombe, à mesure que les percussions se feront à l'entour du cercle horisontal de la voute correspondant, l'angle d'incidence diminuera sur le cercle horisontal de la voute (*Fig.* 126.), en même raison qu'il diminuera depuis F à 6, il diminuera de F à 2; & dans la même raison qu'il diminuera de 2 vers O, il diminuera aussi de 6 vers O; de sorte qu'à mesure que la percussion s'approchera du point O, l'angle d'incidence sous cette élévation sur ce cercle au point O, qui est diametralement opposé au point F, sera reduite à zero, parce que sa direction sera parallele à la tangente du cercle au point O : si la bombe frappe la voute sur un autre cercle, au-dessus de son cercle correspondant à cette élévation ; c'est-à-dire qui soit moins éloigné de l'imposte de la voute, ou du grand cercle horisontal de la bombe, que l'arc de complément de l'élévation : alors la bombe frappera sur ce cercle jusqu'à un certain point X, au-delà duquel la percussion sur ce cercle horisontal de la voute & de la bombe sera impossible, parce que l'inclinaison de la tangente avec l'horisontale, sera plus grande que celle de la direction de la bombe avec l'horisontale, *par le Chapitre précédent* : pour trouver ce point X, au-delà duquel la bombe ne pourroit plus frapper sur un cercle horisontal de la voute sous une même élévation : j'ai construit une table des angles de la tangente de la courbe de projection sur la ligne oblique du plan incliné correspondant, & lequel est tangent au point de percussion du cercle de la voute, qui est dans le plan de la projection : or pour connoître

la valeur de cet angle, nous sçavons qu'il est égal (dans la projection EAB (*Fig.* 139.), perpendiculaire à l'horisontale du plan), à l'angle ABC, qui est celui de l'élévation, & à l'angle CBM, qui est celui de l'inclinaison du plan avec l'horisontale CB; &, *par la onzième Proposition du Chapitre premier, Section seconde de cette troisième Partie*, nous savons que lorsque la parabole de projection EPBC, a tourné horisontalement sur son point B de E en F, par un angle EBF de 90 dégrés, l'angle d'incidence FBO est égal à celui de l'élévation ABC; de sorte qu'il diminuera de toute l'inclinaison CBM; or cette diminution se fait également & proportionnellement au nombre des dégrés de l'arc ENF; il n'y a donc qu'à voir combien elle diminuera à chaque dégré de sa circonvolution ENF, supposons que l'angle CBM soit égal à 90 dégrés, l'angle diminuera de 80 dégrés, à mesure qu'il s'approchera de E vers F, c'est-à-dire de $\frac{8}{9}$ par dégrés, & par conséquent de 8 dégrés sur 9.

Supposons l'élévation de 30 dégrés au point 2 (*Fig.* 140.), il ne lui doit rester que cet angle d'élévation : de sorte qu'il ne peut diminuer de 2 à 4, que de cette élévation de 30 dégrés, pour trouver l'arc 2X de circonvolution correspondant à ces 30 dégrés de diminution ; on doit dire, 80 de diminution donnent 90 dégrés de circonvolution ; que doivent donner 30 dégrés de diminution ; on trouvera qu'ils donneront 33 dégrés $\frac{3}{4}$ de circonvolution, lesquels joints à 90, qu'il y a de 1 à 2, le point X sera donc éloigné de 123 dégrés $\frac{3}{4}$ du point 1, ou de 33 $\frac{3}{4}$ du point 2, la bombe ne sera que raser la ligne de l'inclinaison du plan au point X, *dans la Fig.* 126; & par conséquent elle est nulle, & de X à O les percussions sont impossibles ; c'est sur ce principe que l'on a calculé la table suivante des angles d'incidence des projections obliques sur un cercle horisontal d'une voute sphérique, ou des percussions obliques sur une ligne horisontale également éloignée des impostes de la voute oblongue, ou à berceau ; car les percussions faites du point *m* de batterie (*Fig.* 141.), sur un point X, du cercle horisontal d'une voute, sont égales aux percussions faites de la même maniere du point *n* de l'arc semblable *mn* opposé à l'angle XR*g*, ou semblable à l'arc X*g* du cercle de la voute, sur le point *g* de la tangente AB, pris sur le plan dans l'alignement du centre R, & du point *m* de la batterie directe R*m*; c'est-à-dire que si l'on tire sur un plan incliné AB, par une projection perpendiculaire à l'horisontale AB du plan incliné, & que l'on tire sur le même point *g*, du point 12, l'angle A*gn* sera égal à l'angle *m*XO

de la projection oblique *m*X sur l'arc *g*X, semblable à l'arc *mn*, faite du point *m* sur le point X, & autant de points différens *n* on prendra sur l'arc, & même tout le cercle *m*, *n*, *o*, &c. (de sorte que les points soient semblables à d'autres points X du cercle horisontal de la voute), les percussions faites sur le point semblable X, du cercle de la voute du point de batterie *m*, seront semblables aux percussions faites depuis le point *n* pris sur la courbe *m*, *n*, *o*, sur un même plan AB: il suffit, pour le démontrer, de faire voir que l'angle A*gn* sera égal à l'angle d'incidence *mxo*; ce qui est évident, le côté *n*X est égal au côté *mg*, puisque si des deux lignes R*n*, RM, égales comme rayons du grand cercle *mn*, *no*, nous en ôtons les lignes égales RX, R*g*, & restera les lignes égales *n*X, *gm*; le côté A*g* est la tangente de l'arc *g*X; le côté X*o* est la tangente du même arc *g*X; donc ils sont aussi égaux: le côté *gn* est aussi égal au côté *m*X; car dans le triangle *n*R*g*, R*xm*, R*n*, R*m*, sont égales, RX, R*g*, comme rayons du même cercle, le sont aussi; l'angle XR*g* leur est commun; donc *xm*, *ng* sont égales: donc les trois côtés du triangle A*ng* sont égaux aux trois côtés du triangle *m*X*o*, & par conséquent les angles aussi. C. Q. F. D.

Il suit que si l'on tire sur un même point X (*Fig.* 142.), de tous les points d'un cercle M & N, pris à l'entour de ce point sous une même élévation, les percussions faites sur ce même point X, sous cette élévation, de tous les points du cercle MN, dont le centre est le point X, seront égales à toutes les percussions faites sous la même élévation, depuis un même point F de batterie (*Fig.* 143.), sur tous les points du cercle horisontal ADC de la voute sphérique, lequel cercle doit être supposé autant éloigné de l'imposte, que l'inclinaison du plan X *de la Fig.* 142. *précédente*, avec la verticale contient de dégrés.

Car les percussions étant supposées dans la raison des Sinus des incidences, & les angles d'incidence étant égaux, les percussions en seront égales.

Il suit encore que si l'on tire d'un point F, sous toutes les élévations possibles, sur tous les points du cercle vertical GXD ou GXM de la voute sphérique, les percussions seront semblables à celles qui seront faites sur tous les points infinis de la voute oblongue, sous toutes les élévations possibles, depuis le semblable point M & N, pris sur le cercle MN des batteries, *de la Fig.* 142, si du point F l'on tire sur tous les points infinis de la voute sphérique, sur toutes les élévations, les percussions seront semblables à toutes

les percussions qu'on peut faire sur tous les points infinis de la voute oblongue, *de la Fig.* 142, sous toutes les élévations possibles, & de tous les points infinis de batterie qu'on peut prendre à l'entour; car toutes les percussions MX, NX, *dans la Fig.* 142, faites d'un même point de batterie sur tous les points infinis de la voute oblongue, sont égales aux percussions faites de la même maniere sur son cercle vertical, *par la Proposition neuviéme, Chapitre premier de la seconde Partie,* & toutes celles qui sont faites sur les points semblables du cercle vertical DXG, MXG du point F, sur la voute sphérique, sont semblables aux percussions faites de la même maniere sur un cercle vertical *1y5* ou *3y5*, *de la Fig.* 142, ou quelqu'autre de la voute oblongue (car ici les différens cercles verticaux n'importent en rien, puisque toutes les percussions faites d'un même point sur un point semblable des verticaux, & faites de la même maniere dans la sphérique, que dans la voute oblongue sont égales); mais d'un point de batterie N éloigné de M, d'autant de dégrés que le cercle vertical DGX est éloigné de M sur la voute sphérique; de sorte que l'arc DM soit semblable à l'arc MN *de sa Fig.* 142.

L'on voit quelle différence il y a des percussions d'une batterie sur la voute sphérique, & la voute oblongue; puisque tous les points de la voute oblongue peuvent être battus d'un même point M (*Fig.* 142.), avec toute la force des percussions faites sur le cercle vertical GXM de la voute sphérique opposé à la batterie; au lieu qu'à celle-ci, il n'y a que le cercle vertical qui puisse être battu avec la force de tous les cercles verticaux de la voute oblongue, & tous les autres perdent infiniment de leurs forces, comme nous le verrons dans la table suivante, *des angles d'incidence des bombes tirées sous toutes les élévations sur un cercle vertical, &c.*

Je n'ai pas donné dans ces tables, pour les cercles horisontaux, les éforts des percussions, comme je l'ai fait pour le cercle vertical dans la précédente, parce qu'il suffit de connoître l'angle d'incidence, dont le Sinus est le rapport de la force du choc sur un arc d'un cercle horisontal.

Les cellules qui sont dans les colonnes horisontales de gauche à droite, indiquent la diminution de l'angle d'incidence sous un même dégré d'élévation, à mesure que la bombe frappe un arc different du cercle horisontal d'une voute sphérique.

L'on voit dans la colonne verticale du bas en haut, la diminution de l'angle d'incidence sur un même arc d'un cercle

horifontal, fous les differentes élévations de 10, de 20, de 30, &c. dégrés.

La premiere colonne marque les percuffions fur une voute oblongue, d'un point de batterie perpendiculaire à l'impofte de la voute, lefquelles font égales fur toute l'étendue de la voute à celles de cette colonne, dont le deffus commence par zero, c'eft-à-dire que la batterie n'eft point oblique.

L'on peut voir la différence des percuffions fur une voute fphérique avec celle qui eft oblongue, en comparant la premiere colonne des angles d'incidence avec toutes les autres, qui font à droite de celle-ci.

Cette table *des angles d'incidence des bombes tirées fous les élévations de 10 en 10 dégrés, fur les arcs d'un cercle horifontal de 10 en 10 dégrés, éloigné de l'impofte d'une voute fphérique de 10 & de 30 dégrés*, eft fondée fur ce principe; l'on confidére l'angle d'incidence de la bombe fur l'arc vertical de la voute qui eft dans le plan de projection; cet angle eft formé par la tangente de la parabole de la projection, & par la tangente de l'arc de la voute qui eft dans le plan de la projection : le premier nombre de chaque cellule marque le nombre des dégrés de cet angle; & lorfque l'arc vertical de la voute fur lequel fe fait la percuffion eft dans le plan de la projection, pour lors cet angle eft le complément de la différence de l'arc de l'élévation à l'arc de percuffion; comme fi nous cherchons cet angle d'incidence fur un arc de 10 dégrés, par une bombe tirée fous l'élévation de 30 dégrés, on trouve dans la cellule qui répond à ces deux nombres 110 = 70 dégrés, pour cet angle d'incidence d'une bombe tirée fous l'élévation de 30 dégrés à 10 dégrés eft 20 dégrés, dont le complément eft 70; de forte que cette tangente de la courbe de la projection fous l'angle de 30 dégrés, formera un angle de 70 dégrés fur la tangente de l'arc de 10 dégrés qui eft dans le plan de la projection.

A préfent, comme l'on doit connoître l'angle d'incidence fous cette même élévation de 30 dégrés, fur tous les points du même cercle horifontal éloigné de l'impofte de la voute de 10 dégrés, lefquels changeront à mefure que les arcs verticaux de percuffion s'éloigneront du cercle vertical de la voute, qui eft dans le plan de la projection, ainfi que nous l'avons démontré dans la raifon des dégrés même du cercle horifontal : on confidére pour cela l'angle d'inclinaifon de la tangente de l'arc de percuffion, lequel étant éloigné de l'impofte de 10 dégrés, aura par conféquent un angle

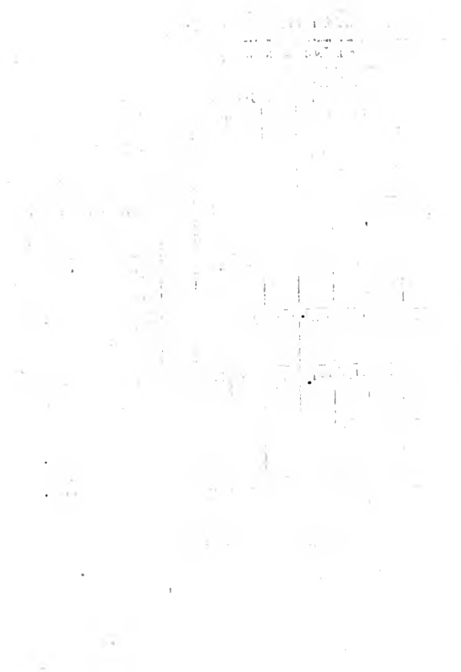
T A B L E d bes tirées sous les Elévations de 10 en 10 Dégrés sur les Arcs d'un Cercle Cer Dégrés, éloigné de 30 Dégrés de l'Imposte d'une Voûte sphérique.

SUR UN CERCLE HORISONTAL DE 10 DE'GRE'S EN 10 DE'GRE'S.

Elévations des Bombes de dix en dix Dégrés.

0	0	10	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
10	90	81:1/9	36:2/3	30	23:1/3	16:2/3	10	3:1/3	0 105							
20	100	91:1/9	46:2/3	40	33:1/3	26:2/3	20	13:1/3	6:2/3	0 120						
30	110	101:1/3	56:2/3	50	43:1/3	36:2/3	30	23:1/3	16:2/3	10	3:1/3	0 135				
40	120	111:1/9	66:2/3	60	53:1/3	46:2/3	40	33:1/3	26:2/3	20	13:1/3	6:2/3	0 0			
50	130	121:1/9	76:2/3	70	63:1/3	56:2/3	50	43:1/3	36:2/3	30	23:1/3	16:2/3	10	3:1/3	0 165	
60	140	131:1/9 1/3	86:2/3	80	73:1/3	66:2/3	60	53:1/3	46:2/3	40	33:1/3	26:2/3	20	13:1/3	6:2/3	0 180
70	150	141:1/9 1/3	96:2/3	90	83:1/3	76:2/3	70	63:1/3	56:2/3	50	43:1/3	36:2/3	30	23:1/3	16:2/3	10
80	160	151:1/9 1/3	106:2/3	100	93:1/3	86:2/3	80	73:1/3	66:2/3	60	53:1/3	46:2/3	40	33:1/3	26:2/3	20
90	170	161:1/9 1/3	116:2/3	110	103:1/3	96:2/3	90	83:1/3	76:2/3	70	63:1/3	56:2/3	50	43:1/3	36:2/3	30





angle de 10 dégrés pour l'inclinaison de sa tangente avec la verticale, *par la Proposition premiere, Chapitre second de la premiere Section de cette troisiéme Partie;* & par conséquent son complément 80 dégrés, sera l'angle d'inclinaison de cette tangente avec l'horisontale; & parce que l'angle d'incidence diminuera de tout cet angle d'inclinaison du plan avec l'horisontale, sur un arc de 90 dégrés du cercle horisontal: il s'ensuit que pour trouver la diminution de cet angle d'incidence de 10 en 10 dégrés sur le cercle horisontal, il faut faire cette analogie 90, 80 : : 10, 8, $+\frac{8}{9}$; c'est-à-dire comme le quart de cercle de 90 dégrés, est à la diminution totale de toute l'inclinaison du plan de 80 dégrés; ainsi l'arc de 10 dégrés sera à la diminution de l'incidence sur cet arc, laquelle sera de 8 dégrés $\frac{8}{9}$ de 10 en 10 dégrés: il ne reste plus qu'à ôter cette différence de l'arc de 110 dégrés, pour avoir l'angle d'incidence sur ce 10[e] dégré du cercle horisontal 101 & $\frac{1}{9}$, & de rechef si l'on ôte cette différence $8+\frac{8}{9}$ de $101+\frac{1}{9}$, on aura l'angle d'incidence sur le 20[e] dégré du cercle horisontal, lequel sera $92+\frac{2}{9}$; & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'il ne reste rien; on continuera à ôter 8 dégrés $\frac{8}{9}$ de l'angle d'incidence, pour l'angle d'incidence immédiatement suivant de 10 en 10 dégrés.

C'est de cette maniere qu'on a trouvé tous les autres angles d'incidence par toutes les élévations de 10 en 10 dégrés sur ce cercle horisontal éloigné de 10 dégrés de l'imposte d'une voute sphérique.

Lorsqu'on est parvenu à zero, on trouve dans cette cellule audessous du zero un nombre, lequel marque l'arc du cercle horisontal, sur lequel se termine la percussion possible sur ce cercle: par exemple par l'élévation de 30 dégrés, on voit que l'on ne peut battre que 123 dégrés $\frac{3}{4}$ de ce cercle, tandis que par l'élévation de 80, on le bat tout entier.

Il y a 20 colonnes dans chaque page: dans la premiere on trouve les dégrés d'élévation: dans la seconde on trouve les dégrés d'incidence sur les points du cercle vertical AVN (*Fig.* 144), qui est dans le plan de la projection FMQ; dans les autres colonnes on trouve les angles d'incidence sur les arcs différens du demi cercle horisontal QRCB de la voute de 10 en 10 dégrés, en supposant que les bombes partent toutes d'un même point F; & par conséquent les percussions, selon les angles d'incidence sur l'autre demi cercle horisontal QDB de la voute, seront égales à celles qui sont faites semblablement sur ce demi cercle QRCB.

Les premieres cellules de chaque colonne marquent le nombre des dégrés de l'arc horisontal QP, sur ce cercle horisontal CBDR.

Dans la page suivante de cette table, on trouve de 10 en 10 dégrés les incidences sur un cercle horisontal de la voute sphérique, éloigné de son imposte de 30 dégrés ; ce qui change l'inclinaison de l'horisontale avec la tangente de l'arc vertical de cette percussion, laquelle sera de 60 dégrés : de sorte qu'au lieu de diminuer de 10 en 10 dégrés, de 8 dégrés $+ \frac{8}{9}$, comme dans la page précédente, les incidences diminueront de 6 dégrés & deux tiers, de 10 en 10 dégrés ; car nous avons 90, 60 :: 10, $\frac{600}{90} = \frac{60}{9} = 6 + \frac{2}{3}$; de sorte que les différences d'une incidence à l'autre seront de $6 \frac{2}{3}$, de 10 en 10 dégrés.

Dans la premiere colonne, le premier angle d'incidence sous l'élévation de 10 dégrés sera de 70, parce que la différence de 10 à 30 est 20, dont le complément est 70 : ensuite si l'on ôte $6 + \frac{2}{3}$, on aura $63 + \frac{1}{3}$ pour l'angle de l'incidence, sous l'élévation de 10 dégrés sur l'arc de 10 dégrés de ce cercle horisontal, qui seroit éloigné de l'imposte de 30 dégrés ; en retranchant toujours 6 dégrés & $\frac{2}{3}$ de chaque angle d'incidence, on aura l'angle d'incidence de 10 en 10 dégrés immédiatement suivant ; & ainsi de suite par toutes les autres élévations, en cherchant l'angle d'incidence de la premiere colonne zero du cercle vertical, & ôtant $6 + \frac{2}{3}$; jusqu'à ce qu'il reste zero, on trouvera les angles d'incidence sous cette élévation sur les arcs du cercle de 10 en 10 dégrés.

Ces deux cercles suffisent pour servir d'exemple sur la diminution de cet angle d'incidence : on peut continuer ces tables pour tous les cercles horisontaux, qui sont les élémens d'une voute sphérique, & qui seroient éloignés de l'imposte pour un arc, depuis zero dégrés, jusqu'à 90, de la même maniere qu'on a calculé ces deux tables pour des cercles éloignés de 10 & de 30 dégrés de l'imposte.

On a supposé que l'angle d'incidence diminue proportionnellement aux dégrés du cercle horisontal sur lequel se fait la percussion ; car on a vû que c'étoit la même chose, soit qu'on plaçât la batterie B au tour de la voute A (*Fig.* 145.), considerée pour un point, soit qu'on laissât la batterie au point B, & frappant sur tous les points du cercle horisontal de la voute A, les angles d'incidence en seront égaux ; c'est sur quoi roule tout le principe des tables.

CHAPITRE SIXIE'ME.

Sur la composition de la force absolue du choc d'une Bombe, en ayant égard à son point de percussion.

J'AI suivi jusqu'à présent les principes communément reçus sur la force des percussions, en supposant que les chocs se faisoient toujours par la rencontre de deux lignes sur un seul point de leur extrémité : mais dès que l'on ne fait plus abstraction de la surface & de l'étendue des corps qui se choquent, on doit faire de nouvelles considerations qui doivent faire changer les rapports des percussions : je n'examine que ce qui interesse mon sujet, à sçavoir le choc des corps sphériques sur des voutes, ou sur des plans différemment inclinés : voici quelle est ma pensée, & mon sistême sur la force du choc de ces corps, & sur celle de l'impression qu'ils font sur les plans & sur les voutes qui sont frappées.

Si un globe A est mû avec une vitesse AB, par une direction AE (*Fig.* 136.), s'il frappe un globe C au point B, je dis qu'il le frappe avec la force NB, & qu'il lui communiqueroit la force BH sur cette direction, si rien ne le déterminoit à prendre une direction differente ; ce que je démontre ainsi.

Le globe A poussé par la direction AE, doit frapper selon le Sinus de son angle d'incidence AEF ou NBF, formé par la direction AE, NB sur la tangente FE au point B d'attouchement, & par conséquent de percussion ; mais cet angle BEA est le complément à l'angle AEB, à cause de l'angle droit au point B : donc l'arc NB, qui est le complément à l'arc BP, mesurera l'angle BEA ; & par conséquent le Sinus NB, par rapport au Sinus total AP, mesurera ou exprimera le choc du globe A sur la ligne FE, par l'angle d'incidence AEB. C. Q. F. D.

En second lieu, le globe C ne peut être frappé au point B, que par le choc du globe A ; & par conséquent par la force BH = NB, ou AM : mais parce qu'il ne peut suivre la direction BH, & qu'il suit la direction BC, qui passe par son centre de gravité C, la force BH doit être reduite à la force BG, puisque la ligne GH perpendiculaire au rayon BC, est parallele à la tangente FE du

point B de percussion ; & par conséquent cette force se doit détruire, il ne doit rester que la force BG.

A cause des deux triangles rectangles & semblables ABN, BGH, puisqu'ils ont les angles au sommet NBA, GBH égaux, on aura AB, BN :: BN = BH, BG: donc si je nomme NB = BH (s), parce que cette ligne est égale au Sinus de l'arc OB, si je nomme (a) le Sinus total AB, on aura $a, s :: s, \frac{ss}{a}$ = BG, qui sera l'impression ou l'effet du choc sur le globe C au point B, par le globe A qui le frappe par la direction AE ou NB.

Si la force AP (A) AM (a) étoient inégales, & si la direction étoit la même, le choc au point B, par chacune de ces deux forces, seroit dans la raison des forces même, c'est-à-dire comme le Sinus total AP (A), au Sinus total AM (a).

Quelque direction qu'on eût donné au globe A, comme ce seroit la direction AO, s'il avoit frappé avec la même force AP = AO, au même point B, le globe C par la direction ML, il le frapperoit avec la force MB, au lieu de le frapper avec la force BH, ou NB ; ce qui se démontre comme le cas précédent ; & l'on fera voir que le globe C sera frappé au point B, par la force BM, suivant la direction ; mais comme la disposition de son centre de gravité l'emporte par la direction BC, comme auparavant, la force BM ou BL, sera reduite à la force CG, ou LR, ou SM, parallele à la tangente FE, qui n'agissent point.

On aura, comme auparavant, AO, ou AB, BM :: LB ou CH, CG : mais BM est le Sinus de l'arc BP, lequel est complément à l'arc OB & AO, où AB est le Sinus total : donc $a, s :: s, \frac{ss}{a}$ = BS ou CG, laquelle sera l'expression de l'effet du choc que ressent le globe C au point B, par la force AO, & par cette direction AO.

Si la force totale AP, AO, par chaque direction AP ou AO, étoit égale, les chocs sur un même point B, seroient toujours dans la raison des s, & leur impulsion sur le globe C, dans celle des $\frac{ss}{a}$.

Si la force AN, AM, par ces deux mêmes directions AN, AP, étoit inégale, le choc par la force AN, suivant la direction AO, sera au précédent par la force AO, comme le Sinus VX, par rapport au Sinus total AN, est au Sinus BM, par rapport à la force ou le Sinus total AO ; car à cause des triangles semblables AVX, ABM, on aura AV, AB :: VX, BM, ou a, A :: $s, \frac{As}{a}$.

De même la force du choc sur le point B, par la force AM, sera à la précédente force du choc par la force AP, comme 34, NB, ou comme AM, AP ; car à cause des triangles semblables A34, ANB, on a comme auparavant AM, AP : : 34, NB.

Si un globe A est poussé par deux directions AO, AP ; de sorte que l'angle OAP soit droit, & que les forces AO, AP soient égales ; je dis que dans quelque point B qu'il frappe le globe C, la force du choc, par ces deux forces, sera toujours égale ; car sa percussion par la direction AO, sera = MB, la percussion par la direction AP, sera = NB ; la force composée AB, sera = $\sqrt{NB^2 + BM^2}$; or tous les rectangles AB qu'on peut faire dans un quart de cercle, auront toujours la même hipoténuse ou le même rayon qui exprime la force composée : donc cette force sera toujours égale.

Je dis encore que l'impression ou l'effet du choc sur le globe C, sera aussi la même ; car les lignes BH, HC, seront toujours égales aux lignes AM, MB, comme je l'ai démontré auparavant : donc les diagonales BC seront toujours égales aux diagonales AB, qui expriment la force de l'impression du choc.

Nous avons vû que la force AP ne donne que la force NB, par l'éloignement du point B de percussion au point P de la direction AP, que la force AO, n'a donné que la force BM sur le point B, à cause de l'éloignement de ce point de percussion au point O de la direction AO. Voila le changement que le point de percussion sur le globe A peut causer dans la force du choc ; & cela dans la raison du Sinus de complément de l'arc BP, & de l'arc OB, ce qu'il faut bien remarquer ; car plus le point B sera proche du point E de la direction AP, & plus le choc correspondant NB (qui est le Sinus de l'arc de complément OB à l'arc BP) sera grand ; de même plus le point B de percussion sera proche du point O de la direction AO par la force AO, & plus le choc correspondant BM, qui est le Sinus de l'arc BP complément à l'arc OB sera grand, ce qu'il faut bien remarquer : nous avons vû aussi que le choc BM sur la direction AB ou BC, se reduit à BS ou BR, & que le choc AM ou BH, se reduit à AS ou BG ; voilà le changement que la direction fait dans l'impression, ou l'effet du choc sur le globe C, ce qu'il faut bien remarquer.

Puisqu'on suppose que l'arc OBP est droit, si l'on nomme le choc BM, (*s*) lequel est le Sinus de l'arc BP : NB sera le Sinus de complément à cet arc BP, & doit être nommé (*c*) : donc AS ou

RC, qu'on a trouvé $= \frac{ss}{a}$ sera $= \frac{cc}{a}$ en mettant c à la place du Sinus s : la ligne SB ou CG sera $= \frac{ss}{a}$ comme auparavant ; puisque c'est le même arc BP, OP ; & par conséquent le même Sinus $c = s$ & $s = s$; mais $cc + ss = aa$; car le Sinus total a, est égal à la somme du quarré du Sinus s, & de son complement c ; donc $\frac{cc+ss}{a} = a$, & comme $\frac{cc}{a} + \frac{ss}{a}$ est la somme des deux chocs, ou l'impression totale qu'il faut sur le globe C, il suit que l'effet de chaque choc sur le point B du globe C, est en raison doublée de la force s ou c de ce choc ; cependant la somme totale, ou l'effet total $\frac{ss}{a} + \frac{cc}{a} = a$ est toujours le même, & dans la raison même de la force (a) composée des deux chocs.

Si le corps A est mû par deux forces, à sçavoir par la force MB. suivant la direction AP, & par la force BM, suivant la direction AO, le choc du corps A sur le corps C au point B, doit être considerée ainsi.

Le choc par la force NB ou AM, est au choc par la force AP, suivant la même direction, comme NB est à 34, ou comme C, $\frac{cc}{a}$.

Le choc par la force MB ou AY, est au choc par la force AP ou AO, suivant la même direction AO, comme BM est à VX, & sera exprimable par la ligne VX ou $\frac{ss}{a}$: donc au lieu du rectangle A3BM, qui représentoit la parallelogramme des forces AO, AP, suivant ces mêmes directions, on aura le triangle A3B4 pour la force AM au lieu du triangle ANB, & on aura le triangle AVX pour la force AY ou BM, au lieu du triangle ABM ; on aura $\frac{c^4}{aa}$ pour le quarré de la force du choc 3, 4, correspondant à la force NB, par la direction AP, & on aura $\frac{s^4}{aa}$ pour le quarré du choc VX correspondant à la force MB, suivant la direction AO; mais si l'on forme un rectangle de ces deux forces, de sorte que AM (*Fig. XXI.*), soit $=$ 3, 4, & que MC $=$ VX, & BM $=$ BM, en faisant le triangle ABM égal au triangle ABM *de la Fig.* 136. Si l'on tire du point C, la perpendiculaire OC sur la direction AB ; je dis que l'impulsion du choc AC, ou son effet par rapport à ces deux forces composantes sur le corps C, est reduit à la force AO ; car la force composée AC, est égale à la force AO $+$ OC ; mais la force OE, comme parallele, n'agit point sur la tangente

FE : cette façon d'examiner la force d'un choc eſt bien differente de celle qu'on ſuit ordinairement, & nous conduit à des rapports bien différens.

Si toute la viteſſe MB agiſſoit ſur le point B, & toute la viteſſe BM auſſi, alors la force du choc feroit toujours égale à la force compoſée AB, dès que les directions AO, AP, formeroient un angle droit OAP; quelque point B de percuſſion qu'on puiſſe prendre (ainſi que je l'ai établi *dans le premier Chapitre de cette Section*), en ſuppoſant que la force NB agiſſoit toujours totalement ſur le point B, parce qu'on prenoit le globe A pour un ſeul point ; mais comme il eſt évident qu'à meſure que le point B ſe trouve plus proche ou plus loin du point de direction de chaque force, le choc doit varier ; on voit qu'en prenant la choſe telle qu'elle eſt en elle-même la ſuppoſition ſur laquelle l'autre méthode eſt fondée, n'eſt pas aſſez éxacte.

Comme l'on peut dire que la force NA, repréſente celle de l'impulſion, laquelle eſt toujours dans la raiſon du Sinus de complément de l'élévation, *par le Chapitre premier, Section premiere de la ſeconde Partie ;* ſi je la nomme C, la ligne BM doit auſſi repréſenter celle de la gravité du globe, lorſqu'il retombe au niveau de la batterie, laquelle eſt toujours égale au Sinus de chaque élévation, *par ce même Chapitre ;* & que je nomme S, la direction de l'impulſion de la bombe ſur l'horiſontale eſt toujours perpendiculaire à la direction AO de la gravité, qui eſt toujours verticale : donc l'arc OBP ſera de 90 dégrés : l'on doit par conſéquent appliquer au choc d'une bombe, ſur un globe, ce que nous venons de dire : le choc ſur le point B, par ſa gravité, ſera exprimable par $\frac{ss}{a}$ & ſon quarré par $\frac{s^4}{aa}$, le choc ſur le point B, par l'impulſion ſera exprimable par $\frac{cc}{a}$, & ſon quarré par $\frac{c^4}{aa}$.

La force compoſée des deux chocs ſera exprimable par AC (*Fig. XXI.*), ſuivant cette direction AC, elle ſera donc exprimable par $\sqrt{\frac{c^4+s^4}{aa}}$; mais par la direction AC, qui change en AB, par la conſtruction des vouſſoirs d'une voute, ou par la proprieté du globe A, la force compoſée AC, qui exprime cette impreſſion ſur le corps C, doit être encore reduite à la force AO.

On a ſuppoſé que l'angle d'incidence ſoit droit ſur la tangente FE ; car quand cet angle ne ſera pas droit, nous verrons bien-tôt les changemens que cela doit cauſer dans les effets des chocs ſur les voutes.

Cette maniere d'examiner la force du choc d'un globe, eſt beaucoup plus conforme aux expériences, & convient à tous les cas, tant en général qu'en particulier ; au lieu que celle qu'on ſuit ordinairement n'y convient pas.

Je vais l'appliquer ſeulement à trois cas, pour faire voir qu'elle convient avec l'autre méthode, dès que l'on peut ſuppoſer avec fondement que la bombe frappe par ſon centre de gravité, & qu'elle n'y convient pas quand on ne peut pas la ſuppoſer ; je prends pour premier cas celui de la force du choc dans le but en blanc ; & pour le ſecond, je prends le choc ſur un plan oblique par une direction élevée ſur un plan vertical, ou ſur un plan horiſontal.

1°. Par la force du choc dans le but en blanc, on a la force $a =$ AP ou AO (*Fig.* 136.), parce qu'il n'y a qu'un mouvement d'impulſion à conſiderer, lequel eſt toujours égal par toute ſorte de direction AO ou AP ; or ſous quelque élévation qu'on tire la bombe, la force du choc du but en blanc, qu'on ſuppoſe former un angle droit ſur la tangente FBE, ſera toujours exprimable par a, & ſon quarré par aa, celle du choc de la bombe hors du but en blanc, lorſqu'elle retombe au niveau de la batterie, eſt exprimable par $\frac{c^4}{aa}$, à l'égard de l'impulſion, & $\frac{s^4}{aa}$ à l'égard de la gravité : ſuppoſons que la force compoſée de ces deux, ſoit $=$ AC, *de la Fig. XXI.* $= \sqrt{\frac{c^4 + s^4}{aa}}$, celle du but en blanc ſera exprimable par $\sqrt{cc + ss} = a$; je prends ces deux quarrés $\frac{c^4 + s^4}{aa}$, & $aa = cc + ss$, je les multiplie tous deux par aa, ce qui n'en trouble point le rapport, j'ai $c^4 + s^4 = aacc + aass$; & je ſubſtitue à la place de aa, $cc + ss$; & j'ai $ccaa + ssaa = c^4 + s^4 + 2ccss$ pour le quarré de la force compoſée de la bombe dans le but en blanc : lequel excede celui de la force compoſée de la bombe, lorſqu'elle retombe ſur l'horiſon par une direction élevée (quelle qu'elle ſoit) de $2ccss$: au lieu que les deux forces ſeroient égales, ſi on n'a point égard au point de percuſſion des globes : ainſi que je l'ai démontré *dans le premier Chapitre de cette Section* : cependant il eſt certain par l'expérience qu'elles ne le ſont point : ſi nous reduiſons la force compoſée AC du choc à la force AO, elle ſeroit encore moindre, comme cela eſt ainſi ; car la force d'un boulet de canon, lorſqu'il eſt tiré de but en blanc, eſt beaucoup plus grande, que quand il retombe au niveau de la batterie à haute volée.

2°. Soit la direction MO (*Fig. XXII.*), d'une bombe A, tirée du point

point M fur la voute, ou foit le globe C qui en eft frappé au point B, la direction OBN foit parallele à la tangente BN du point B de percuffion : il eft certain que fi l'on confidére le mouvement compofé par la tangente OB, de la parabole de la projection de la bombe, cette tangente étant la même que celle des deux globes, la percuffion eft nulle au point B, puifque l'angle d'incidence eft nul; ce qui refulte de nos principes ordinaires, en fuppofant que les globes A & C fe choquent par leur centre de gravité; mais fi je confidére ces deux globes tels qu'ils font, je dis que le point B de percuffion eft encore frappé par la direction BF de la gravité de la bombe, laquelle eft exprimable par $\frac{ss}{a}$ fuivant la direction BF, & à caufe de la direction CB, par laquelle elle agit contre le globe C, elle doit être reduite à la force KB : car fi l'on tire la perpendiculaire KP fur le rayon CB, à caufe des triangles femblables BPC, BKP, on aura CB, BP :: BP, KB, ou en rendant les valeurs, $a, \frac{ss}{a} :: s, \frac{sss}{aa}$; la direction KP eft nulle, parce qu'étant parallele à la tangente BN, elle n'agit point fur elle; mais le quarré de la force BP eft égal au quarré de la force KP, plus à celui de la force KB, laquelle agit totalement par la direction BC fur le corps C, par la nature du globe, comme nous l'avons vû : on voit que cette méthode de compofer la force des chocs des globes, eft plus naturelle que celle qu'on fuit ordinairement.

3°. Soit une direction AM (*Fig. XXIII.*), d'une bombe A, qui frappe un globe ou une voute CB au point B de fa clef: de forte que la tangente BM foit horifontale, l'impulfion horifontale AN = zero, parce que l'arc NB eft de 90 dégrés, & par conféquent fon complément = o.

L'impulfion de la gravité AB, par cette direction = *a*, parce que la gravité frappe au point B de la direction, & qu'elle agit totalement, puifque le complément à l'arc zero dégrés = 90 dégrés; mais nous avons vû que cette gravité fous chaque élévation agit dans la raifon du Sinus de l'élévation, dans l'inftant que la bombe tombe fur l'horifontale de la batterie: donc la force du choc fera = *s* fur le point B: fi nous décompofons la force totale AM, en deux forces AB, BM.

La force BM n'agit point, parce qu'elle eft parallele à la tangente du point de percuffion, il ne refte que la force AB, laquelle eft le Sinus EF d'incidence, par rapport au Sinus total AB ou AF: dans ce cas les deux méthodes conviennent, parce que le point B

de percussion se trouve dans la direction AB de la gravité (ce qui est la même chose que s'il étoit dans son centre par rapport à cette force), & parce que la gravité n'agit aucunement.

Soit de même une bombe A (*Fig. XXIII.*), poussée par une direction AM, comme auparavant, contre un globe NC qu'elle frappe par un point N de son grand cercle horisontal; comme la gravité NP n'agit pas, & qu'il n'y a que l'impulsion AN qui agisse, le globe C sera frappé avec la force totale AN de l'impulsion, parce que le point N de percussion se trouve à l'extrémité de la direction AN: donc la force d'impulsion agira totalement sur ce globe C; & comme la direction NC, par laquelle il ressent l'effet de l'impulsion ne change pas, il est frappé avec toute la force AN d'impulsion, laquelle est égale au Sinus du complément de l'élévation ANB = C, *par le premier Chapitre de cette Section.*

Ces deux méthodes s'accordent dans ce cas comme dans le précédent, parce que la force agit contre le corps C sur le point N de sa direction: on voit effectivement que la ligne AE est le Sinus de l'angle d'incidence AFE ou AIN, par rapport au Sinus total AF : ce qui est évident.

Il resulte de ce que nous venons de voir, que la force absolue du choc au point F, sera toujours décomposée dans celle de la gravité, & dans celle de l'impulsion.

La force de la gravité, par rapport à un même Sinus total (c'est-à-dire sous une même élévation), sera généralement dans la raison du Sinus EF de l'arc vertical NF, compris entre le grand cercle horisontal NGKL de la bombe, & le point F de percussion: or ce point F sera toujours le même, par quelque élévation que parte la bombe sur un même plan incliné, dont l'inclinaison est déterminée : il sera éloigné du grand cercle horisontal AN de la bombe, d'autant de dégrés que l'angle d'inclinaison du plan NP avec la verticale en contient, *par la Proposition troisiéme, Chapitre précédent.*

L'éfort de l'impulsion, par rapport à un même Sinus total, sera aussi généralement dans la raison du Sinus AE ou HF de l'arc vertical BF, lequel Sinus est le rayon du petit cercle horisontal FOPSF de la bombe : or nous avons vû que ce Sinus HF est toujours le Sinus de l'arc FB, complément à l'arc FN; c'est-à-dire celui de l'inclinaison du plan B3 avec l'horisontale, *Proposition troisiéme, Chapitre précédent.*

Sous quelque élévation que la bombe parte, ces deux rapports

seront toujours les mêmes ; mais le Sinus total AB & AN de la force de la gravité, & de celle de l'impulsion, changeront, à sçavoir celle de la gravité dans la raison du Sinus d'élévation, & celle de l'impulsion dans la raison de son Sinus de complément : je nomme *s* le Sinus d'élévation, *c* son Sinus de complément : si le Sinus de l'inclinaison du plan avec l'horisontale, & *u* le Sinus de l'inclinaison du plan avec la verticale.

La force de la gravité sera $\frac{su}{a}$, & celle de l'impulsion sera $\frac{ch}{a}$: car pour la premiere on prendra *s* pour le Sinus total, & l'on dira, comme le Sinus total *a* est à *s* Sinus d'élévation ; ainsi le Sinus *u* de l'inclinaison du plan avec la verticale est à $\frac{su}{a}$: de même la force absolue de l'impulsion sera *c*, & l'on dira comme le Sinus total *a* est à la force *c* d'impulsion ; ainsi le Sinus *h* de l'inclinaison du plan avec l'horisontale sera à $\frac{ch}{a}$ pour l'expression absolue de chaque choc, suivant la direction verticale & horisontale, par une percussion faite sur un arc NQ d'un cercle vertical de la voute C, lequel seroit dans le plan de la projection.

A mesure que la batterie tourne à l'entour d'un même plan incliné *b*3, ou que d'un même point de batterie la bombe frappe différens arcs d'un même cercle horisontal POFS de la bombe, nous avons vû, *Proposition troisiéme, Chapitre précédent*, que le point de percussion F tourneroit dans le petit cercle horisontal POFSP, & que la force de percussion de l'impulsion sur l'arc horisontal, étoit dans la raison des Sinus HX, HV des arcs RS, RT, complémens aux arcs SF, TF, &c : c'est pour cela qu'on a pris le Sinus AE ou HF de l'inclinaison du plan avec l'horisontale, pour le Sinus total dans le calcul de la table des angles d'incidence sur les arcs d'un cercle horisontal d'une voute sphérique C, *dans le Chapitre précédent* ; ce qui a déja été montré, & se pourroit facilement démontrer par cette méthode présente.

Dans l'expression $\frac{ch}{a}$, $\frac{su}{a}$, *h* & *u* sont constantes, dès que l'inclinaison est déterminée *c* & *s*, peuvent varier par trois causes, à sçavoir par la direction, par la force de la charge, & par la durée du mouvement, *Chapitre premier de cette Section* : pour avoir la force absolue du choc à chaque instant, il faut trouver la force de l'impulsion & celle de la gravité pour chaque instant, eu égard à ces trois causes en nommant *g* l'éfort de la gravité 1, celui de l'impul-

Sf ij

ſion dans chaque cas & à chaque inſtant, on aura generalement $\frac{gu'}{a}$ pour l'expreſſion de la force abſolue du choc de la gravité dans cet inſtant, & dans ce cas ; & on aura $\frac{th}{a}$ pour celle de l'impulſion : en ſuivant les regles *du Chapitre premier de cette Section*, dont l'application eſt facile à faire à cette méthode.

L'on ne conſidere en tout cela les percuſſions que dans le vuide, il y auroit encore des conſidcrations à faire dans le plein ; car la force de la gravité, lorſque la bombe retombe ſur l'horiſon, ne ſera pas la même que dans le vuide ; ainſi lorſqu'on dit que les percuſſions ſont dans la raiſon des angles d'incidence, lorſqu'elles ſont faites au niveau de la batterie par une bombe qui tombe ſur un plan incliné ; on ſuppoſe que l'angle de la tangente de la parabole ſoit égal à celui de l'élévation de la bombe, ce qui ne ſeroit pas tel dans le plein, comme nous l'avons déja remarqué *dans le Chapitre premier de cette Section ;* car une bombe qu'on juge devoir retomber par un angle de ſon élévation, par exemple de 45 dégrés retombe peut-être par un angle de 60, & même plus, ainſi que j'en ai fait pluſieurs expériences ; alors la méthode ordinaire *du premier Chapitre de cette Section,* qui eſt déja fauſſe par la ſuppoſition que le corps frappe toujours par ſon centre de gravité, devient encore plus fauſſe par la ſuppoſition qu'on fait de l'angle d'incidence, qui eſt tout autre qu'on le ſuppoſe.

Il eſt bien plus dangereux d'errer ſur la force du choc d'une bombe, que d'errer ſur ſa portée, en negligeant les circonſtances qui en déterminent les rapports ; car l'œil redreſſe un Canonier ou un Bombardier, dès qu'il voit que ſon coup n'eſt pas juſte il le redreſſe, & même chacun là-deſſus ſuit une certaine routine particuliere ; mais lorſqu'il donne un dégré d'élévation pour un autre, pour ruiner ou écraſer un édifice, il ne s'apperçoit pas ſi l'effet du choc eſt plus rude ſous l'une que ſous l'autre ; je penſe qu'il ſeroit très important de s'appliquer à l'examen de toutes les circonſtances qui déterminent la force abſolue du choc d'une bombe.

L'obliquité de la tangente de chaque arc de la courbe de projection, à meſure que la bombe la parcourt à chaque inſtant de la durée du mouvement, n'apporteroit aucune différence dans la force du choc d'une bombe pour ma méthode, ni dans le plein ni dans le vuide ; car les directions des deux forces de la gravité & d'impulſion, ſe croiſent toujours à angle droit, & ſont les mê-

mes par conséquent dans le plein comme dans le vuide à chaque instant ; parce que je ne considére que la direction horisontale pour le choc par la force d'impulsion ; & je ne considére que la direction verticale pour le choc par la force de la gravité.

Comme l'angle d'inclinaison d'un plan est déterminé dans le plein comme dans le vuide, il n'y auroit que les hauteurs ausquelles la bombe s'éléveroit ou s'abaisseroit de moins dans le plein que dans le vuide à chaque instant, qui puisse varier la force du choc de la gravité dans le plein : de même il n'y auroit que l'espace horisontal que la bombe parcourt de moins dans le plein que dans le vuide à chaque instant, qui puisse varier la force du choc par rapport à l'impulsion : il ne seroit pas fort difficile de déterminer & l'un & l'autre par des expériences comme je l'ai dit *dans le dernier Chapitre de la seconde Section :* pour lors on pourroit construire des tables très-éxactes, & encore plus utiles sur la force des percussions d'une bombe sous toutes sortes d'élévations, sur un plan incliné par toutes sortes d'inclinaison, en supposant une même bombe & une même charge : de sorte que les plans seroient supposés situés à la distance de chaque amplitude sous chaque élévation, & que par leurs inclinaisons differentes, la bombe les pourroit frapper par toutes sortes d'angles d'incidence, depuis o à 90 dégrés par chaque élévation : je croirois plus qu'inutile la peine qu'on pourroit prendre à calculer ces tables, sans avoir égard aux points des percussions des bombes, & à la résistance de l'air.

CHAPITRE SEPTIE'ME,

De la Mécanique des Percussions des Bombes, sur les Plans & les Voutes.

Dans lequel on examine la Mécanique de la démolition d'une Voute par l'éfort de la Bombe, & la résistance des Plans & des Voutes contre le choc des Bombes.

JUSQU'A présent nous avons consideré la force de la voute seulement contre la poussée, & l'éfort des bombes sur les surfaces des plans, par rapport à leurs élévations & leurs obliquités, sans avoir égard à la résistance des voutes & des plans ; c'est déja

un prodige de voir qu'une masse de pierre aussi considerable, que toutes celles qui composent une voute, se soutienne en l'air contre leur propre poids; mais c'en est un bien plus grand de voir ces masses monstrueuses se soutenir dans leurs équilibres, & dans leurs arrangemens, contre l'éfort terrible d'une bombe qui tombe dessus avec une si grande vitesse, qu'elle semble en devoir être écrasée.

Puisque le but de cet ouvrage est de décider sur la nature des courbes plus convenables, pour mettre les voutes à l'abri des violentes percussions, & de les affermir contre l'éfort des bombes, il a fallu de necessité entrer dans le détail de la maniere dont la bombe agit sur une voute pour l'écraser, & en même tems la résistance qu'elle oppose à ses secousses pour se soutenir, afin de voir de quel côté il y a plus de résistance & moins de secousses dans une construction que dans l'autre; il faut examiner à fonds les directions des puissances agissantes, & celles des résistances; & pour cela il faut décider de quelle maniere la voute peut se détruire: lors qu'étant équilibrée sur ses piédroits contre sa poussée, le voussoir frappé cédant à la violence du choc de la bombe, tout l'arrangement de la voute peut se détruire; sçavoir si le voussoir qui reçoit l'impression du choc peut s'enfoncer contre son centre, ou s'il oblige les autres à remonter; s'il tend à renverser toute la voute sur son point d'apui, ou à en séparer seulement quelques voussoirs.

Pour le faire avec plus de facilité, je suppose une voute à l'entour de la terre qui lui soit concentrique: nous avons dit, *dans la Proposition troisiéme, Chapitre premier, Section premiere de cette troisiéme Partie*, que les voussoirs G, F, à K, L, sont en équilibre, lorsque leur pésanteur absolue est dans la raison des différences des tangentes 12:23 (*Fig.* 146.), de leurs arcs *a*, K, L, &c: supposons ici que la sphére MPN, SO: soit un canal creux qui retienne tous ces voussoirs, & au lieu de pierres qu'ils soient de liqueurs gélées & dures; car n'importe pour l'équilibre de quelle matiere que soient les voussoirs, ils péseront toujours dans la raison de leurs poids, & supposons que ces liqueurs soient toutes de différens poids, dans la raison des différences des tangentes 12, 23, &c. des arcs des voussoirs, ils seroient tous en équilibre si le centre E de la voute étoit sur la surface de la terre E, tel que sont ceux des voutes dont nous avons parlé jusqu'à présent; mais à cause que ce centre est celui de la terre, tous les joints des voussoirs *a*M concourant au centre E, seront tous verticaux; & par conséquent leur

gravité agira en tous également, & avec toute sa force absolue; puisque dans les voutes dont nous avons parlé, il ne faut augmenter le poids des voussoirs, à mesure qu'ils sont éloignés de la clef, qu'autant que les joints *a*M sont moins inclinés avec la verticale; pour le démontrer, puisque nous supposons que ces liqueurs soient congelées & extrémement dures, nous aurons des voussoirs de glace extrémement polis, & tous separés les uns des autres, qu'il faut considérer comme autant de petits coins qui agissent les uns contre les autres.

Si nous ôtons le canal MM, AO, SN, &c. qui les soutenoit, il est certain que ces voussoirs ne subsisteront plus ainsi dans cet arrangement; car ceux qui seront plus pésans, forceront ceux qui sont plus legers à remonter, ce qui est évident; puisqu'ils agissent entr'eux avec toute la force absolue de leurs pésanteurs: si nous remettons le canal MM, *a*OSN à sa place; & si nous supposons que toutes ces glaces soient liquefiées & mélangées parfaitement, il n'y a pas de doute qu'elles ne fussent dans un parfait équilibre, puisqu'elles seroient équidistantes du centre de la terre: supposons à présent qu'elles soient égales comme auparavant, & que l'on ôte le canal qui les soutient, les voussoirs seront les mêmes, & ne changeront pas plus de figure que si le canal les soutenoit, & qu'elles ne fussent point glacées; car faisant tous un éfort égal par leur gravité, qui est égale dans tous contre le centre F de la terre, ils se soutiendront mutuellement.

Or si nous considerons cette voute dans la vigueur de son équilibre, je dis que la moindre percussion dérange cette voute; car les voussoirs de glace étant extrémement polis, sont autant de coins égaux qui agissent les uns contre les autres, par la force de leur gravité contre un même centre; tandis que cette force sera égale, l'équilibre subsiste; dès qu'elle sera inégale, la plus pésante oblige la plus legere à remonter; pour le démontrer, supposons que le voussoir A (*Fig.* 147.), devienne plus leger: pour lors tous les autres voussoirs RM & O, qui font éfort contre les voussoirs collateraux B & C, feront aussi éfort contre A aux points G & G; car nous pouvons considerer dans l'état de l'équilibre B & C, comme un corps que le coin A tend à fendre, & qui lui resiste avec autant de force que A le presse: de sorte que si nous augmentons l'éfort du coin A, le corps B & C doit ceder, & le coin A doit descendre; & si le coin A est plus leger, le corps B & C le repousse, & A doit remonter.

Suppoſons que le vouſſoir A devienne plus leger, il remontera donc, & à meſure qu'il remonte, il ceſſe d'appuyer ſur les vouſſoirs collateraux B & C, & de s'oppoſer à leur gravité vers F; & par conſéquent ceux-ci deſcendront; mais à meſure que les vouſſoirs B & C deſcendent, leurs joints G & G s'approchent l'un de l'autre, & ceſſent de s'oppoſer à la gravité des vouſſoirs R & M, & ainſi des autres; & puiſque tout cet éfort ſe fait en même tems, tous les vouſſoirs BCRMO ſe précipitent tous en même tems contre F, & parce que leur gravité eſt égale, ils parcourent des eſpaces égaux en des tems égaux; & par conſéquent arrivent tous enſemble ſous les mêmes cercles concentriques, on pourroit remarquer bien des choſes curieuſes ſur leurs mouvemens; mais cela n'importe en rien pour mon ſujet.

L'on peut conſiderer la mer, & toutes les ſurfaces des eaux ſur la terre, comme une voute de la nature de celle-ci, compoſée d'une infinité de vouſſoirs égaux infiniment petits, qui ſe ſoutiennent mutuellement en équilibre: dès que l'air ceſſe par l'aſpiration d'une pompe, ou autre machine de péſer ſur un de ces vouſſoirs, le vouſſoir allegeré remonte, & tous les autres deſcendent; & dès que l'air péſe plus ſur un de ces vouſſoirs par le poids de l'atmoſphére, ou d'une pompe refoulante, tous les autres voiſins remontent, & celui-là deſcend; & cela à proportion des ſurfaces des vouſſoirs.

Nous n'avons parlé juſqu'ici que d'un arc annulaire à l'entour de la terre; mais ſi nous ſuppoſons une voute orbiculaire compoſée de tous ces vouſſoirs glacés, quoi qu'un vouſſoir remontera, l'équilibre ſubſiſtera; & quand il y aura un vouſſoir trop péſant, il ſera remonter les quatre vouſſoirs collateraux, juſqu'à ce qu'il ait pû paſſer en-deſſous de l'intrados, pour ſe précipiter ſur la terre; & pour lors les vouſſoirs élevés ſeulement redeſcendront, & tout ſubſiſtera comme auparavant; ce qui n'arriveroit pas ainſi ſur une voute oblongue, comme nous le remarquerons après que nous aurons examiné ce qui doit arriver ſur une voute, dont le centre eſt ſur la ſurface de la terre.

Suppoſons donc que la voute ſoit comme nous l'avons ſuppoſé au commencement des liqueurs de différens poids, dans la raiſon des différences des tangentes des vouſſoirs, & qu'elles ſoient glacées, elle ſubſiſtera; ainſi puiſqu'elle ſera en équilibre, *par la Propoſition troiſiéme, Chapitre premier, Section premiere de cette troiſiéme Partie;* or je dis que cette voute, telle que nous l'avons conſiderée

considerée dans cette premiere Section, ne peut jamais être en équilibre contre le choc des bombes; puisqu'un seul grain de sable de plus ou de moins sur les voussoirs, feroit, selon la raison de l'équilibre, remonter ou descendre le voussoir auquel on l'aura ajouté ou ôté, comme nous avons vû que cela arrive dans une voute concentrique à la terre, avec cette seule différence que lorsqu'un des voussoirs de la voute excentrique à la terre descend, ou remonte, toute la voute se détruit; mais quant aux voussoirs, dès qu'il y en a un de plus leger, il remontera; & s'il y en a un de plus pésant, il fera remonter son inférieur: si la voute étoit sphérique, quoique excentrique à la terre, il n'y auroit que les voussoirs allégerés ou appésantis, qui remonteroient ou qui descendroient, & tous les autres subsisteroient, sans aucun dérangement, tout comme dans la voute concentrique à la terre.

Car supposé même que la percussion soit assez violente, pour faire remonter tous les voussoirs de la voute, les voussoirs collateraux s'échaperont les premiers, puisqu'ils pésent beaucoup moins que toute la voute, ils ne pourront jamais résister à tout cet éfort, & s'éleveront; pour lors tous les autres voussoirs collateraux des arcs de la voute oblongue, dont les voussoirs sont tombés, n'ayant plus aucun obstacle contre la gravité, s'abattront par leur propre poids les uns après les autres, bien loin de s'élever, & tout l'ordre de la voute se détruira entiérement, parce que les rayons des voussoirs n'étant pas verticaux comme dans les voutes concentriques à la terre, leurs figures ne leur empêchent pas de tomber tous ensemble, & de la détruire, au lieu que dans la voute sphérique tous les autres voussoirs des arcs mêmes, dont les voussoirs sont échapés, se soutiennent dans leur arrangement, parce qu'ils sont taillés en coin, & que les arcs s'arcbouttent les uns contre les autres, comme dans la voute concentrique à la terre.

L'on doit conclure qu'une voute de quelque forme & figure qu'elle soit, ne peut jamais être en équilibre par la construction de ses voussoirs, de quelque courbe qu'ils soient contre le choc des bombes, puisqu'on ne sçauroit ajouter ou retrancher aucune quantité d'un voussoir, sans ôter ou ajouter proportionnellement cette quantité aux autres voussoirs, sans déranger l'équilibre; & comme les percussions augmentent le mouvement ou l'éfort causé par la pésanteur du voussoir, elles feront le même effet que si l'on augmentoit le poids des voussoirs; & par conséquent feront remonter les voussoirs inférieurs: d'où il faut conclure qu'il est

impossible de faire une voute sur tout oblongue à l'épreuve de la bombe de plusieurs voussoirs parfaitement polis, sans frottement & sans mortier.

Il faut donc voir à présent comme les bombes agissent sur une voute, avec frottement & mortier : le frottement doit sans doute resister beaucoup ; mais il ne resistera qu'à un certain point, puisque l'on peut supposer un éfort si violent, que les parties crochues qui se retiennent l'une & l'autre se briseront, & pour lors le voussoir frappé fera remonter ses voisins, & le mortier s'abat : le mortier y fait beaucoup aussi de son côté, puis qu'unissant les voussoirs les uns aux autres, & étant composez dans leurs jonctions d'une infinité de parties crochues qui se retiennent les unes aux autres, il faudroit un choc bien violent pour surmonter cette résistance : l'on peut cependant supposer un éfort si violent, qu'il surmontera cette résistance ; mais ce ne sera jamais le voussoir voisin qui remontera, mais elle se rompra en quelqu'autre endroit, comme nous l'allons voir.

Pour bien agiter cette question, il n'y a que la nature qui la puisse décider ; car il s'agit de sçavoir quel éfort est plus grand, ou celui qui doit forcer le voussoir frappé à se détacher de celui qui le suit immédiatement, ou à séparer la voute en quelqu'autre endroit plus éloigné du point de percussion ; & pour l'examiner, considerons que le voussoir frappé B agit par une direction AB (*Fig.* 148.), perpendiculaire à un rayon BX, pour tendre à séparer la voute BSH du voussoir B : on doit donc considerer cet éfort, comme une puissance qui pousse de B en A à l'extremité du lévier BH, qui a son point d'apui en H : si l'on suppose qu'il se rompe en H, ou à l'extrémité du lévier MC & NF : si l'on suppose qu'il doive se rompre sur le point d'apui C & F, plus le lévier BH, CM, FN, seront longs, plus la puissance appliquée à leur extrémité B, M & N aura de force.

Supposons que la puissance qui pousse contre le voussoir D ou G, soit capable de le rompre en quelque endroit, & que la résistance du corps de la voute, à ne point se rompre, soit égale par tout ; ce sera dans celui qui souffrira son plus grand éfort ; & par conséquent dans le point H, où le lévier BH sera plus grand ; supposé que la section de la séparation ou rupture soit égale par tout ; mais parce que cette section dans les piédroits, est ordinairement plus large que dans les voussoirs CB, BF, la résistance de la tenacité sera dans cet endroit, d'autant plus grande que la superficie y

fera plus grande ; car fi nous confiderons le corps B8H, comme un vouffoir d'une feule pierre, ou de plufieurs pierres tellement liées enfemble par le mortier, qu'elle n'en faffe qu'une : cette rupture fera d'autant plus difficile à faire, que la fuperficie de la fection ou féparation fera grande, & que le lévier fera court, & d'autant plus facile que cette fection fera petite, & que le lévier en fera long : fuppofons cette fuperficie égale pour ne s'attacher qu'à l'examen du lévier ; il eft vrai que la fection 10 : 11, étant parallele à la direction ABN, la puiffance appliquée au lévier A : 10, felon la direction AB, agit plus directement contre la furface 10 : 11, que le lévier BH, felon la même direction AB, n'agit contre la furface H3, & que le poids O de la puiffance réfiftante, que nous fuppofons réunis dans fon centre de gravité étant plus grand, il réfiftera plus à l'éfort que la bombe fera pour le foûlever, que le poids C que nous fuppofons auffi réuni dans le centre de gravité du vouffoir B, 10 ne réfiftera à l'éfort qui le doit foûlever ; mais le lévier A 10 eft beaucoup moindre que le lévier BH de toute la ligne HX ; mais le poids O fufpendu au centre de gravité, eft plus grand que le poids C : de forte qu'il eft difficile de prouver que le corps de la voute ne puiffe jamais fe rompre à la fection 10 : 11 ; car cela dépend des hauteurs des piédroits & de leur largeur, qui approchent ou éloignent le point H d'apui, & augmentent ou diminuent tous les léviers, & dépend encore des points B de percuffion, qui à mefure qu'ils font plus ou moins proches de la clef, augmentent ou diminuent les léviers H3 : 10 : *m*, & les poids O & C.

Nous dirons donc que la force du choc fur un point quelconque B, eft à la réfiftance aux points quelconques tels que *z*, 1c, *p*, ou H, comme le produit du choc de la bombe par le bras du lévier correfpondant A : 10, *b*H, &c, eft au produit du poids du vouffoir compris entre le point de percuffion B, & le point quelconque de rupture tels que *z*, 10, *p*, H, par fon bras de lévier correfpondant tels que 10, M, H3, &c, en fuppofant les fuperficies des fections égales : & fi elles font inégales, les differentes réfiftances des differentes ruptures 10, 11, *pq*, H3, feront dans la raifon compofée de la fuperficie des fections, du poids des corps à foûlever, & des léviers correfpondans M10, H3 : nous fuppofons toujours que la voute fe rompra plûtôt dans les joints des pierres, que de rompre la pierre, parce que nous fuppofons que la tenacité du mortier foit moindre que la tenacité des parties de la pierre.

A meſure que le point de percuſſion B ſera plus proche ou plus éloigné de la clef, les léviers BH augmenteront & diminueront ; il eſt encore évident qu'à meſure que les ſections ſeront obliques à la direction AB, les ruptures par ces ſections en ſeront plus difficiles : de ſorte que la rupture 10 : 11, faite à l'extrémité de l'arc B10, qui ſera toujours égal à 90 dégrés, étant parallele ſera plus facile ; & le point B de percuſſion qui eſt dans la ligne HX, tirée du point d'apui H, au centre X de la voute, ſera toujours le point qui fournit un plus grand lévier BH dans chaque voute ; car ſuppoſons que la bombe frappe au point H (*Fig.* 149.), en-deſſus ou en-deſſous du point B qui eſt dans l'alignement de XM, tirez le lévier CM perpendiculairement à la direction HC, tirez du centre X la ligne XR parallele à la direction CH, & tirez le rayon HX : ſi des lignes BM, CD, nous ôtons XB ou XH & RC égales, il nous reſtera les deux XM, RM ; mais XM, comme hypoténuſe, eſt plus grande que RM : donc la toutte BM ſera plus grande que la toutte CM.

Comme la percuſſion doit auſſi diſtribuer ſon éfort ſur le vouſſoir inférieur HF, il eſt certain que ſouvent elle doit agir auſſi ſur celui-ci, ſelon la même direction CH, mais différemment à la verité ; car cette direction HN (*Fig.* 150.), étant oblique au lévier H*b*, elle n'aura pas la même qu'elle auroit, ſi elle agiſſoit perpendiculairement ſur le lévier *b*H, qui ſera reduit par ſon obliquité à la force du lévier *b*N, *par les Mécaniques ;* de ſorte que ſi l'arc CF de percuſſion joint à celui qui meſure l'angle C*b*B, ſont enſemble un angle droit, le choc de la bombe ſur le point C, n'agira plus pour écarter le vouſſoir CF, puiſque la direction C*b* pour lors devenant parallele, & dans le même alignement du lévier C*b*. elle appuyera ſur ſon point *b* d'apui, & tout l'éfort ſe fera ſur le ſeul vouſſoir CH *p*QB.

J'ai dit qu'il falloit que l'angle C*b*B, & l'arc de percuſſion enſemble fiſſent un angle droit ; car l'angle CFX eſt égal à l'angle C*b*B & CFX, étant complément de CFX, qui eſt l'arc de percuſſion, l'angle *b*CX ſera droit ; & par conſéquent le lévier C*b* ſera parallele à la direction C*b*, puiſqu'ils ſont tous deux dans le même alignement.

Si l'arc de percuſſion eſt moindre que le complément de l'angle C*b*B, la direction de la percuſſion agira entre le point *b* d'apui, & le piédroit de la voute, & ne fera qu'apuyer ſur la baſe *b*6 des contreforts & des piédroits ; & par conſéquent ſera nulle con-

tre ce vouſſoir pour l'écarter : ſi l'arc de percuſſion *pQ* eſt plus grand que ce complément, la direction PN agira en dehors du point d'apui *b*; & par conſéquent tendra auſſi à écarter les deux parties *pQb* & *pH6*.

On trouvera le point C en tirant une tangente C*b* du point d'apui *b* au cercle de la voute FMQ ; de ce point C dépend beaucoup la force de l'éfort des percuſſions des bombes ſur les vouſſoirs de la voute ; car plus ce point C ſera proche de l'impoſte, plus l'arc CM du reſte de la voute vers la clef M ſera grand ; & par conſéquent les percuſſions qui ſe feront ſur chaque point infini, depuis C vers M, agiront doublement contre la voute, puiſqu'elles agiſſent contre les deux parties à la fois, & ſupérieures & inferieures, réſiſtantes ſur les points d'apui *b* des deux piédroits de la voute : d'où il ſuit évidemment que plus le point *b* d'apui ſera loin du point *6* ou du point B des piédroits, & plus l'arc CF ſera grand ; & par conſéquent la voute moins expoſée aux éforts des percuſſions, puiſqu'elles n'agiſſent point contre cette partie ; plus au contraire ce point *b* d'apui ſera proche du point *6*, ou B des piédroits ; & plus l'arc CF ſera petit, & par conſéquent l'éfort de la percuſſion ſur la voute, ſera plus grand ; puiſque les percuſſions agiront ſur un plus grand nombre de vouſſoirs inférieurs, en même tems qu'elles agiſſent ſur les vouſſoirs ſupérieurs ; il réſulte évidemment de là que plus les piédroits ſont hauts, comme auſſi plus le rayon XM de la voute eſt grand, & plus il faut éloigner le point d'apui *b* du point *6* ou B, pour que les percuſſions agiſſent moins violemment qu'elles n'agiront ſur les grandes voutes, & élevées ſur des piédroits plus hauts, de plus que ſur les petites voutes élevées ſur des piédroits moins hauts.

Comme il ſeroit trop incommode, & diſpendieux d'augmenter l'épaiſſeur des piédroits ſur toutes les hauteurs, on peut ſeulement augmenter leurs fondations, en leur donnant plus d'empattement, ou bien mettre des contreforts *b6*, ce qui en éloigne le point d'apui *b*, qui ſe fait à leur extrémité.

Il faut remarquer que nous avons toujours déterminé la direction *p*N, par laquelle le vouſſoir frappé *p* tendoit à écarter la voute, & que nous avons conſideré cette direction *p*N, comme une tangente au point de percuſſion, parce que nous conſiderons le vouſſoir frappé, comme un coin qui agit ſur le reſte de la voute pour l'écarter ; cependant les directions d'impulſion ne ſeront pas toujours perpendiculaires aux tangentes *p*N des points de percuſſion, &

souvent n'agiront pas sur les coins par la direction *p*X, qui est perpendiculaire à leurs tangentes ; & pour lors par conséquent l'éfort du choc de la direction de la bombe n'agira que sur la partie *p*Q ou *p*M de la voute qui se trouve du côté opposé à la direction ; mais il faut considerer que cet éfort agira ainsi sur ce coin en particulier pour sa rupture, & que cet éfort sur le coin sera dans la raison des angles d'incidence; mais si l'on suppose que la tête du coin frappé *p* résiste à l'éfort de rupture, pour lors s'il s'enfonce contre X, il ne sçauroit s'y enfoncer sans que ses faces *p*T n'agissent sur celles du voussoir supérieur, & de celui qui lui est inférieur ; c'est dans ce sens-là seulement qu'on entend que les directions des voussoirs qui tendent à écarter la voute, par la force du choc qui leur a été imprimée, sont toujours celles des tangentes *p*N des voussoirs frappés ; il est évident que cet éfort par lequel le voussoir frappé *p* tend à écarter la voute, & la separer, agit selon la direction *p*N; & que si tout le corps frappé n'étoit composé que d'une piéce qui ne paroîtroit pas, la bombe n'agiroit sur lui que pour le renverser du côté opposé à la batterie.

L'on voit donc que quoique le lévier *pb* soit plus grand, néanmoins si l'on considére l'obliquité de l'inclinaison *pb*B sur la base des piédroits, plus cet angle *pb*B sera aigu, & plus le voussoir supérieur *p*MH*6* résistera à la percussion *p*G : de sorte qu'il vaut mieux que l'arc inférieur CF, qui répond à la tangente C*b*, qui passe par le point *b* d'apui soit plus grand ; car il restera un arc CM moindre, contre lequel les percussions qui agissent sur le voussoir supérieur agiront aussi.

L'on voit aussi qu'en dérobant le reste CM de la voute, depuis ce point C vers la clef M aux violentes percussions, combien on diminue la force des éforts qui tendent à écarter les piédroits de la voute : si la voute pouvoit glisser sur les piédroits, on voit que le plus violent éfort seroit celui du choc d'une bombe qui tomberoit verticalement sur la clef au point M ; mais la profondeur des fondations & la bonne maçonnerie remedient à cet inconvenient.

L'on voit de même que si le premier voussoir de l'imposte tendoit à glisser sur son imposte, il faudroit une force infinie, pour la mettre à l'abri d'une percussion d'une bombe qui tomberoit dessus la clef verticalement ; d'où il suit que dans les voutes de magasins à poudre, & dans les voutes des édifices qu'on veut mettre

à l'abri des bombes; s'il faudroit que le premier voussoir AC fût taillé avec une partie du piédroit A6.

Lorsque la bombe ne tombe pas verticalement sur la clef, l'éfort agira toujours plus violemment à faire glisser les voussoirs, ou les piédroits, qu'à les rompre, mais avec moins de violence que si la direction de la bombe eût été perpendiculaire sur la clef, en supposant qu'elle tombe de la même hauteur, ce qui est évident sans autre.

Il n'est pas si facile de trouver la quantité du mouvement de cet éfort, comme il est facile d'en trouver les rapports; ce qui dépend de la differente force du mortier, & des pierres; & quoi qu'à force d'expérience & de raisonnement, on puisse parvenir à en trouver toute la résistance absolue, comme on a trouvé celle des bois & des cordes que l'on romp à force de les ployer, ou de les tirer; jusqu'à présent l'on n'a encore fait aucune expérience suffisante, qui nous puisse diriger à une connoissance éxacte de cette force absolue.

Nous pouvons pourtant avancer que ces forces sont très grandes, & qu'elles excédent de beaucoup les forces des puissances capable de soutenir tout le fardeau de la voute; car il est bien plus facile de renverser toute la voute, supposé qu'elle ne soit accrochée à rien qui la retienne, & qu'elle ne résiste que par l'éfort de sa pésanteur, que de la rompre & de la séparer à force de pousser ses voussoirs semblables à une piéce de bois ou de pierre inclinée, qu'il est bien plus facile de renverser de P (*Fig.* 151.) en A, que de la rompre dans aucune section CD, à force de pousser de P vers A.

D'ailleurs nous n'avons consideré qu'un arc de la voute; mais sur une voute entiere, il faut considerer que cette résistance qui provient de la tenacité du mortier est infiniment plus grande, puisque la superficie de cette section est infiniment plus grande; il semble qu'il est plus facile à l'éfort de la bombe de séparer toute la voute sur toute la longueur d'une ligne parallele à l'imposte, que d'en détacher un arc du haut en bas, semblable à une piéce de bois AC, qu'il est plus facile de rompre par une section CD, qui traverse tout le corps du bois que de la rompre de A en M, à cause de la plus grande tenacité: les bombes donc ne peuvent pas agir selon cette direction, à moins que le mortier n'ait pas fait bonne prise; & si la prise n'est pas bonne, le choc de la bombe n'agira pas non plus ainsi sur la voute pour la détruire; puisque le mortier

étant frais, les voussoirs ne sont pas assez liés ensemble, pour ne faire qu'un seul corps, ils se détacheront les unes des autres par la secousse de la bombe, & seront obligés de descendre ou de remonter, & l'arrangement s'en détruira.

On ne peut donc convenir avec probabilité que les démolitions des voutes se fassent de cette maniere ; il est bien vrai que l'éfort de leurs poussées peut en quelque chose participer de cette nature; mais si la voute est bien faite, son voussoir, eu égard au grand frottement, ne remontera pas, comme nous le verrons, & la voute ne se détruira pas non plus ainsi.

Les voutes se détruisant par le choc des bombes comme la coque d'un œuf qui étant frêle, & d'une épaisseur très petite, par rapport au rayon de sa sphéricité, se brise, s'écrase & s'enfonce, de même la pierre étant d'une matiere fragile, & le mortier n'ayant pas une épaisseur suffisante, les secousses de la bombe ébranlent toutes les parties du voussoir, font degravoyer le mortier, & l'estrados n'étant pas suffisamment plus large que l'intrados, l'aiffaissement du mortier causé par la pésanteur de la bombe, & le poids de la voute, aussi bien que le brisement 1 : 2 du voussoir (*Fig.* 152.) qui étant de biais, n'empêche point à la partie 1 : 2 : 5 de tomber, & celle-ci abattue : le voussoir 3 : 2 : 6 ne se soutient plus sur le voussoir 3 : 2 : 5, ni par conséquent les voussoirs collateraux à ceux-ci, & la bombe passe, & entre dans la voute; & cela d'autant plus facilement, que le voussoir aura moins d'épaisseur, que le rayon de la voute sera plus grand, que le mortier sera plus frais, plus dégravoyé, & la pierre plus cassante, & que la bombe frappera plus directement avec une plus grande force; & quoique la bombe ne frappe sur un seul point d'un voussoir, de quelque maniere qu'elle frappe la voute, cependant par l'inégalité des surfaces des estrados des voussoirs qui ne sont pas de cette rigueur mathématique de la théorie, elle frappera sur plusieurs parties du voussoir, & ce voussoir sur les collateraux, & la voute s'écrase.

L'on voit donc que le coin plus ou moins aigu y contribue de bien peu, puisqu'il n'a l'avantage qu'autant que la voute peut se partager, ce qui n'arrive pas dans les voutes bien proportionnées, ou que le coin collateral peut plus facilement remonter, puisque la même facilité qu'il aura à entrer, celui qui monte aura la même difficulté à remonter; & d'ailleurs à cause du frottement les voussoirs ne pouvant plus remonter, il faut conclure que le coin plus aigu ou moins, y contribue de bien peu, puisque la bombe n'agit point

point sur la voute comme sur un arbre qu'on veut déchirer ; mais comme sur une coque de noix ou de verre que l'on veut tirer : l'on voit aussi qu'il est impossible qu'une voute se soutienne sans mortier, & sur tout sans frottement contre le choc des bombes, à moins que les voussoirs ne soient taillés différemment qu'on ne les taille : on voit encore combien il est important de dozer bien le mortier, & de bien tailler les voussoirs, & surtout de leur donner beaucoup de queue, afin que leurs estrados soient de beaucoup plus larges que leurs intrados, outre l'avantage qu'ont les voussoirs d'une plus grande épaisseur pour resister à l'éfort du choc qui tend à les briser.

On voit aussi qu'une voute d'un grand diamétre doit demeurer plus longtems ceintrée ; car jusqu'à ce que le mortier ait fait une parfaite prise ; il n'a jamais la force de resister, & au poids de gravité, & à leurs poussées ; & si sur chaque voussoir nous supposons seulement l'affaissement d'une ligne, si la voute est d'une grande étendue entre ses impostes, on aura autant de lignes que de voussoirs, ce qui sur la quantité de plusieurs voussoirs peut lui être nuisible ; il ne faut pas non plus que les voussoirs appuyent beaucoup sur les ceintres ; car il se forme des vuides dans les joints des pierres le long de toute la maçonnerie par la dissipation de l'humide, à mesure que le mortier séche ; & si ces pierres ne peuvent prendre un certain affaissement, il reste des vuides plus grands lorsque le mortier en est dégravoyé par les secousses, ou par les eaux qui y croupissent, & qui donnent une plus grande facilité au choc de les écraser ; il est à propos de laisser les voutes ceintrées quelque tems, afin que le mortier ne puisse pas souffler, & la voute s'élargir, & que lorsqu'elles sont lachées, le mortier ait encore une certaine humidité pour pouvoir encore se comprimer davantage, & faire une liaison plus solide.

Il est bien rare, comme nous l'avons vû, que la voute se puisse ainsi détruire ; car les pierres étant en bonne liaison, elles s'acrochent les unes aux autres, & étant bien taillées, & le mortier ayant fait bonne prise, on ne sçauroit détacher un arc entier qu'en ébranlant toute la machine par l'augmentation de la résistance causée par la ténacité : de sorte que la maçonnerie étant bonne, la voute s'écrasera plutôt que de se détacher ainsi ; c'est donc uniquement de l'épaisseur de la voute, & de la bonne coupe des pierres que dépend la résistance contre le choc des bombes ; parce qu'en augmentant l'épaisseur de la voute, il faut augmenter celle des piédroits

pour la maintenir dans son équilibre : il suit qu'une voute de quelque courbe qu'elle soit, dès qu'elle sera équilibrée contre sa poussée, & suffisamment épaisse, & bien construite contre le choc, résistera également : mais il n'en sera pas de même de la poussée & de la force absolue du choc sur ses voussoirs ; car à mesure que les léviers seront moindres, les poussées le seront aussi ; & à mesure que les tangentes formeront un angle aigu avec les verticales, les angles d'incidence seront moindres ; & par conséquent les percussions, à mesure que les tangentes qui passent au point d'apui seront plus grandes, les percussions n'agiront plus que sur le voussoir supérieur, dont la résistance est beaucoup plus grande ; d'où il suit qu'il est très important de dérober aux violentes percussions des hautes élévations de la bombe, le reste de la voute depuis ce point de percussion, dont le lévier est tangente en le couvrant d'un bon massif de maçonnerie, pour que les angles d'incidence en soient plus aigus ; & par conséquent les chocs sur le reste des voussoirs supérieurs au point de percussion en soient moindres ; il reste donc à examiner les courbes qui donnent de moindres léviers, & de moindres angles d'incidence, pour sçavoir celles qui resisteront le plus au choc des bombes.

CHAPITRE HUITIE'ME,

Dans lequel on examine la Courbe & la Figure la plus convenable contre le choc des Bombes, pour les Magasins à Poudre.

CE Chapitre n'est qu'une répétition de tout ce que nous avons déja démontré ; car la voute sphérique diminue infiniment les percussions de plus que toute autre figure : la base circulaire dans toutes sortes de voutes, est donc sans contredit la plus solide : d'autant qu'outre qu'elle diminue la force de la percussion, elle résiste doublement à l'éfort de la percussion. Il est vrai que les bases circulaires contiennent peu de poudre, à moins que d'élever extrêmement leurs voutes : ce qui les expose trop au choc du canon, & les met en vûe des batteries des mortiers ; car une voute oblongue se prolonge autant qu'on le veut ; & quoique la largeur entre les impostes soit égale à celle d'une voute sphérique, celle-là

contiendra plus de poudre que celle-ci ; mais à cela on répondra que les grands magasins à poudre ne sont pas les meilleurs, à cause des accidens qui peuvent survenir : il vaut beaucoup mieux les distribuer à l'entour de l'enceinte, que d'expôser la place, les habitans, & de risquer les ruines & les dommages des maisons, des meubles, des vins que peut causer l'incendie d'une si grosse quantité de poudre renfermée dans un seul magasin.

Quant à la courbe, on ne sçauroit nier que la voute surbaissée soit la plus imparfaite, parce qu'elle est frappée par les violentes percussions, sous les grandes élévations approchantes de 90 dégrés ; outre cela les léviers étant plus longs, il faudra beaucoup de maçonnerie pour équilibrer ces piédroits contre la poussée des voussoirs ; d'ailleurs le rayon de cette voute étant plus grand, l'intrados sera quasi égal à l'extrados, à moins de les faire d'une grande épaisseur, les reins en sont battus par un angle beaucoup plus grand que ceux des autres voutes.

La voute en plein ceintre est fort bonne avec un couvert de 90 dégrés à l'angle du fête ; mais lorsqu'elle n'est pas couverte, elle a tout le dessus du fête le long d'un arc de 20 dégrés de chaque côté, qui sera exposé aux violentes percussions : les léviers en seront déja plus petits qu'à la voute surbaissée, quoique plus grands que ceux de la voute en tiers point éliptique & parabolique, en les supposant toutes d'une même hauteur sous clef, & de même largeur entre leurs impostes : ses reins ne sont battus que par un angle de 45 dégrés.

La voute en tiers point a beaucoup moins de poussée, ses reins sont battus par un angle moindre de 45 dégrés : de sorte que sans couvert elle est beaucoup meilleure que la voute en plein ceintre par rapport à la poussée & à la force des percussions, eu égard aux angles d'incidence.

La voute éliptique & parabolique ont des léviers moindres : leurs reins sont battus par un angle moindre de 45 dégrés, & la clef ou le fête n'est exposée que par un petit espace aux violentes percussions : les angles des tangentes avec la verticale étant plus aigus, les léviers & les angles d'incidence des violentes percussions seront moindres : de sorte qu'avec un couvert ce sont les meilleures ; cependant par rapport à la coupe des pierres & à la commodité du magasin, l'on peut s'en tenir à la voute en plein ceintre sphérique couverte.

Il faut encore remarquer que la voute sphérique a beaucoup

moins de pouſſée que les autres, parce qu'elle n'eſt autre choſe qu'un cone vuide *a*DB (*Fig*. 153.), dont la pointe *ab*M eſt beaucoup moins péſante, que la partie réſiſtante *b*DFBM; au lieu que dans la voute oblongue AFNB, la partie agiſſante ACPN, eſt beaucoup plus péſante par rapport à la partie réſiſtante CPFB, que dans le cone.

L'eſpace conique *ab*M eſt auſſi plus petit que l'eſpace rectangulaire A*c*N*p*; & par conſéquent la voute ſphérique préſente un moindre eſpace aux bombes que la voute oblongue; ce qui n'a pas beſoin de démonſtration, la ſeule figure ſe démontre: & comme il eſt plus facile de tirer ſur une grande étendue que ſur une petite, il ſera par conſéquent plus facile de tirer une bombe ſur la partie agiſſante d'une voute oblongue d'un magaſin dont la baſe ſeroit égale à la baſe circulaire d'un autre magaſin, que ſur la partie agiſſante de ſa voute ſphérique.

SECTION TROISIE'ME,

Sur la Mécanique du Pointement.

CHAPITRE PREMIER.

Du But en Blanc, pour quel effet on s'en ſert, de l'uſage auquel on doit deſtiner les Piéces ſelon les occaſions, & la maniere de s'en ſervir, tant du côté des aſſiégeans, que du côté des aſſiégés.

IL eſt de la derniere importance pour la théorie du pointement de connoître la veritable portée du but en blanc des piéces: les Canoniers juſqu'à préſent nous ont donné une connoiſſance très imparfaite; car ils ont crû que le but en blanc d'une piéce n'étoit autre que ſa portée horiſontale, en la pointant de niveau, en ſuppoſant le but dans un parfait niveau avec la volée de la piéce: de ſorte que de cette façon il n'y auroit plus de but en blanc, dès qu'il faudroit élever ou abaiſſer la piéce en ajuſtant l'axe de ſa volée au but: le but en blanc n'eſt donc autre choſe que l'eſpace CB (*Fig*. 154.), que le mobile parcourt par ſon impulſion, tandis que par la gravité il parcourt un eſpace AB peu ſenſible: de ſorte qu'en alignant l'axe rectiligne de la volée de la piéce au but A, le

mobile parvienne à ce but sans décliner par sa gravité d'une hauteur sensible AB; d'où il suit que soit que le but A soit au niveau de la batterie, la piéce a également sa portée du but en blanc, puisque la direction horisontale élevée ou abaissée, ne change point la vitesse initiale, *par la seconde Partie de cet Ouvrage;* & que la gravité étant la même en des tems égaux, ces espaces parcourus AB seront toujours égaux: il n'y a que les espaces horisontaux CG, CF, qui seront inégaux à mesure que les directions AC seront plus ou moins inclinées à l'horisontale CF, à sçavoir dans la raison des Sinus des complémens des angles d'inclinaison AGF; ce qui est évident, *par la seconde Partie.*

Comme la gravité du mobile n'est jamais oisive, il suit évidemment qu'à la rigueur mathématique il n'y a point de but en blanc; puisque le mobile tombera toujours au-dessous du point A de la direction CA de l'axe de la piéce, à moins qu'il ne s'éleve par quelqu'autre cause quelconque, en sortant de la piéce, au-dessus de sa direction; ce dont nous faisons ici abstraction.

L'on convient avec Galilée & ses Sectateurs, que la gravité n'est jamais oisive; mais comme l'on ne convient point qu'elle ne soit pas suspendue, & que les mobiles ne demeurent pas plus à parcourir par la gravité la ligne AB, pendant le tems de leur mouvement, lorsqu'ils sont mûs par une force quelconque, que lorsqu'on les laisse tomber librement livrés à leur propre gravité du point A; l'on ne convient pas non plus que de quelque vitesse que partent les mobiles, ils ne puissent jamais parcourir un espace CB considerable, tandis que par la gravité suspendue ils parcourent un espace BC insensible; d'où il faut conclure, *par la seconde Partie*, que les vitesses initiales étant beaucoup plus grandes que les vitesses des instans suivans, les portées du but en blanc peuvent & doivent être considerables par rapport aux portées absolues des piéces sous leurs plus hauts dégrés des portées; au lieu que dans l'hypotése de Galilée, il est certain qu'il ne sçauroit y avoir aucune portée du but en blanc, & qu'il faut recourir à des raisons suspectes, pour expliquer d'où vient qu'une piéce tirée horisontalement, porte à une distance considerable son mobile.

L'Académie de Florence a fait une expérience qui nous prouve ce que je viens de dire: une piéce de fer de sept livres & un tiers de calibre, chargée de quatre livres de poudre fine (pointée de but en blanc), ce qui veut dire ici horisontalement (selon l'opinion commune) tirée du dessus de la hauteur de la tour du

vieux Fort de Livourne, haute de cinquante brasses au-dessus de la mer, le boulet est parvenu à la distance de deux tiers de mille dans le tems de quatre vibrations & demi; & ayant laissé tomber de la même hauteur de cinquante brasses de la batterie le même boulet, c'est-à-dire du même poids, il employa seulement quatre vibrations pour tomber : si le mouvement étoit égal & regulier; c'est la neuviéme partie de deux tiers de mille, ou deux vingt-septiémes de mille que le boulet a parcourus de plus qu'il ne devoit parcourir.

Je ne m'attache point à cette expérience, parce qu'il auroit fallu pouvoir tirer de dessus une hauteur beaucoup plus considerable, pour rendre les différences des tems de la durée totale du mouvement plus sensibles : d'ailleurs il est certain qu'à mesure que la vitesse d'impulsion se détruit, celle de la gravité des mobiles mûs s'approche toujours plus de la vitesse de gravité acquise, lorsqu'ils tombent verticalement : ce seroit donc seulement la vitesse initiale qui fait le but en blanc d'une piéce qu'il faudroit examiner; ce qui est assez difficile à cause du peu de durée du mouvement dans le but en blanc, qui ne donneroit pas le tems aux différences de se rendre sensibles.

L'on prend pour la portée du but en blanc environ deux pieds pour les canons, & un pied environ pour les armes à feu, comme fusils, mousquetons, carabines, &c. la portée du but en blanc est cet espace AC, que parcourt le mobile par l'impulsion, tandis qu'il parcourt l'espace AB d'un pied ou deux par la gravité.

Les difficultés qu'on a trouvées sur la portée du but en blanc, & qui ont donné lieu à plusieurs contestations, ne viennent que de la façon des piéces; car les uns ont voulu que ce but en blanc fût la rasante CDB (*Fig.* 155.) des métaux; les autres au contraire l'axe NM*b* prolongé de la piéce.

Si les points avoient leurs surfaces extérieures paralleles à leurs noyaux; c'est-à-dire que l'épaisseur FM du métal a la volée, fût égale à l'épaisseur CN, à la culasse la rasante du métal CFA, seroit parallele à l'axe NM; & par conséquent il n'y auroit qu'à pointer la piéce par la rasante CF au point A, au-dessus du but *b*: on y trouveroit un grand avantage; car lorsqu'il s'agit de battre violemment pour renverser & faire une brêche, on s'apercevroit d'abord qu'on feroit hors de la portée du but en blanc, lorsqu'en pointant la piéce au point A, élevé de la hauteur de deux pieds

environ au-dessus du but *b*, le boulet feroit le bas; & que par conséquent il faudroit élever la volée pour que le boulet allât au but; ce qui en diminue considérablement la force de la percussion, comme nous l'avons vû *dans la seconde Partie de cet Ouvrage.*

Il n'y auroit qu'à faire une portion ACDF de la plate bande (*Fig.* 156.) de la volée de la même épaisseur de celle de la culasse; ce qui ne feroit d'aucun obstacle ni inconvenient, comme les mires qu'on a supprimé, ainsi qu'on le verra bien-tôt.

Mais comme les piéces ne sont pas ainsi construites, & que la plate-bande au contraire de la volée est plus basse que celle de la culasse; eu égard aux éforts des inflammations qui y sont moindres qu'ailleurs, comme nous l'avons vû *dans la premiere Partie;* il suit que pour assigner la volée NM (*Fig.* 155.) au point *b*, en se servant de la rasante CD, au lieu de viser le point *b*, il faut viser beaucoup au-dessous, ou plus ou moins, selon les dimensions de la piéce; car plus la longueur de l'axe NM sera grande, en supposant les épaisseurs DM, CN, les mêmes dans toutes les piéces, & moins le point B sera en-dessous du point A; plus au contraire la longueur de l'axe MN sera petite, en supposant les mêmes épaisseurs CNDM, & plus le point B sera au-dessous du point A; ce qui est évident à cause des triangles semblables CDF, CBA; puisqu'ils ont les côtés FD, AB paralleles, & l'angle commun FCD: donc CF, FD : : AC, AB; & par conséquent plus CF sera grand, moins AB le sera; & plus CF sera petit, & plus AB sera grand; puisque $CF \times AB = FD \times AC$; or ce rectangle $FD \times AC$ est fixe, parce qu'on suppose l'épaisseur FD fixe & déterminée, aussi bien que la distance AC de la batterie au but: donc $\frac{FD \times AC}{CF} = AB$; la valeur AB sera plus grande; ce qui est évident: il suit que l'on ne sçauroit fixer pour toutes les piéces d'un même calibre la hauteur AB, que l'on doit prendre en-dessous du but, en se servant de la rasante des métaux, puisqu'elle est indéterminée, & qu'elle dépend du rapport des longueurs des piéces & de leurs épaisseurs, aussi bien que des vitesses initiales de leurs mobiles qui sont toutes indéterminées.

Il faut porter sur le devant de la piéce la hauteur FD, pour égaliser l'épaisseur FM de la volée à l'épaisseur CN de la culasse; & pour lors en faisant avec un bout de bougie, ou avec du bois, une petite cheville de la hauteur FD (de sorte que FM = CN,), qu'on attache sur la volée avec un peu de cire; on n'a qu'à viser le

long de la ligne CF, pour alligner la volée NM au but *b*.

Comme jusqu'à présent l'on a eu une connoissance très imparfaite du but en blanc, on n'a pas eu des regles assurées pour en connoître la veritable portée: de sorte que les uns mettant le but plus près de la piéce, trouvoient qu'il falloit prendre toute la hauteur de la platte-bande de la culasse au-dessus de l'axe de la piéce pour la porter sur la volée, comme FM: les autres au contraire qui ont placé le but plus loin de la piéce, soutiennent qu'il faut faire l'épaisseur de la volée moindre que celle de la culasse CN de la piéce: tous s'autorisent par l'expérience.

Dès que la piéce est dans la veritable distance AC de son but en blanc, il faut porter sur la ligne FM, égale à la CN de la culasse de la piéce, & dès que l'on est en-delà de cette portée, il faut diminuer l'épaisseur FM vers la volée à mesure qu'on s'éloigne du but *b*.

Soit la distance AC (*Fig. suivante*), la portée précise du but en blanc de la piéce NM, la hauteur *b*B au-dessous du but *b*, selon les dimensions de cette piéce NM, sera celle qu'il faut viser au dessous du but par la rasante CB.

Je dis qu'à mesure qu'on approchera la piéce depuis le point N au point *b*, les hauteurs *b*B seront moindres, & par un inverse à mesure qu'on éloignera la piéce du point *b*, en se rapprochant du point N, les hauteurs *b*B augmenteront; car les dimensions de la piéce NM étant les mêmes, soit que le but *b* se rapproche ou non, il suit que l'angle ACB de la rasante avec le rayon AC parallele à l'axe NM de la piéce, sera la même, & à cause de l'angle CAB, formé par la verticale AB sur une parallele AC, à la même ligne de l'axe prolongée NM*b*, qui sera toujours le même; il s'ensuit qu'on aura CF, DF :: CA, AB; donc à mesure que AC = *b*N sera plus grand, AB = A*b* + *b*B le sera aussi; & au contraire à mesure que AC = *b*N sera moindre, par le rapprochement du but ou de la piéce, les hauteurs *b*B de la rasante en-dessous du but seront moindres, puisque A*b* est toujours égal à CN.

Si l'on éloigne la piéce ou le but au-delà de cette portée *b*N, je dis en second lieu que si l'on vise par la rasante CD des métaux, pour pointer la piéce au point *b*, il faudra prendre une hauteur moindre *b*B au-dessus du but en haussant la piéce: de sorte que de peu à peu il faudra que la rasante CDB des métaux vise au but même *b*, & ensuite à mesure qu'on s'éloignera du but, il faudra élever la rasante des metaux, jusqu'à ce que l'axe de la piéce forme l'angle

l'angle d'élévation de sa plus grande portée, à mesure qu'en éloignant la piéce ou le but, on s'approchera de sa plus grande portée; car la gravité abaissant le boulet en-dessous de la direction de l'axe de la piéce; il est évident, *par la seconde Partie*, qu'il faut reparer par l'élévation de l'axe de la piéce la hauteur AB, que la gravité du mobile lui fait parcourir, en l'éloignant de la direction de l'axe de la piéce.

L'on voit donc qu'il est très important de connoître cette portée de but en blanc, puisqu'à mesure que la piéce s'approche du but le long de la distance AC de cette portée, il faut hausser la piéce; tandis qu'au contraire hors de cette portée AC, à mesure que la piéce s'éloigne du but, il faut hausser la volée.

Il est en second lieu important de connoître cette pottée AC, d'autant que lorsqu'il s'agit d'abattre & de renverser, il faudroit être dans cette portée précise AC, autant qu'il est pratiquable: parce que plusieurs Phisiciens prétendenr que dès que la bale est dehors de la piéce, elle a moins de force que lorsqu'elle en est à une certaine distance AC; ainsi le choc du mobile sera plus rude dans la distance AC du but en blanc, que dans aucune distance moindre; & il est certain que le choc du même mobile sera moindre lorsque les distances de la piéce au bur seront plus grandes que la distance AC; car les vitesses diminuant à chaque instant, les percussions absolues ne seront plus dans la raison des vitesses initiales, à cause de la destruction qui s'en est faite à chaque instant; mais elles seront seulement dans celle des vitesses de l'instant précis de la percussion; & par conséquent les vitesses étant exprimables par $a - \frac{x}{q}$, *par la seconde Partie;* il est évident qu'à mesure qu'on éloigne la piéce du but b, il faur la soulever; & à mesure qu'on éléve sa volée, on augmente le tems x de la durée du mouvement; & par conséquenr les valeurs de $a - \frac{x}{q}$ deviendront toujours moindres, aussi bien que les percussions absolues, qui avec un même mobile sont dans la raison des $a - \frac{x}{q}$: en supposant même l'angle d'incidence toujours droit.

Il faut pour lors de toute necessité augmenter la charge des piéces; ce qui les tourmente beaucoup, & les met plutôt hors de service, ou bien tirer beaucoup plus de coups pour faire l'effet qu'on se propose.

Xx

Si les densités & tenacités des métaux étoient toujours homogénes, on auroit facilement la connoissance de la portée AC précise & absolue du but en blanc, en se servant d'un mobile, d'une poudre, en un mot d'une charge précisément homogéne; mais la difficulté de ces conditions étant déja connue, *par la premiere Partie*; il est impossible de déterminer ces portées AC de chaque piéce, dont les dimensions mêmes seroient précisement égales; ce qui n'est pas.

Dans la pratique lorsqu'on tire sur l'ennemi, il n'est pas necessaire de niveller la piéce; il faut seulement avoir égard aux dimensions de la piéce, ce que l'expérience indique approchamment; il faut pour le premier coup faire le bas, afin de voir la correction pour le coup suivant, en élévant ou abaissant la volée, à mesure que le coup aura été bas ou trop haut; ce qu'on ne pourroit voir, si le boulet passe au-dessus du but sans rencontrer aucun obstacle, parce qu'alors on ne verra rien qui nous indique sa trace; on ne sçauroit sans tatonner rencontrer la correction du coup suivant: cependant lorsqu'on tire avec une piéce qu'on n'a point encore reconnue ou obsérvée, & qu'il est dangereux de plonger sur la tranchée qui est entre la place & la batterie, il faut niveller la piéce; c'est-à-dire égaliser le métal de la platte-bande de la volée, à celui de la platte-bande de la culasse, & tenir plutôt le haut que le bas, afin que l'on puisse éviter de nuire à la tranchée, & en même tems voir la correction pour le coup suivant.

Lorsqu'on connoit la piéce, on ne la nivelle plus; mais les premiers coups on s'en tient un peu plus bas, à cause de l'air condensé dans la piéce qui soutient le boulet, & fait qu'il décline moins de sa direction, par sa gravité, que dans les coups suivans; à mesure que le métal par les trémoussemens de ses parties, & l'échaufaison des inflammations résiste moins aux extensions; & par conséquent diminue les portées des piéces, *par la premiere Partie*.

On se serviroit également des mortiers pour tirer de but en blanc, tout comme on se serviroit des canons & des fusils, spingardes & carabines, pour tirer à toute volée, ainsi qu'on le pratique avec le mortier: mais c'est l'usage auquel on destine les piéces qui décide de la façon de s'en servir; car ordinairement on ne tire le mortier que pour ruiner & écraser; & pour lors il faut de toute necessité élever les volées, parce que les mobiles tombent de haut en bas avec de plus rudes secousses.

L'on ne se sert ordinairement du canon, que pour abattre & renverser, & pour lors il faut s'en servir de necessité de but en blanc, aussi bien que des fusils, & de toutes les autres armes à feu, dont les tirs qui perdent de leurs forces, & même de leurs justesses, dès que l'on s'en sert hors de la portée du but en blanc, ne font pas le même effet qu'on en désire; ainsi dans les écoles on doit faire pointer les mortiers par toutes sortes de directions, de même qu'on doit faire pointer les canons ordinairement dans le but en blanc.

Il faut cependant sçavoir se servir du canon de la même maniere qu'on se sert des mortiers; & même il seroit bon aussi de s'exercer avec les armes à feu en leur donnant un peu d'élévation; car lorsqu'on tire sur une troupe, sur un camp, sur une flote, l'on est obligé d'élever les piéces, pour que les bales & les boulets puissent atteindre l'ennemi, lesquelles ne laissent pas de les incommoder, & de les mettre hors de combat; & l'on peut tirer des avantages considerables du canon à ricochet, tant du côté des assiegés que des assiégeans: on devroit s'y exercer plus qu'on n'a fait.

L'on se sert aussi du mortier à ricochet, en mettant le mortier sur un affus à peu près semblable à celui d'un canon, & pointant depuis 8 à 12 dégrés d'élévation avec $\frac{1}{6}$ de la charge tout au plus: ces batteries se placent à 70 toises de l'angle du chemin couvert dans l'alignement des banquettes, & font un effet terrible sur l'ennemi, pour le chasser du chemin couvert, lorsqu'on veut en faire l'attaque, pour en rendre la défense moins opiniâtre, sur tout lorsque les branches des chemins couverts qu'on enfile sont d'une grande étendue, comme celles des aîles d'un ouvrage à corne, à ténaille ou à couronne; car pour lors on auroit un grand feu direct & horisontal, & très meurtrier à soutenir; au lieu que trois piéces du mortier de 6 à 8 pouces bien executées, sont capables de mettre en desarois cette troupe, & d'en épargner le feu qu'on devroit soutenir dans l'attaque: les éclats de ces bombes incommodent beaucoup, & servent à briser les palissades des traverses du chemin couvert: l'inquiétude de trois bombes qui enfilent continuellemont la banquette est bien difficile à supporter.

L'on se sert aussi des mortiers de but en blanc, lorsqu'on est logé sur la contrescarpe, pour agrandir la brêche, & en faciliter la rampe; car le canon ayant abattu les terres de la brêche à un certain point, les boulets ne font plus que soufler la terre, parce

qu'elle ne leur résiste plus, sans que cela applanisse la brêche : on tire des bombes avec des mortiers qu'on pointe de but en blanc, lesqu'elles s'enterrent facilement dans ces terres soulevées, & par leurs éclats servent de fourneaux pour enlever la terre, aussi bien que par le vent de la charge même de la bombe.

L'on peut se servir dans cette occasion des aubus avec avantage; mais ordinairement on s'en sert pour inquiéter une troupe en rase campagne, & se faire jour dans l'endroit de la ligne qu'on veut percer : on s'en sert du but en blanc, & à ricochet; mais ordinairement à haute volée, selon les cas & les circonstances de l'occasion.

Lorsqu'on tire sur une troupe, il faut tacher d'enfiler les rangs de la ligne autant qu'il est possible, & ne pas craindre de faire le bas; le ricochet ou canon sur un terrein pierreux fait un grand ravage sur l'ennemi, & l'inquiéte d'une maniere à l'obliger d'abandonner le poste, sur tout lorsqu'on a plusieurs piéces & bien servies.

On ne bat un boulet rouge que pour incendier, ou pour battre un magasin à poudre; on pointe la piéce d'une façon que le boulet coule librement au fonds sur le bouchon de la poudre, sans qu'il soit besoin de l'aider avec le refouloir, à cause des accidens du feu qui pourroit prendre à la charge; ce qu'on doit éviter autant qu'il est possible : il faut pour cela proportionner la distance du but à la batterie, à la charge de la piéce, & avoir grand soin de refouler sur la poudre avec un gazon verd & humide, & de passer l'écouvillon humide immédiatement devant que d'y laisser aller le boulet rouge, afin que s'il y reste quelques grains de poudre le long de la volée, le boulet ne puisse l'enflammer, & communiquer le feu à la charge.

Quand on bat une muraille, une fenêtre murée, ou les piédroits d'un magasin à poudre à la portée du but en blanc, pour pouvoir faire jour au boulet rouge; il faut choisir son amplacement de la batterie au-dessous du niveau de l'endroit qu'on veut battre, s'il est possible; mais si l'on est obligé de pointer horisontalement la piéce : pour cela il faut avoir un coin de mire fixe, par le moyen d'un boulon traversé à l'entretoise de la culasse sur l'affut, de sorte qu'il ne puisse jamais varier; on tient la piéce élevée par le moyen d'un lévier qu'on traverse sous le ventre de la piéce, d'une maniere qu'on puisse le dégager sur le champ, dès que le boulet est au fond, afin que la piéce se pointe d'elle-même, par rapport à l'élévation de la volée.

On voit qu'il y a toujours à craindre des accidens facheux, lorsqu'on tire à boulet rouge, & qu'il est impraticable de tirer de haut en bas, pour battre avec la force de la portée du but en blanc; car il faut mettre un bouchon sur le boulet pour le retenir, & par conséquent l'enfoncer avec le refouloir; ce qui est trop dangereux, quelques précautions qu'on puisse prendre contre les accidens, en se servant des affuts ordinaires.

Lorsqu'on bat une flotte, des magasins de bois, de vivres, ou à poudre, un camp, ou un parc d'artillerie, qui sont à portée d'être battus à boulets rouges, il est avantageux pour lors de tirer à boulet rouge, autant qu'il est possible, & jamais sans necessité.

La principale attention que le Commandant d'Artillerie doit avoir dans un siége, est de ne pas laisser employer inutilement les munitions; car la plûpart des Canoniers en veulent aux guérites, aux tours élevées, aux pointes des clochers, & aux batimens; ce qui ne conclud rien du tout pour le but qu'on se propose.

Les premieres batteries doivent battre directement les embrasures de la place; & pour cela l'on pointe en-dessous du cordon; on doit destiner à chaque piéce l'embrasure qu'elle doit battre, & autant qu'on le peut, on doit faire battre la même embrasure par deux piéces tout au moins, afin de prendre la superiorité de feu sur celui de cette embrasure; il faut ordonner que l'on batte continuellement le même endroit, jusqu'à ce que la batterie de l'ennemi soit démontée; en tirant de cette façon on y trouve de grands avantages pour l'économie des munitions, & on épargne le tems & le sang des braves Soldats & Canoniers, par la vitesse & la justesse avec laquelle on tire; car on s'accoutume à prendre le défaut de la piéce, & ensuite tous les coups portent à l'embrasure; ce qui fait taire la piéce de l'ennemi, qui ne peut plus tirer qu'avec perte, difficulté & retardement.

Quand l'ennemi a des Cavaliers qui plongent dans la tranchée, il faut d'abord dresser les batteries contre ce Cavalier, en s'en approchant d'une distance convenable, pour que l'on puisse enfiler l'embrasure, & en même tems ajuster son coup, & frapper avec violence le merlon des piéces que l'on veut mettre hors de service; il ne faut point épargner le nombre des piéces dans ces occasions, où l'on ne sçauroit jamais trop en avoir; on en brûle moins de poudre; on perd moins de tems & d'hommes: choses très précieuses pour la réussite de l'entreprise; il faut donc opposer à chaque embrasure deux ou trois piéces tout au moins, afin que dès la

premiere journée, ou de la seconde tout au plus, la batterie du Cavalier soit impraticable; la chose est toujours ordinairement facile; car d'où l'on découvre l'on est découvert; & par conséqnent les Cavaliers étant pour découvrir la campagne, en sont toujours découverts : une batterie de mortier est d'un grand avantage, pour inquiéter & troubler le service de la batterie du Cavalier.

Lorsqu'on bat en brêche il faut prendre un alignement AB, (*Fig.* 157.) environ la moitié de toute la hauteur de la muraille endessous du cordon CD, & battre en droite ligne le long de cet alignement, en distribuant à chaqne piéce l'espace 1, 2, 3, &c. qu'elle doit battre: ensuite l'on remonte de bas en haut le long des lignes ACBD, que l'on bat de même : deux batteries croisées, & une troisiéme à plomb font merveille dans ces occasions : l'avantage qu'on y trouve est d'épargner les munitions ; car dès que l'on a coupé ainsi la piéce ABCD, elle tombe presque d'elle-même tout à coup, en faisant quelques décharges de toutes les piéces des trois batteries toutes à la fois ; & par conséquent on épargne tous les trous qu'il eût fallu faire sur tous les points de sa surface.

Lorsqu'on veut avoir trois batteries de cette façon, pour faire brêche ; il est évident qu'il faut que l'emplacement soit à une certaine distance de la muraille qu'on veut battre, & qu'il faut battre le plus vite, & ensemble autant qu'il se peut ; car la résistance de la muraille étant au-dessus de l'éfort de la sécousse d'une piéce, ou deux, sera enfin inférieure à l'éfort de la sécousse du nombre déterminé de piéces qui l'heurteroient toutes à la fois ; car on peut multiplier le nombre des boulets à un point, que leurs percussions unies & instantanées renverseront la muraille d'une seule décharge ; tandis que ce même nombre déterminé de boulets tirés l'un après l'autre ne la renverseront jamais, & qu'il en faudroit un nombre infiniment plus grand, parce qu'à chaque coup la résistance sera toujours supérieure à leurs éforts ; & par conséquent si l'on suppose un roc inflexible, & d'une dureté invincible que l'on veuille renverser, l'on voit qu'un nombre infini de boulets tirés l'un après l'autre, sont incapables de le renverser pendant tout un tems infini qu'ils le battront ; tandis qu'au contraire un nombre déterminé, & par conséquent infiniment moindre, le renverseroit du premier coup s'ils le frapoient tout à la fois ; c'est une économie préjudiciable au bien des entreprises, que de chicanner sur le nom-

bre des piéces qu'on doit mettre en batterie, puisqu'il y a un si grand avantage à tirer le plus vite, & le plus grand nombre de piéces qu'il se peut, tout à la fois.

Lorsqu'on a peu de piéces, il faut s'en servir avec adresse, & se regler selon la force qu'on a, & selon le tems & l'occasion; mais quand on en a le moyen, on devroit toujours s'en servir autant qu'il est necessaire pour prendre la superiorité de feu sur celui de l'ennemi, & executer ce que l'on veut faire.

Dans l'occasion d'une bataille sur tout, ou de quelques affaires de conséquence, le Commandant de l'Artillerie doit avoir une grande attention à destiner son Artillerie pour le bien commun de l'affaire. Il ne faut point que l'Artillerie cherche son avantage particulier, mais que tous les postes en détail & en général, concourenr ensemble au bien général de l'action: il faut opposer des batteries à celles de l'ennemi, pour en inquiéter le service, les aubus à cartouche, lorsqu'on est à portée, y sont avantageux: les boulets à ricochets, ou ramés de but en blanc, y sont fort necessaires; quant aux batteries qui sont destinées à faire jour pour percer dans la ligne, il faut qu'elles soient triples autant qu'on le peut; croisées, une à plomb qui buttent directement; les boulets à chaines, ramés ou creux, aussi bien que les aubus y font de grands ravages, & sur tout à cartouche; il faut que ces batteries ne répondent jamais au feu de celles de l'ennemi qui les inquiéte, mais qu'elles battent la ligne pour faire jour, sur tout lorsqu'il s'agit de repousser une colonne qui se présente pour percer notre ligne, ou donner un assaut; c'est au Général du poste de couvrir ces batteries par un feu violent & continuel de mousquetterie, comme aussi au Commandant en chef de l'Artillerie de pourvoir par d'autre Artillerie, qu'il doit opposer à celle de l'ennemi qui inquiettent celle-ci.

L'on ne doit jamais mettre toute l'Artillerie dans quelque occasion que ce soit à la premiere ligne; & dans les Siéges il faut toujours en avoir de reserve dans le parc, pour prevenir tout ce qui peut arriver; car dans un Siége l'ennemi peut faire un coup de désespoir, forcer la tranchée, & enclouer toutes les piéces: de sorte qu'il est necessaire d'en avoir de reserve pour ces cas qui sont très rares, mais ne sont pas impossibles: dans une bataille si l'on a toute l'Artillerie sur une seule premiere ligne, & qu'elle soit forcée, outre l'embarras qu'elle donne, & la confusion qu'elle jette dans cette ligne, c'est que la seconde est sans défense: au lieu que

si elle avoit de l'Artillerie elle tiendroit ferme, & soutiendroit sa ligne renversée, qui peut se rallier derriere celle-ci, & revenir à la charge rempotter une victoire dont l'ennemi se croyoit déja assuré.

Quoique souvent l'Artillerie ne puisse trouver des emplacemens favorables, il faut toujours avoir des batteries, parce qu'ordinairement les troupes, & même bien des Généraux se croyent sans ressource, dès qu'ils n'ont point d'Artillerie : de sorte que quoi qu'une batterie soit presqu'inutile, elle ne laisse pas de les rassurer : au commencement de l'affaire il faut que l'Artillerie fasse un feu violent & précipité ; cela donne de la terreur à l'ennemi, le trouble, & le met en confusion : en même tems anime notre troupe à l'attaquer avec chaleur ; il ne faut pourtant pas tirer en vain pour vouloir trop se précipiter ; quoique l'on entende les plaintes ordinaires de la troupe, de ce qu'on ne tire pas aussi vite qu'elle souhaitteroit ; il faut toujours prendre ses mesures, & attendre l'occasion de tirer avec plus de succès, en leur faisant comprendre l'avantage qu'il nous en revient.

La grande attention du Commandant en chef de l'Artillerie, est de prendre ses précautions pour la distribution éxacte & diligente des munitions tant à la Troupe qu'à l'Artillerie : de maniere qu'elle n'en puisse jamais manquer, faute de les avoir trop voulu épargner, ni qu'elle ne puisse se perdre & s'égarer, pour les avoir trop prodiguées : il doit toujours se conserver une reserve pour une retraite ou échec, ou pour être en état d'entreprendre avec avantage sur l'ennemi après leur défaite ; & pour pouvoir profiter des suites de la victoire, sans lesquelles les victorieux n'en tirent pas plus d'avantage que les vaincus, dès qu'on ne les cherche pas, & qu'on ne sçait pas les diviser & les rompre pour en voir la fin, & se rendre maître de l'Artillerie, de leurs convois, & des postes qui peuvent les trouver dans leurs retraites.

C'est dans ces occasions qu'un Prince trouve à se dédommager des payes qu'il a données pendant tout un siécle, quelquefois au corps des Commissaires de l'Artillerie, sans avoir tiré aucun service pendant des trente ans de paix ; & c'est aussi dans ces occasions qu'il paye chérement l'économie de ces emplois inutiles pendant la paix, mais si précieux en tems de guerre, & dont la capacité ne peut s'acquerir que pendant la paix, & qui ne peuvent se perfectionner que dans la guerre.

Quant aux batteries des mortiers dans un Siége, elles ne doivent

vent ordinairement être employées que contre les batteries, & les défenses de l'ennemi : celles des pierriers ne doivent être employées que dans la troisiéme parallele, pour inquiéter l'ennemi dans ses batteries, & sur tout dans les ouvrages extérieurs, & par tout d'où on veut les chasser pour y faire son logement.

Lorsqu'on bat une Place appartenante à une République, dans laquelle les habitans sont interessés, & ont voix dans les déliberations des Conseils de guerre, il faut battre vigoureusement à boulets rouges, à bombes, & à feux d'artifice, & lentement avec le canon ; car il est naturel à chacun de penser à la conservation de ses maisons, de sa famille, & de sa propre vie ; & pour obstiné que soit un peuple, il est difficile qu'il resiste à l'attache qu'il a pour son bien, & à l'amour propre de son sang, lorsqu'il peut en éviter la perte, sur tout lorsqu'il est assuré d'une honnête & inviolable capitulation.

Il y auroit au contraire de la cruauté à incendier une Place où le peuple n'a point de voix dans les déliberations des Conseils de guerre, à moins qu'il n'ait donné lieu à une represaille, ou qu'il n'ait violé le droit des gens, & de la guerre ; mais il est toujours nécessaire & avantageux de battre à boulets rouges, & à bombes, les quartiers qui sont près des magasins à poudre, des provisions, des vivres & des bois, lorsqu'on sçait où ils sont, à moins qu'on ne soit assuré de prendre la Place avec peu de perte ; car pour lors il en faut conserver les munitions comme les siennes propres, puisqu'elles seront utiles pour la continuation de la guerre.

Lorsque les batteries à mortiers ne sont que pour jetter la terreur, & l'épouvante dans un ravelin, dans un bastion, une place basse, ou un tenaillon, il ne faut se servir que des grenades royales, ou des bombes de 7 à 9 pouces, parce qu'elles suffisent, & qu'elles s'enterrent moins ; & par conséquent leurs éclats font plus d'effet, & la dépense en est moindre : dans cette occasion il faut toujours tirer par les moindres élévations, afin que tout le tems que la bombe tombe en mouvement, elle donne une nouvelle inquiétude à l'ennemi ; car dès qu'elle est en l'air il craint qu'elle n'éclate ; si elle s'approche de lui, il en craint le choc & l'éclat ; & dès qu'elle est à terre, le peril en est plus imminent ; outre cela en tirant par les basses élévations, elle ne s'enterre point du tout ; & par conséquent ses éclats en sont plus meurtriers ; car lorsqu'elle s'enterre trop, elle jette de la terre aux environs, & il n'y a que quelques éclats de la partie supérieure de la bombe, qui vont

même tomber souvent loin de l'endroit que l'on veut inquiéter, sans nuire à personne : tout le reste de la bombe faisant son effet contre la terre.

Il est de la derniere importance de sçavoir regler le tems de fusées des bombes dans ces occasions ; car pour tirer par les basses élévations, il faut tirer de près, & par conséquent lorsque la bombe est en l'air : si elle crêve, elle incommode la batterie ou la tranchée, autant que l'ennemi ; & si elle fuse longtems à terre, devant que d'éclater, elle donne le tems à la troupe de se mettre sous des abris, ou de se jetter ventre à terre, ou même de l'étouffer.

Il faut pour cela avoir des fusées d'un tems précisément égal, autant qu'il est possible, & connoître le nombre des paroles de leurs durées ; comme les tems du mouvement des projections sous differentes élévations, avec une même force de jet, sont dans la raison des Sinus des élévations, *par la premiere Section de la seconde Partie ;* on peut avoir une table des tems correspondans au nombre des paroles sous chaque élévation que le mobile employe à faire son mouvement de la batterie au but ; soit ce nombre de paroles de la durée totale de la fusée = 50, soit le tems que le mobile employe à faire son chemin sous une élévation quelconque = 30 paroles ; il est évident qu'il faut compter vingt paroles, devant que de faire donner feu au mortier, si l'on veut que la bombe ne crêve précisément que dans l'instant qu'elle touche terre : si l'on veut qu'elle crêve à la hauteur de quelques toises, au-dessus de la tête de l'ennemi ; il faut compter 22 à 24 paroles, ce qu'il est facile d'indiquer pour tous les dégrés d'élévation, *selon la seconde Partie :* par cette analogie, le Sinus de l'angle d'élévation connue, est au nombre connu des paroles pendant la projection sous cette élévation, comme le Sinus sous une élévation quelconque déterminée, est au nombre des paroles, pendant cette projection, qu'on cherche ; il suffit donc de compter les paroles de la durée totale du mouvement, sous un coup d'épreuve quelconque, pour la construction de cette table. Je l'ai mis en usage avec succès plusieurs fois : l'instrument que j'ai donné dans la premiere partie, indique le nombre des instans de la durée du mouvement pendant chaque projection.

Il faut avoir grande attention de ne pas trop charger les bombes lorsqu'on tire de près, & sur tout lorsqu'on jette la bombe sur une hauteur au-dessus du niveau de la batterie, & de n'y pas em-

ployer de la bonne poudre, crainte d'en partager les éclats avec l'ennemi, parce que la bombe éclatant dans un endroit beaucoup plus élevé que celui de la batterie, il eſt évident que les éclats qui feront chaſſés par des angles égaux d'élévations, iront beaucoup plus loin à proportion de cette hauteur, que les éclats ſemblables d'une autre bombe qui feroit chaſſée de la même maniere & avec une même charge, mais d'un endroit moins élevé, ou au niveau de la batterie; il faut auſſi avoir attention lorſqu'on laiſſe filer pluſieurs paroles à la fuſée dans le mortier, d'avoir un Canonier prêt à donner le feu au mortier, dès que l'on compte la derniere parole, & de faire tenir la tête & tout le corps baiſſé aux deux Bombardiers, qui ſont deſtinés à donner feu à la bombe & au mortier, afin que ſi la bombe éclate dans le mortier, ils n'en ſoient pas incommodés.

Quand on tire ſur une Flotte, ſur une digue, ſur une écluſe, ou ſur une chauſſée, ſur les arches d'un pont, ou ſur des voutes à bonnes épreuves, il faut tirer au contraire par les hautes élévations, par une direction déterminée, en ſe ſervant de la table de la Section précédente, où l'on trouve la force de la percuſſion, ſelon les inclinaiſons des plans frappés & les élévations des mortiers; il faut alors ſe ſervir des bombes de 12 à 17 pouces, ſelon la force & la réſiſtance des buts qu'on ſe propoſe de frapper.

Quand il s'agit de tirer avec préciſion ſur un même endroit, juſqu'à ſa deſtruction totale, il faut charger avec grande attention, avoir des plates-formes doubles toutes de poutrelles à deux rangs, qui ſe croiſent en échiquier; donner toujours la même élévation, & aſſurer le mortier d'une maniere inébranlable ſur l'affuts, parce que le moindre dérangement eſt de conſéquence; il faut auſſi tous les jours mêler enſemble toute la poudre dont on a beſoin pour charger le mortier, la bien faire ſécher, ſe ſervir de la plus fine & de la plus forte, & avec la moindre charge qu'il eſt poſſible: de ſorte néanmoins qu'elle ſoit ſuffiſante, pour y porter la bombe à la hauteur qu'il faut ſur cette diſtance; il faut choiſir les bombes bien ajuſtées au calibre, & les mieux coulées, les péſer pour qu'elles ſoient égales autant qu'il eſt poſſible, & lorſqu'elles ne le ſont pas, mettre dedans de la terre, ou du ſable, ou du plomb pour les égaliſer toutes à un même poids commun pour un même mortier; il faut péſer exactement les charges dans le parc, & faire des cartouches cachetés, afin qu'on puiſſe exécuter plus vî-

te le mortier ; & pour lors on est assuré d'un bon succès, sur tout lorsqu'on se servira des affuts tels que je les propose, & qu'on aura des mortiers à chambre sphérique, dont la chambre sera toujours pleine ; il n'y a pour cela que cette difficulté qu'il faut fixer & déterminer la distance de la batterie à proportion de l'élévation du mortier, selon l'inclinaison du plan à fraper dans un alignement perpendiculaire à une horisontale de ce plan, *par la Section précédente de cette troisiéme Partie ;* ce qui n'est pas de conséquence, puisqu'il est facile, sur tout dans la plaine, de choisir ces emplacemens ; il ne faut jamais mettre de la terre, ni du fourrage dans la chambre, & la bombe doit toujours être placée de façon que son axe de gravité soit alligné avec celui de la chambre du mortier ; il faut sur tout bien prendre garde que le feu ne manque jamais à propos à la charge de la bombe ; car il est fâcheux, & très pernicieux, qu'une bombe qui tombe bien à propos ne fasse pas son effet ; comme l'emplacement de ces batteries est déterminé, les bombes sont sujettes à traverser la tranchée & leurs éclats, lorsqu'elles crévent en l'air jusqu'à moitié chemin, s'en partagent toujours avec l'ennemi. Au Siége de Pizzichiton notre Commandant fut obligé d'envoyer avertir à nos batteries de cesser de tirer, parceque toute la nuit les bombes crévoient en l'air, ou ne crévoient point du tout par le défaut des fusées : en hyver sur tout quand il gêle, il est bien difficile d'éviter cet accident à cause du bois de la fusée, qui romp facilement & se crêve à la chaleur de l'inflammation de la fusée.

Quand on bat des endroits étendus, comme un ouvrage à corne, la place d'armes d'une Citadelle, un grand bastion, il n'est pas absolument nécessaire de s'assujetir à tant de précautions qui sont fort ennuyeuses, & qui occupent un nombre considerable de personnes qui en sont chargées ; mais il faut toujours avoir égard de choisir des bombes bien faites, autant qu'il se peut égales pour chaque mortier, & de donner toujours le même dégré & la même charge pour atteindre un même but, dès qu'on l'a reconnu bon ; on se sert dans ces occasions des mortiers à chambres poires & coniques.

Dans un bombardement où il faut tirer à une grande distance, l'on se sert ordinairement des mortiers à chambres sphériques ou paraboliques, qui portent plus loin.

L'on bombarde un Château, ou une Place dans deux occasions : la premiere lorsqu'on ne veut pas prendre la peine de faire

un Siége en forme, & qu'il n'eſt queſtion que d'un coup de main. ſoit que les habitans de la Place ſoient d'intention ou d'un génie capable d'entreprendre ſur la garniſon, quand ils ſe verront brûler dans leur Ville, ſoit que la garniſon ne ſoit pas en état de ſe défendre, & qu'elle n'ait pas des abris à pouvoir ſe mettre à couvert, & en même tems défendre ſes murailles; pour lors une bombe ou deux tirées à propos ſuffiſent pour les faire rendre : la ſeconde occaſion eſt lorſqu'on veut prendre une Ville peuplée & marchande, dont la défenſe de la brêche ſeroit trop meurtriere, & que les habitans ne ſont pas d'humeur de le ſouffrir; alors il faut diſpoſer ſes batteries de façon que le feu puiſſe prendre dans cinq ou ſix quartiers à la fois, & ſur tout proche des rues marchandes, où il y a le plus de richeſſes; il ne faut pourtant pas les incendier tout à coup, crainte que le déſeſpoir ne les irrite; & que ne voyant plus de reſſource, & n'ayant plus rien à perdre, ils ne vengent leurs ruines par un deſeſpoir généreux.

Quand on bombarde une Ville qui a violé la fidelité ou le droit de la guerre, & des gens, & qu'on n'eſt point diſpoſé à faire quartier, il faut diſtribuer ſes batteries de façon que chacune batte ſon quartier; & pour lors il faut battre à boulet rouge, pour empêcher le ſecours de ceux qui veulent arrêter l'incendie en même tems, embraſer les couverts & les magaſins des matériaux combuſtibles; il faut que ce ſoit un déluge infernal qui ne donne point de tems à l'ennemi pour ſe reconnoître, & qui porte le feu, la terreur, la confuſion & le carnage tout à la fois, pour ôter le conſeil & la déliberation, & les livrer tout à coup à un déſeſpoir & à un abandon général: dans ces occaſions il faut retrancher ſes batteries, & mettre une forte garde tout à l'entour de la place, oppoſer un grand feu aux remparts, & ſe tenir toujours prêt, les armes à la main & en bon ordre, pour ſoutenir la fureur du peuple en cas de ſortie.

Dans ces occaſions, comme il n'eſt queſtion que de tirer ſur de vaſtes étendues, il n'eſt beſoin d'aucune regle, ni d'aucune précaution ſi exacte; tous les coups réuſſiſſent dans un endroit ou dans l'autre; il faut toujours achever de remplir la chambre avec de la terre & du fourrage, & ſe ſervir de tampon lorſqu'on en a, parceque cela épargne beaucoup la poudre, & ſur tout lorſque les endroits à battre ſeront hors de la portée de la chambre remplie à toute charge; car alors à force de comprimer, de temponner, & de mettre de la terre à l'entour de la bombe, on pourra

y atteindre; étant de la derniere importance de ne laisser aucun azile dans la place, & que tous se ressentent de la terreur & de la confusion, pour qu'on ne puisse déliberer dans aucun endroit en sûreté.

Dans les retraites d'une Armée, il faut toujours poster l'Artillerie de poste en poste, pour soutenir les Troupes qui défilent, & pour tenir en arriere l'ennemi, en croisant les chemins par des abattues d'arbres, afin de pouvoir plus chicanner l'ennemi, & donner le tems à la Troupe de défiler; il ne faut cependant pas abandonner l'Artillerie qu'à la derniere extrémité; car sa perte est toujours honteuse, humiliante & pernicieuse; mais lorsqu'on aura de certains postes avantageux, & de difficiles accés, d'où l'on tire une grande défense pour donner le tems à la retraitte; on peut s'y défendre jusqu'au dernier moment, à tout peril, & à tout risque d'être obligé de l'abandonner ou d'être forcé: en un mot l'Artillerie doit toujours regarder le bien général de l'affaire, & non son avantage propre; il n'est pas question de faire des coups éclatans, comme de partager un homme, de démonter une piéce, &c. il faut tirer où il est nécessaire pour le bien de l'affaire.

Quant au service des piéces dans une Place assiegée, le Commandant en chef de l'Artillerie doit toujours concerter avec le Commandant de la Place, pour la distribution, préparation & exécution de tout ce qui concerne l'Artillerie.

Il faut prendre garde de ne pas s'amuser à tirailler dans les commencemens; mais aussi il faut avoir une grande attention à ne pas laisser aborder impunément pour reconnoître la Place; comme le font toujours les Généraux en chef, qui étant chargés du secret du Prince, & les premiers Ingénieurs, & Officiers généraux de l'armée, qui communiquent avec lui ses desseins, qui viennent faire ordinairement les découvertes, on ne sçauroit prendre trop de précautions pour les éloigner de la Place, & les troubler dans leurs découvertes; car une découverte heureuse & exacte de ces sortes de personnages influe toujours un grand désavantage aux assiégés; il faut pour cela avoir un plan éxact de la Campagne, & que tous les Officiers des batteries sachent précisément les distances des endroits remarquables qu'on peut battre de leurs postes; qu'ils sachent le pointement qu'il faut faire pour y atteindre un but, soit à la portée du but en blanc, soit en élévant les piéces, & se servant d'un instrument pour regler les élévations, afin que chaque piéce de chaque batterie étant pointée à un endroit

de paſſage pour la découverte, on puiſſe attendre que l'ennemi s'y préſente pour y donner feu : lorſque l'ennemi ſe préſentera en quelque endroit, il faut avoir dans chaque batterie une piéce légére, ou deux toutes chargées, qu'on puiſſe pointer vîte pour tirer deſſus : au commencement du Siége, devant que l'ennemi ait formé ſes lignes, aux premieres approches de l'Armée, on peut s'exercer à tirer quelque volée ſous pretexte de découverte de quelque curieux, pour ſe regler ſur le pointement qu'on pourra faire alors ſur la veritable découverte, & dès que la Canonier ou Officier a le bonheur de faire un beau coup, il faut que le Gouverneur l'en faſſe recompenſer ſur le champ : cela donne de l'émulation pour le reſte du Siége à l'Artillerie, & anime toute la garniſon par l'eſpérance d'une récompenſe pour les belles actions.

Dans les commencemens il ne faut pas tirer avec les groſſes piéces ; il faut ſe ſervir tout au plus des piéces de 8 à 4 livres de France, parce qu'il eſt inutile, pour tuer un homme, de tirer une ſi groſſe piéce, qui conſume beaucoup de proviſion, & lorſqu'on veut faire un bon coup, il eſt difficile de le faire avec des piéces moindres de quatre livres, parce que rarement elles ſont juſtes.

Il faut avoir auſſi des batteries de mortier à l'entour de la Place, pour battre les maiſons qui ſont à portée de la Place, quand il y en a, dont l'ennemi ſe ſert pour la découverte, pour les parcs, & pour les quartiers, ce ſont toujours de beaux coups, & d'importance, de pouvoir en éloigner les perſonnes pour qui elles ſont deſtinées, & leur perte eſt toujours à l'avantage de la Place, autant qu'elle eſt nuiſible à l'ennemi.

La grande attention que doit avoir un Officier Commandant de l'Artillerie dans une Place aſſiegée, c'eſt de ne pas laiſſer ouvrir impunément la tranchée : ſi l'on avoit ſoin de patrouiller à l'entour d'une Place, juſqu'à l'ouverture de la tranchée, par des petits pelotons qui ſe ſoutiennent les uns & les autres, on auroit peine à dérober cette premiere nuit, qui feroit ſi funeſte à l'ennemi, ſi la Place en ſçavoit profiter ; outre les précautions qu'on peut prendre par des épies fidéles aſſurées par le gain conſiderable qu'il y a à faire pour eux, s'ils ont le bonheur d'avertir fidélement, & à tems, par des ſignaux concertés avec le Commandant de la Place, & avec celui de l'Artillerie, & leſquels ne ſont pas ici de mon détail, on auroit outre cela l'attention de tirer

continuellement des bales illuminaires à la portée de l'ouverture de la tranchée, on verroit infailliblement de quel côté elle s'ouvre : on peut aussi, par le mouvement de l'ennemi, qu'on découvre des clochers avec des lunettes à longue vûe, dont on devroit toujours avoir bonne provision dans une Place, on peut découvrir par la disposition de l'Armée, du quartier général, & du parc le côté de l'attaque ; & même la connoissance de la guerre, la situation des Troupes, l'état des affaires en général dans la Province, dont un bon Gouverneur devroit être parfaitement informé, à quel prix qu'il en coute, suffisent pour conjecturer heureusement du côté que se devra faire l'attaque, longtems devant qu'elle se fasse ; ce qui lui sert à preparer sa défense ; dès qu'on se doute, ou qu'on est informé des desseins de l'ennemi, il faut disposer ses batteries de mortiers & de canons, & faire avancer sur angles des chemins couverts, & même au-delà des glacis des petites piéces, que l'on pointe les unes horisontalement, les autres un peu plus élevées, & les autres moins, chargées à boulets ramés, enchaînés, & tirer continuellement des flancs collateraux de l'attaque de tous les deux fronts, même de tous les endroits des trois fronts qui peuvent plonger sur le poste de l'attaque: de cette façon on fera sentir à l'ennemi, qu'il doit aller bride en main, qu'il ne doit pas mazetter la garnison qu'il attaque ; ce qui le dispose à la verité de prendre bien ses précautions; mais aussi le retarde, & donne le tems à la Place de faire sa disposition pour la défense des chemins couverts, pour la distribution de ses munitions, pour l'arrangement des vivres, & la défense des déhors, qu'il fait payer bien chérement à l'ennemi : tout ce premier succès de la premiere idée de la défense d'une Place, si important, dépend uniquement du Commandant en chef de l'Artillerie, & de sa disposition : il faut dès-lors tirer continuellement des feux d'artifices pour éclairer sur les travaux de l'ennemi : s'il y a quelque maison remplie de bois ou de fourrage aux environs de la tranchée, il faut tacher d'y donner le feu avec des bombes & des boulets rouges, pour éclairer sur la tranchée ; ce sont des coups de la derniere importance, qui sont très précieux pour la défense, pour l'honneur & pour la réputation de la Place ; on ne sçauroit jamais prendre trop de précautions pour s'en assurer ; & on ne sçauroit jamais trop harceler l'ennemi, pour le rebuter, & pour retarder son premier travail.

Le Commandant de l'Artillerie dès-lors doit travailler à se

batterie

batteries avec toute diligence, & dès la petite pointe du jour qu'il reconnoît la tranchée, comme les ouvrages ne sont jamais achevés, lorsqu'on se conduit de la façon que je viens de le dire pour l'interrompre, on tire avec les piéces de 24 & de 12 de France pour la renverser, sur tout sur l'emplacement des batteries, ce doit être un feu continuel de canon & de mortiers à bombe, & même les petites piéces au-delà des glacis, peuvent se couvrir avec des gabions farcis, & faire un feu continuel de ricochet pour l'inquiéter dans la tranchée; il ne faut point craindre pour ces piéces jusqu'à ce que les batteries de l'ennemi soient achevées; car s'il veut venir les insulter, elles sont sous le feu de la Place, il en paye chérement la victoire, s'il la remporte; & il ne faut point se faire une honte mal fondée de les voir enlever au prix qu'il lui en coutera, quand on aura pris ses mesures pour les bien défendre: si l'ennemi dresse aussi de son côté une batterie volante, elle sert d'amusement à la place, & à former les Canoniers, pour tirer juste & reconnoître leurs piéces, ce qui leur sera d'un grand avantage, lorsqu'ils auront à tirer sur les premieres batteries.

Il faut faire prendre des points de vûe, pour battre la nuit suivante, & fixer les dégrés & les charges des piéces afin de continuer à inquiéter l'ennemi, & à retarder le progrès de sa tranchée; c'est dans ces premieres journées que l'assiégé a tout l'avantage sur l'assiégeant: le Commandant de l'Artillerie doit en sçavoir profiter; au lieu qu'ordinairement il semble que la Place s'endorme; & que sous le pretexte de conserver les munitions pour la défense de la Place, elle ne tire point, ou ne tire que fort peu; dès que les batteries des assiégeans sont établies, celles de la Place sont d'abord démontées: les batteries en brêche se font, & la Place se rend avec toutes ses munitions à l'ennemi; voilà à quoi aboutit toute cette folle économie; il faut à la verité se regler sur les provisions de la Place, mais quand on a de quoi tirer, il faut tirer beaucoup dans ces occasions: l'on tire aussi les petites piéces sur la Troupe, sur les charois, & toujours avec les grosses, dès qu'il s'agit de renverser les gabions & les épaulemens des batteries; ce qu'on ne sçauroit faire avec les petites piéces.

A mesure que l'ennemi approche de la Place, le Commandant de l'Artillerie doit avoir soin de disposer ses batteries de mortiers & de pierriers, les quaissons, fourneaux, fougasses, &c.

& de preparer les barils foudroyants, & sur tout les fascines goderonnées, les tourteaux, bales incendiaires & illuminaires, & autres artifices; choses très utiles, & qu'on ne pratique néanmoins que rarement.

Dès que l'ennemi est à portée de la cartouche, le Commandant de l'Artillerie doit faire distribuer ses cartouches, sous pretexte de sorties & de fausses allarmes, la Place tâche d'attirer la garde de la tranchée sous le feu des batteries qu'on lui fait essuyer meurtriérement: les pierriers dès-lors ne doivent cesser de tirer; & comme l'on use de retorsion du côté de l'assiégeant, il faut avoir des abris dans les postes étroits, contre les pierres, & la bombe, autrement la garnison n'a pas plus d'avantage, & même moins de ce côté que l'assiégeant.

L'on tire ordinairement les pierres avec des chambres coniques, parce que les tirs en sont plus justes: plus l'ennemi avance, & plus le Commandant de l'Artillerie doit redoubler ses feux & ses défenses, à mesure qu'une piéce est démontée: au lieu de se rebuter, il faut vîte la recharger, & recommencer avec plus d'obstination & de vigueur; mais ordinairement les Places ne sont jamais assez pourvûes de tout ce qui leur est nécessaire: les garnisons sont foibles, les Soldats d'Artillerie en petite quantité, avec peu d'Officiers, qui se trouvent d'abord harracés, & hors de service, faute d'être relevés; quelquefois à peine a-t'on du monde pour servir diligemment le quart des piéces que l'on a en batterie; & il faut laisser toutes ces belles dispositions inéficaces malgré l'attention, la valeur, & la volonté d'un habile Commandant: une Place qui devroit resister quatre mois tout au moins, se rend dans quinze jours tout au plus: les Places ne coutent rien à l'ennemi: les munitions s'en conservent: il profite de l'Artillerie, & de tout ce qu'il y a dans la Place, tandis que l'Armée & les forces du Prince se détruisent, celles de l'ennemi se conservent, s'augmentent; ce qui l'anime, & lui donne tout le loisir & la commodité de faire la conquête des autres; quoi qu'on puisse dire contre la dépense qu'il en coute, pour certaines provisions qui paroissent inutiles à ceux qui sont chargés de l'économie; ce n'est pas là le but des premiers Ingénieurs, & des premiers Généraux, qui ont fait bâtir les Places avec tant de dépenses, & tant de défenses; car le but veritable d'une Place, est de disputer un terrein pas à pas, & de le faire payer cher à l'ennemi à

mesure qu'il s'en rend maître ; afin que la longueur des Siéges, la fatigue de l'Armée, la perte des hommes, jointe aux maladies, & aux désertions inséparables des attaques meurtriéres, puissent donner le tems au secours, aux négociations, & aux préparatifs de la guerre dans le reste de l'état ; dès que les Places ne sont pas pourvûes, & que les garnisons ne sont pas telles qu'elles devroient être : bien loin de tendre à ce but, elles tendent à un autre tout contraire, puisqu'elles ne coutent rien à l'ennemi, & qu'il en tire de grands secours par les provisions qu'il y trouve, & qui lui servent à prendre les autres.

CHAPITRE SECOND.

Des dérangemens qui empêchent aux Mobiles de suivre le Pointement des Piéces, & des moyens d'y remedier.

SI l'on doit avouer que les régles que la théorie a données pour ajuster les tirs de nos bouches à feu, sont souvent démenties par l'expérience ; il faut aussi avouer qu'on prend rarement les précautions qu'elles indiquent ; on voudroit faire des épreuves, mais on s'y neglige d'une façon que lorsque les coups ne sont pas tels qu'on les attend, on ne peut jamais s'assurer si cela provient du défaut des principes qu'a enseigné la théorie, ou du défaut & de la négligence de la pratique : on se sert des poudres qui ne sont pas homogénes, de bombes & des boulets inégaux ; on refoule inégalement ; on a des affuts mal construits ; on donne un dégré d'élévation pour un autre ; on assure mal la piéce sur ses coins de mire ; on suppose une piéce bien coulée qui aura quantité d'imperfections ; & l'on voudroit que la pratique répondît à la théorie : chose impossible ! nous devons examiner à présent en détail les accidens qui doivent faire varier les tirs des bouches à feu : nous ne parlerons plus de ce que fait la différence des poudres, de leurs inflammations, de leurs arrangemens & compressions, du refoulement, des inégalités du métal, de l'inégalité du calibre des mobiles par rapport à leurs piéces, parce que nous l'avons déja traité amplement *dans la premiere Partie ;* il nous reste seulement à voir les moyens de remedier à ces accidens, autant

qu'il eſt pratiquable, & de connoître les défauts qui proviennent par le dérangement des plates-formes, l'emplacement des tourillons, & par les défauts des affuts.

Lorſque la bombe eſt ſur la plate-forme qu'on ſuppoſe bien nivellée, & ſur ſon affus qu'on ſuppoſe parfait; mais que le noyau de la piéce n'étoit pas bien placé dans la chappe du moule, quand on l'a coulée; & la volée par conſéquent ne ſe trouve pas bien partagée au milieu des métaux: ce qui fait qu'en prenant la raſante AO (*Fig.* 158.) des métaux, ſur la ſurface extérieure par le point A de ſa lumiére, l'axe de la piéce qui eſt toujours la ligne de direction, ne ſe trouve plus dans le plan du pointement; & pour lors le mobile, au lieu d'aller au point qu'on ſe propoſe, s'en éloigne, ou ſur la droite, ou ſur la gauche, ſelon la direction de l'axe de la piéce qu'il ſuivra toujours, tout le reſte étant tel que la théorie le ſuppoſe, ce qui fait que l'on croit que le coup n'a pas répondu au pointement; pour éviter ce dérangement qui eſt très commun & très facile à remédier; il faut faire mettre un dégorgeoir bien droit à plomb dans la lumiére de la piéce, & au rayon du Soleil réflechi par le moyen d'un miroir ordinaire qu'on préſente à ſa volée, on reconnoit à la bouche ſi le dégorgeoir prend le milieu de la volée; & enſuite reconnoiſſant la lumiére ſur la plate-bande de la culaſſe, on la prend pour l'extrémité de l'axe de la piéce; on met un rondeau de bois à la volée bien ajuſté à ſon calibre, dont on prend le centre; enſuite avec un perpendicule d'une ſoye unie & deliée, on fait paſſer la verticale O*b*F au centre *b* de la volée, & on prend le point O ſur la plate-bande de la volée, lequel répond au point A de la lumiére, ſi elle eſt bien placée, & repréſente le point de l'autre extrémité de l'axe de la piéce: la ligne AO ſur la ſurface de la piéce eſt dans le plan de la projection; & par conſéquent celle de ſa direction.

Lorſque la lumiére eſt mal placée, il faut corriger ſur la plate-bande de la culaſſe, pour avoir un autre point N, qui repréſente l'extrémité de l'axe de la piéce, par lequel tirant un rayon viſuel NOP au point O pris ſur la volée, ce rayon ſera dans le plan de la projection de cette piéce; & par conſéquent celui de ſon pointement, *par la Geométrie.*

Il ſuit que ſi l'on fait paſſer une verticale A*a* par le point *a*, & un autre OF par le point *b* des extrémités de l'axe de la volée d'une

piéce quelconque (soit que cet axe soit bien placé dans la piéce, soit qu'il soit mal placé dans la piéce), les points N & O pris sur les plates-bandes de la piéce, sont toujours dans le plan de sa projection; d'où il résulte évidemment que lorsque la plate-forme n'est pas nivellée, ou plus généralement, que par quelqu'autre manquement que ce soit, lorsque le rectangle A*a*, *b*O n'est pas perpendiculaire à l'axe des tourillons de la piéce : ce rectangle sera cependant toujours dans le plan de la projection de cette piéce; & par conséquent le rayon visuel AO ou NO, sera toujours celui du pointement, en faisant abstraction de l'élévation de l'axe *ab* de la piéce.

Lorsqu'on reconnoit que les tourillons de la piéce ne sont pas horisontalement placés sur la plate-forme, d'où que cela provienne, si l'on ne peut y remedier, il faut faire passer une verticale O*b*, *a*A, ou *b*M, *a*N, par le moyen d'un perpendicule par les extrémités de l'axe de la piéce; & pour lors le pointement AO ou NM, sera dans le plan de la projection.

L'on voit que si au lieu d'avoir pris les points N & M, on eût suivi la direction AO, le boulet fût allé à la droite du but, puisque la déclinaison de l'axe NO vise à la droite du but R.

Si ce défaut provient seulement des métaux de la piéce, le coup est corrigé, & sera également juste, en faisant abstraction du recul; mais s'il provient des roues de l'affus, ou du panchement de la plate-forme, alors le pointement est incorrigible de ce côté; car il ne suffit pas de redresser la piéce en prenant la direction AO: au lieu de prendre la direction AO, il faut encore empêcher que le canon dans son recul, ne recule pas plus facilement du côté que la roüe est plus basse (ou que la plate-forme panche), que du côte où elle s'éleve (ou bien où la roüe est plus haute); car si le boulet, comme nous l'avons vû *dans la premiere Partie*, est encore dans la piéce lorsque le balancement de la force mouvante qui le chasse agit contre la culasse de la piéce qui en produit le recul; il est évident que l'affus ayant plus de facilité à descendre qu'à monter, le mobile probablement se détournera de sa direction, & se portera du côté que la plate-forme est plus élevée; à moins qu'un autre accident ne corrige ce défaut par un autre opposé; car si par le défaut du boulet, ou de la charge, le centre de gravité du boulet n'est pas dans l'axe de la volée de la piéce; il se peut faire qu'un défaut contraire précisément

égal corrige le précédent, & que ce coup fût juste ; ou si le défaut étoit encore de la même nature, il seroit encore plus faux, ou si le défaut étant contraire est plus grand que le précédent, le boulet au lieu d'aller à droit iroit à gauche ; mais toujours moins que si par le défaut du recul, il n'eût point été porté à droit, le frottement de l'affus sur les plates-formes par l'inégalité des surfaces qui se frottent l'une contre l'autre, peut aussi détourner la piéce de sa direction, ce qui est évident.

Lorsque l'axe des tourillons n'est pas perpendiculaire au plan de la projection de la piéce, par le défaut de l'encastrement sur l'affus, en corrigeant le coup par le moyen du rayon NM, le coup sera juste ; car tout le reste étant dans la précision de la théorie, la piéce reculera également, & par conséquent suivra la direction de l'axe qui est dans le plan de la projection : on entend ici que l'axe de la piéce soit parallele à celui de l'affus, mais qu'un tourillon est plus enfoncé que l'autre, ce qui en dérange le nivellement.

Lorsque les tourillons ne seront pas perpendiculaires au plan A*b* de la projection, par le défaut des roües inégales, & dont le centre est juste ; alors quoi qu'on corrige le coup par le rayon visuel NM, ainsi que nous venons de le dire, il est évident que tout le reste étant dans la précision de la théorie, la grande roüe faisant plus de chemin que la petite dans son recul, détournera le mobile de sa direction MN, pour le porter du côté que se trouve la plus grande roüe ; il est assez difficile de corriger cette inégalité, aussi bien que toutes celles qui proviennent d'une cause qui tend à détourner la piéce de sa direction dans son recul, comme ce seroit encore, si l'axe FG (*Fig.* 159.) des tourillons de la piéce, n'est pas perpendiculaire à l'axe AB du milieu des flasques de l'affus ; & que celui-ci ne le soit pas aussi à l'essieu CD de l'affus, comme aussi si l'axe des tourillons FG étoit oblique à l'axe de la piéce ; car pour lors il est évident que quelque pointement NM, *dans la Fig.* 158. que l'on prenne sur la piéce, ce rayon NM, ordinairement ne sera pas dans l'alignement MQ du recul ; & par conséquent le mobile se démontrera selon la direction MQ, au lieu de suivre la direction de l'axe de la piéce, ou celle de l'axe de l'affus.

Si les inégalités des métaux détournent la piéce dans son recul de la direction de son axe, comme nous l'avons vû *dans la pre-*

mieré Partie, l'on ne ſçauroit y remedier non plus que dans tous ces cas, qui détournent les piéces dans leurs reculs de la direction de l'axe de la volée, à moins qu'on ne gêne les flaſques & les roües par le moyen d'un chaſſis, ainſi que nous le verrons.

Lorſque les mobiles ſont mal faits, & que leur centre de gravité eſt mal placé par rapport à celui de leurs figures, on ne ſçauroit y remédier, à moins de faire enſorte que ce centre ſe trouve dans l'axe de la direction de la volée des piéces, ou bien à moins qu'on ne connoiſſe l'angle d'inclinaiſon BAC (*Fig.* 160.) de la direction AFB, que doit prendre le mobile par la ſituation du centre F de gravité, avec la direction de l'axe AGC, qui paſſe par le centre de la figure du mobile, & qui devroit être dans le plan de la projection, ce qui n'eſt pas; car pour lors en le connoiſſant, au lieu de pointer au point C, il n'y a qu'à pointer par un angle d'inclinaiſon CAD au point D, en prenant la direction AD, au lieu de la direction AC; il eſt évident que ce changement n'apportant aucun obſtacle au mobile, pour le détourner de ſa direction AFB, il la ſuivra, puiſque rien ne change dans la piéce, pour l'avoir pointée au point D, au lieu du point C, l'angle de déclinaiſon CAD étant égal à l'angle BAC par la ſuppoſition, la direction AFB par conſéquent tombera ſur AC où eſt le but, ce qui eſt évident, *par la Geométrie;* mais comme il eſt très-difficile de connoître, & de placer ce centre de gravité du mobile dans la piéce, on peut prendre patience lorſqu'on rencontre cet accident; car quelque régle qu'on ſuive, quand on ne connoit point l'amplacement du centre de gravité dans le mobile: ce point de gravité ſera tantôt à droit, tantôt à gauche, d'autres fois ſe trouvera placé juſte dans la piéce: de ſorte que quoique même on ſe ſerve du même boulet ou de la même bombe, de quelque diligence qu'on uſe, à moins que la fortune ne s'en mêle, jamais les directions ne feront égales, quoi qu'avec un même pointement; mais en ſe ſervant du même mobile avec grande attention, & qui ſoit d'un calibre bien ajuſté à la piéce : ſi cela arrive, on peut conclure que cela provient du centre de gravité du mobile mal placé dans la piéce.

Puiſque cela eſt ainſi, l'on voit qu'on ne ſçauroit trop prendre de meſures pour s'aſſurer d'avoir des boulets & des bombes parfaitement bien coulées, & égales pour chaque calibre.

Dans les chambres des mortiers, ou généralement dans les

chambres des piéces, dont le calibre de la chambre eſt different de celui de la piéce : ſi l'axe de la piéce n'eſt pas précisément dans l'alignement de l'axe de la chambre, les coups n'en feront jamais juſtes ; mais comme la ſituation des deux axes ne varie jamais, ſi l'on ſe ſert du même mobile, & que tout le reſte ſoit dans la préciſion de la théorie, alors il eſt facile d'y remédier; car il n'y a qu'à pointer l'axe de la volée de la piéce au point M, de ſorte que l'angle DAC ſoit égal à l'angle CAM; il eſt évident pour lors, *par la Geométrie*, que la direction AD, que le mobile prend, par ce défaut tombera ſur la direction AC, qui conduit au but C.

De ſorte que ſi un mortier fait toujours détourner la bombe du même côté, nonobſtant les précautions que l'on prend pour toutes les conditions requiſes à un bon pointement, on peut conclure que l'axe de la chambre n'eſt pas aligné avec celui de ſa volée : ordinairement l'obliquité de l'axe de la chambre fait que cet axe n'eſt pas perpendiculaire à l'axe des tourillons ; & parce que cet axe des tourillons doit être ordinairement perpendiculaire à la direction du recul de l'affus ; il ſuit évidemment que le mortier reculera ordinairement du côté opposé à celui où va tomber la bombe, parce que l'affus doit ſuivre la direction de la bombe même dans ſon recul AP : il eſt évident que ſi la bombe va à la droite du but C en D, l'affus par la direction AP ira à la gauche du côté opposé.

Si les mobiles ne ſont pas d'un même poids ni d'un même calibre, il eſt très difficile d'y remédier ; cependant ſi les boulets ne ſont pas de calibre, & qu'ils ayent trop de vent, ce qui eſt fort pernicieux pour les piéces, & les rend d'abord fauſſes & évaſées par le long & continuel balottement du boulet dans la volée, qui à ſon débouché ſe peut détourner en tout ſens, par toutes les directions infinies qu'on peut prendre dans la ſolidité d'un cone tronqué ABC (*Fig.* 162), par les angles des réflexions, ſelon les angles d'incidence des balottemens du boulet ſur le bord de la volée à leur débouché : ſi cela arrive cependant, il n'y a d'autres remédes que de les enveloper avec du linge, du gros drap, ou de la peau, afin que le centre de gravité ſe trouve dans l'alignement de l'axe de la piéce ; l'on peut remarquer l'impreſſion des boulets ſur la ſurface de la volée, après avoir tiré pluſieurs coups de ſuite avec des boulets qui ont trop de vent.

Quant

Quant aux bombes, lorsqu'elles ont trop de vent, il faut mettre des écliffes de bois au lieu de la terre, quand il s'agit de tirer avec plus de précision: de sorte que leur centre de gravité, qu'on suppose dans l'axe de leur figure, soit dans l'axe du mortier.

Lorsque les bombes ne sont pas d'un poids précis, pourvû que leur calibre soit juste, il est facile d'y remédier en mettant dans la charge du sable, ou du plomb, pour en égaliser le poids.

Si les coins de mire ne sont pas affermis, il est évident que les portées ne seront jamais précises par rapport aux distances; car le mobile fera quelquefois le haut, d'autres fois le bas, & quelquefois il atteindra le but de sorte qu'on sera toujours obligé de tâtonner; cé défaut est beaucoup plus considerable pour les mortiers, que pour les canons; car si l'on tire par les basses élévations, & que le mortier se soûléve, les portées sont beaucoup plus grandes qu'on ne le suppose, si l'on tire par les hautes élévations; & si les bombes partent encore sous une plus grande élévation, par le soûlevement du mortier, elles sont beaucoup moindres, qu'elles ne le devroient être; puisque outre le retardement de la vitesse de l'impulsion, qui est dans la raison des ($\frac{ss}{q}$) quarrés, des Sinus des élévations, elle diminue encore dans la raison des $cs - \frac{ss}{q}$. *Seconde Partie. Section troisiéme.*

Pour éviter ce défaut, il faut premierement affermir les plates-formes des batteries sur un fonds solide, autant qu'on le peut, & faire un double rang de poutrelles ou de gros madriers; en second lieu il faut avoir des mortiers chargés de métal, sur tout pour la dotation des Places, où il est important d'avoir des mortiers excellens pour leurs défenses, qui puissent porter juste sur les batteries des assiégeans; 3°. Il faut avoir des affus lourds proportionnés au poids des mortiers, & à la secousse de la charge; 4°. Il faut s'assurer que les coins de mire ne varient point, & que l'on puisse fixer le mortier d'une maniere inébranlable sous toutes les élévations possibles.

Si nous réflechissons sur toutes ces conditions, nous avoüerons que de la façon que sont faits aujourd'hui les affus des mortiers, il semble qu'on n'y ait eu auçun égard; car les uns sont faits d'une maniere qu'on ne peut pointer le mortier, que sous les élévations depuis l'angle de 25 dégrés, jusqu'à celui de 90, les autres ne

peuvent même tirer que depuis 45 à 90, par l'élévation des crapaudines, ou des couffinets qui n'en permettent pas davantage ; de forte que s'il eft queftion de tirer par les baffes élévations, ou de tirer par des directions horifontales ou abaiffées, on ne peut plus l'exécuter avec ces fortes de mortiers, ils font prefque tous faits d'une façon, qu'on n'eft jamais affuré du dégré fous lequel on veut faire partir la bombe : voilà fans doute le fujet pour lequel les gens d'une fimple pratique décrient la théorie de toutes les régles qu'on peut leur donner ; parce qu'ils trouvent que c'eft prefque auffi-tôt fait de tâtonner dans l'occafion, que de s'en fervir ; ce qui ne leur arrive que par leur propre négligence à exécuter les régles qu'on leur donne, en prenant de plus fages précautions ; il paroit que l'invention des premiers affus de mortier (eu égard à cette confideration) étoit plus parfaite que la nôtre ; car au moins on pouvoit donner toutes les élévations qu'on vouloit au mortier, mais on n'avoit pas pris affez de précautions pour s'en affurer, & pour les affermir : je propofe une façon d'affus pour les mortiers, laquelle eft folide, & avec lefquels on peut tirer par tous les dégrés d'élévation depuis 0 à 90 dégrés, fans craindre aucune variation, & même par des directions abaiffées, autant qu'on peut en avoir befoin dans la pratique.

Quant aux piéces de canon, il eft facile de les affurer fur les affus, il y a peu de changement à faire ; il fuffit d'empêcher la piéce de s'aboucher, & d'empêcher les coins de mire de s'échapper de deffous la culaffe ; car à mefure que la culaffe s'appuye fur le coin de mire DGF (*Fig.* 163.), par l'éfort de la force motrice qui doit chaffer le boulet de la piéce, le coin s'échappe en s'approchant du point K, c'eft la raifon pour laquelle malgré le pointement d'un bon Canonier, l'on voit tant de coups extravagans & qui font le haut.

Si l'on refléchit fur ces deux accidens, nous avoüerons auffi de bonne foi qu'il femble qu'on n'y ait pas penfé ; car de la façon que font faits les coins de mire aigus, de maniere que les piéces n'appuyent que légérement deffus un feul point, l'on voit d'abord qu'il eft impoffible de s'affurer d'un coup jufte, & que cela dépend bien autant pour le moins de la fortune du Pointeur que de fon adreffe ; puifque deux coups également pointés par le même Canonier, & également chargés avec une même piéce, font fi différens l'un de l'autre ; l'un fera jufte, & l'autre s'échap-

pera en-dessus du but; le troisiéme au contraire fera le bas, & donnera à terre, sans qu'il y ait aucune différence dans les pointemens & dans les charges; bien plus quelquefois un coup qui dévroit être trop élevé va donner à terre, tandis que celui qu'on peut juger devoir faire le bas, passera au-dessus du but lorsqu'on tire à la distance de 200 toises de France.

Pour éviter cet inconvenient, qui est très commun & facile à remédier, il n'y a qu'à faire les enchassemens des tourillons des piéces en-deça du but des flasques des affus de deux calibres de la piéce de plus qu'on ne le pratique ordinairement, aussi bien que celui de l'essieu de l'affus; & faire une coulisse dans les flasques, afin de pouvoir y mettre un coussinet d'apui sous le ventre de la piéce après qu'elle est pointée; ce qui lui empêchera de faire le bas, il faut faire à l'entretoise KFMN (*Fig.* 164.) de la culasse, sur lequel les coins de mire appuyent un retient AFK, pour que le premier coin de mire ADG ne puisse s'échapper en arriere; il faut donner outre cela peu de chute 2B au coin de mire, afin que la culasse de la piéce appuye dessus plus rudement, & faire les coins de mirre aussi larges que l'entretoise du repos est longue; de sorte que GC = EN, afin qu'il ne puisse se détourner ni à gauche ni à droite, la figure seconde montre les changemens qu'on a fait aux affus de canon, aussi bien que leur description; j'en ai fait l'expérience, elle m'a parfaitement réussi avec des piéces qu'on ne pouvoit regler sans cette précaution.

Quoique cette précaution ne soit pas absolument nécessaire; pour toutes sortes de piéces, on ne risque rien de la prendre dans tous les affus, & si elle n'est pas toujours utile, elle ne peut jamais nuire.

Quant aux dérangemens occasionnés par une cause quelconque qui détermine la piéce à reculer d'un côté plutôt que de l'autre, il faut faire un chassis qui la gêne, & l'oblige toujours à reculer selon la ligne de direction du pointement; bien entendu que l'axe du milieu de l'affus soit parallele au rayon du pointement; on trouve la description, les dimensions & l'usage de ce chassis à la fin de ce volume (*Fig.* 171.): quoique le rayon visuel du pointement ne soit pas parallele à l'axe du milieu de l'affus: le chassis en génant la piéce dans son recul, fait toujours que l'axe de la piéce recule parallelement, & rend les détournemens insensibles, comme on le peut voir dans la description du chassis; on ne

sçauroit pourvoir aux dérangemens causés par la diversité des inflammations des charges, quoi qu'avec une même & précise quantité de poudre homogéne, qu'en se servant des chambres sphériques toujours pleines pour les mortiers, & d'une poudre dont la charge de la hauteur d'un seul calibre soit suffisante pour les canons; on trouvera à la fin de ce volume la description, les dimensions des canons & des mortiers, & celles de leurs affus: il est libre à chacun d'en juger comme il trouvera à propos; je m'en rapporte aux expériences des Savans & Experts, à qui je les propose pour la prosperité des armes des Princes Chrétiens, à la gloire de Dieu & de son Eglise.

EXPLICATION DE L'AFFUS DES MORTIERS, Figures 165, 166 & 167.

LA Figure 165, représente le plan de cet affus, dont voici l'explication.

A . Encastrement du poteau qui soutient la poutre au travers de laquelle passe la vis mesurée qui éléve ou abaisse le mortier.

C Encastrement des gardes qui arcboutent les poteaux.

DD Grosses poutres qui sont jointes au massif de l'affus en forme de chassis, par des boulons qui traversent tout le massif de l'affus, les poutres supportent les poteaux.

EE Massif de l'affus composé de deux grosses poutres jointes ensemble, & liées avec des liens, ou des bandes renforcées, & jointes aux deux poutres EE par des boulons.

F Encastrement ou arrondissement dans le massif de l'affus, pour que le ventre du mortier n'empêche point qu'on le puisse pointer par des directions horisontales ou abaissées.

G Madriers qu'on ajoute sur le devant de l'affus, pour y pouvoir appuyer dessus des madriers ou semelles pour soutenir les coins de mire.

H Coulisses pratiquées dans ces madriers G, & dans les poutres DD, pour y pouvoir introduire une planche qu'on met verticalement, afin de pouvoir gêner la tête des coins de mire contre cette planche, crainte que l'éfort du mortier ne les

dérange : de forte que le mortier fe trouve de cette façon engagé & affermi entre la vis *d*, & les coins de mire ; & l'on peut toujours reconnoître fi le coup eft parti fous l'élévation déterminée.

Explication de la Figure 166.

Cette Figure repréfente la vûe de la partie du devant de l'affus qu'on a coupé felon la fection AB de la Figure 165 du plan de l'affus : & comme on a marqué des mêmes caracteres les parties des madriers P, on reconnoîtra que DD font les deux poutres qui avancent fur le devant de l'affus.

G Sont les retients faits dans le madrier P, pour foutenir les madriers M, qui fupportent les coins de mire.

H Sont les couliffes pratiquées dans la poutre D, & dans les madriers P, la Figure montre comme les planches peuvent y être introduites auffi bien que leur ufage.

F Arrondiffement dans le maffif pour que le mortier puiffe librement s'élever & s'abaiffer.

On a fait trois différens retients *g*, afin de pouvoir hauffer & baiffer les coins de mire, à mefure qu'on éléve ou qu'on baiffe le mortier ; il y a auffi deux couliffes, pour que les planches qu'on y introduit verticalement, foient plus proches des coins de mire. Je ne propofe cet affus que pour faire des épreuves affurées, ou pour des occafions où il faut tirer des bombes avec une grande précifion.

Explication de la Figure 167.

L Gardes qui arcboutent les poteaux & les flafques même.

M Corps de l'affut de deux groffes poutres bien liées enfemble, ou même d'une feule poutre s'il fe peut, lequel eft joint aux deux poutres NN, par de gros boulons qui le traverfent entierement, & débordent de part & d'autre des poutres NN, pour embarrer en batterie & hors de batterie.

La partie NP des deux poutres NN, qui avance au-devant & au derriere de l'affut, fert à lui donner un plus grand empattement & à le rendre plus folide.

O Levier avec lequel on embarre dans l'écroue F, pour

ramener le mortier, & lui donner le dégré précis d'élévation par le moyen de la vis mefurée *d*.

Lorfqu'on n'eft pas preffé, on peut ramener le mortier avec cette vis, avec un feul homme.

R Boulons qui fervent à embarrer & à flafquer pour pointer le mortier.

Explication de la Planche 17. Part. III.

Figure 168. Flafque d'un affut de canon de vingt-quatre livres de France, où l'on voit le changement qu'on y fait à la tête de l'affut, pour y pouvoir mettre un coin d'appui fur le devant de la piéce.

AA Vûe d'un flafque d'un affut à canon avec fes mortaifes.

b b On a marqué par un *b* l'enfoncement & l'encaftrement que l'on doit pratiquer à la tête de l'affut AD, pour y pouvoir placer un plateau ou efpece de femele qui foutient les coins de mire qu'on met fous le devant de la piéce, pour lui empêcher d'aboucher & de faire le bas; ce plateau eft de la largeur de l'entretoife de volée, & de la longueur *bb* de l'encaftrement.

ABD Tête de l'affut plus longue de deux calibres de la piéce, de plus qu'on ne le pratique ordinairement.

EF Encaftrement de l'effieu de l'affut qu'on a reculé également de deux calibres de plus qu'à l'ordinaire.

On ne repréfente pas l'affut entier, parce que cela eft inutile. Quant au changement que je propofe à faire aux coins de mire fous la culaffe, on a vû dans la Figure 164, qu'on y laiffe un rebord fur l'entretoife du repos GG, pour retenir le premier coin de mire, crainte qu'il n'échappe en arriere; & que la largeur des coins de mire doit être égale à la longueur de l'entretoife, pour qu'ils ne chancelent point: fur toutes chofes il faut avoir attention de faire les coins de mire felon l'endroit qu'on veut battre, en ne leur donnant que l'inclinaifon fuffifante à pouvoir élever ou abaiffer le pointement 5 à 6 toifes plus haut ou plus bas que le but qu'on veut battre: ce qui fuffit & au-delà, & fait que la piéce eft plus ferme fur fon coin de mire.

Explication des figures des Canons 169 & 170.

Cette figure n'eſt pas pour donner une juſte épaiſſeur des canons ; car pour en fixer les dimenſions, il faudroit avoir trouvé une poudre telle qu'on l'a propoſée, parce qu'à meſure que les poudres feront moins fortes, il faudra en augmenter la charge ou diminuer les diſtances des batteries : ainſi cette figure ſert ſeulement à faire voir l'avantage qu'on tireroit de cette poudre & de ces piéces, dont les portées avec des charges homogénes ſeroient beaucoup plus égales.

On a auſſi augmenté le poids du bouton, & on l'a allongé pour donner plus de péſanteur à la culaſſe, afin que la piéce ſoit plus ſolide ſur ſes coins de mire.

On ne condamne pas pour cela les autres piéces longues qu'on pourroit faire, ſi l'on avoit cette poudre plus forte, comme on les fait, en les chargeant avec notre poudre ordinaire ; mais on prétend ſeulement que les piéces ſeroient beaucoup plus juſtes, & ſeroient d'une grande utilité dans l'exécution, par l'avantage qu'on y trouve dans les munitions qu'elles conſument de moins ; & par la juſteſſe & par l'égalité de leurs coups, dont il faudroit un nombre beaucoup plus moindre pour un même effet, qu'avec les piéces & les poudres ordinaires : le reſte de l'explication pour les dimenſions des piéces, ſe trouve dans le diſcours ſuivant.

Dimenſions des Canons des Places.

Figure 169. Gros canon pour les aſſiégés dans une place. Cette méthode eſt générale pour toutes les piéces qui ne ſont point couleuvrinées.

Longueur du canon de l'extrémité du bouton à la bouche, ...	calibres, 17
Longueur de la volée, depuis le fonds de la chambre juſqu'à la bouche, y compris le demi calibre d'arrondiſſement du fond de la chambre, ...	calibres, 12 $\frac{1}{2}$
Epaiſſeur du métal à la culaſſe, ſur toute la longueur du premier renfort paralelle à la volée,	calibres, 1 $\frac{1}{4}$
Epaiſſeur à la bouche du canon, . .	calibres, $\frac{3}{4}$

Le fecond renfort eft une ligne parabolique.

Longueur du premier renfort, compris le demi calibre d'arrondiffement du fond de la charge, qui eft en demie fphére, . . calibres, 5 $\frac{1}{2}$

Hauteur de la charge de poudre, y comprife la demie fphére, ... calibres, 1 $\frac{1}{2}$

Diftance des tourillons de la fin du premier renfort, ... calibres, 1

Longueur & groffeur des tourrillons, . calibres, 1

Dimenfions des Piéces de Campagne.

Figure 170. Canon de Campagne pour les affiégeans. Cette conftruction eft générale pour tous les calibres différens des piéces qui ne font point couleuvrinées.

Longueur du Canon depuis le bouton jufqu'à la bouche, ... calibres, 15

Longueur du Canon du fond de la volée jufqu'à la bouche, ... calibres, 10 $\frac{1}{2}$

Epaiffeur à la culaffe, ... calibres, 1 $\frac{1}{6}$

Epaiffeur à la fin du premier renfort, . calibres, 1 $\frac{1}{6}$

Epaiffeur à la bouche, ... calibres, $\frac{2}{3}$

Le fecond renfort eft une ligne parabolique.

Longueur du premier renfort, compris l'arrondiffement du fond de la charge de poudre, compris la demie fphére, . . . calibres, 5 $\frac{1}{2}$

Diftance des tourillons de la fin du premier renfort, ... calibres, 1

Longueur & groffeur des tourillons, . calibres, 1

Hauteur de la charge de poudre, compris la demie fphére, ... calibres, 1 $\frac{1}{2}$

Explication de la Planche 18. Part. III.

Figure 171. Vûe du chaffis fur fa plàtte-forme, pour regler la piéce dans fon recul, & l'empêcher de fe détourner fenfiblement de fa direction.

AA Platte-forme dans laquelle on diftingue les madriers & les clouds qui les attachent aux poutrelles BB.

BB Poutrelles qui ſoutiennent la platte-forme, où l'on voit en même tems le profil de la platte-forme : ces poutrelles ſont levées & fixées ſur un madrier ZZ.

CC Poutrelles du chaſſis qui gênent & emboëtent, pour ainſi dire, les jantes de la roüe de l'affut, en formant une eſpece de couliſſe, le long de laquelle les roües avancent ou reculent en droite ligne.

D Entretoiſe de liaiſon qui ſert à aſſembler les poutrelles CC du chaſſis, & en même tems à ſoutenir la queüe de l'affut dans ſon recul.

E Autre entretoiſe d'aſſemblage du chaſſis : dans le milieu de cette entretoiſe il y a un trou au travers dans lequel paſſe la cheville ouvriere.

F Cheville ouvriere du chaſſis, ſur laquelle le chaſſis tourne lorſque par le moyen des cabeſtans on veut pointer à droite ou à gauche : cette cheville eſt enfoncée ſous terre, & jointe à une poutre qui eſt ſous terre.

GG Poutre enfoncée dans la terre retenuë par des piquets bien enfoncés, afin que la cheville ouvriere ne s'ébranle point.

H Tête platte & quarrée de la cheville F, laquelle tête s'enfonce & s'enchaſſe dans la poutre GG, où elle eſt attachée avec quatre vis avec leurs écrouës, pour qu'elle ſoit plus ferme.

ii On a marqué par un *i* tous les piquets qui affermiſſent la poutre GG.

K Coins de retient qui étans curvilignes, retiennent inſenſiblement la rouë, & l'empêchent de reculer, & la remettent d'abord en batterie d'elle-même : de ſorte que ſi l'on arrête ſur l'entretoiſe par le moyen d'un bouton le coin de mire ſous la culaſſe de la piéce, elle ſe trouvera d'abord pointée, & portera toujours au même but ſon boulet ; on ne met ce coin de retient K, que lorſqu'on veut tirer vitement.

LL Coins de retient qui ſervent d'heurtoir, pour empêcher que la piéce en retombant en batterie ne ſorte du chaſſis en avant.

MM Poutrelles qui ſervent à guinder la queüe de l'affut, en formant une eſpece de boëte ou de couliſſe, de ſorte qu'elle recule toujours en ligne droite.

N Poutrelle qui ſert à retenir la queüe de l'affut lorſque la

piéce, par la violence du recul, a traversé le coin de retient K, & empêche que la piéce ne sorte de son chassis.

P Anneau attaché au chassis, pour que la corde puisse le détourner selon le pointement qu'on veut faire.

Q Corde qui traverse dans l'anneau du chassis.

R Piquet où l'on arrête le brin de la corde Q.

S Cabestan.

T Levier pour embarrer dans le tour du Cabestan.

Par le moyen de ces deux Cabestans on flasque la piéce; avec cette attention que si la piéce doit être détournée sur la droite, il faut abbattre au Treüil de la gauche, & à mesure qu'on abbat au Treüil de la gauche, il faut que celui du Cabestan de la droite lache insensiblement la corde X: & dès que le Canonier pointeur trouve le pointement, on arrête le chassis par le moyen d'une vis en bois qui enfonce. Si le coup est juste, on continue à tirer sans repointer la piéce; s'il n'est pas bon, on retourne flasquer jusqu'à ce qu'il soit juste. L'on ne propose ce chassis que pour des occasions pressantes où il faut un feu continuel & tirer sur un même but. On voit évidemment que le recul est toujours le même; & par conséquent la piéce ne sçauroit être détournée de sa direction par les défauts du recul.

Explication de la Planche 19. III. Part.

La Figure 172, représente un mortier de 6 pouces à grenades royales, dont la chambre sphérique contient quatre onces de poudre.

A Piece de rosette pure bien corroyée qu'on peut pratiquer dans toutes les piéces d'Artillerie: elle sert à conserver la lumiere, parce qu'elle resiste davantage; on l'ajoute dans le moule lorsqu'on le construit.

Je n'ai pas reglé l'épaisseur des mortiers, & les figures ne sont pas tout-à-fait éxactes, parce que cela dépend des qualités des métaux & des forces des poudres qu'on ne sçauroit déterminer que par des expériences que chacun doit faire relativement au métal & à la poudre dont on se sert: & d'ailleurs ceci n'est qu'une ébauche de ce que je dois traiter plus amplement dans le second volume. J'ai seulement donné ces figures ici, pour voir la diversité de chambre qu'on pourroit faire pour chaque calibre.

On ne propose ces façons de chambre que pour s'assurer d'une plus grande justesse ; on ne condamne pas pour cela les mortiers faits différemment ; mais on veut seulement faire voir qu'ils sont moins justes, & qu'ils donnent des portées moins égales avec des charges égales, lorsque les chambres ne sont pas totalement remplies.

Figure 173. Mortier de 6 pouces à grenades royales, dont la chambre sphérique contient 8 onces de poudre.

Figure 174. Mortier de 6 pouces à grenades royales, dont la chambre sphérique contient une livre de poudre.

Figure 175. Mortier de 9 pouces, dont la chambre sphérique contient 8 onces de poudre.

Figure 176. Mortier de 9 pouces, dont la chambre sphérique contient une livre & demi de poudre.

Figure 177. Mortier de 9 pouces, dont la chambre sphérique contient deux livres de poudre.

Explication de la Planche 20. III. Part.

Figure 178. Mortier de place de 12 pouces. dont la chambre sphérique contient deux livres de poudre.

Figure 179. Mortier de place de 12 pouces, dont la chambre sphérique contient trois livres de poudre.

Figure 180. Mortier de place de 12 pouces, dont la chambre sphérique contient quatre livres & demi de poudre.

Explication de la Planche 21. III. Part.

Figure 181. Mortier de 17 pouces, dont la chambre sphérique contient six livres de poudre.

Figure 182. Mortier de 17 pouces, dont la chambre sphérique contient dix livres de poudre.

Figure 183. Mortier de 17 pouces, dont la chambre sphérique contient quinze livres de poudre.

EXPLICATION

De l'Inftrument univerfel pour le Jet des Bombes, & des Figures qui y font relatives.

Planches 22. 23. *&* 24. III. Partie.

C'EST le fort de toutes les inventions de n'être pas exemptes de changement dans leurs commencemens: l'on en trouve quelques-uns dans ces Inftrument, ainfi qu'on peut le remarquer par les Figures. Ces changemens tendent à le rendre plus commode & plus univerfel pour toutes les operations dont un Officier d'Artillerie peut avoir befoin pour le jet des Bombes, comme pour mefurer les diftances, & placer femblablement les plans qu'il veut frapper.

L'on peut prendre les dimenfions fur l'Echelle de 12 pouces, pied de Roi, au bas de la planche 23. Part. III. Cette échelle fert feulement pour les Figures 184, 186, 187, 188, 189; les autres Figures 185, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, n'ont point d'échelles.

La Figure 184, repréfente le limbe HGF de 18 pouces ½ de diamétre; il eft pofé fur une carcaffe de bois d'arcajou, parce que de cette grandeur il auroit été trop péfant, fi tout l'Inftrument eût été de cuivre.

Ce limbe eft divifé en demi dégrez, & chaque demi dégré eft foudivifé de 5 en 5 minutes, par le moyen des cercles concentriques & des tranfverfales, ainfi qu'on peut le voir de F en R; le refte du demi cercle de cette figure n'eft divifé qne de 5 en 5 dégrez, parce que cela fuffit pour l'intelligence de ces divifions.

ML eft une bande de cuivre qui joint les deux extrêmités du limbe, pour empêcher qu'il ne s'ouvre & fe dérange. AB eft auffi une autre lame pour gêner le limbe, & le fortifier contre les efforts du bois de la carcaffe, au cas qu'elle fût tourmentée. NO & QP, font des traverfes qui font enchaffées dans le limbe de bois CBD de la carcaffe, pour la contenir d'avantage.

La

La Figure 186. repréſente la ſurface inférieure de l'Inſtrument oppoſée à celle de la figure 184. En voici l'explication.

A Centre du demi cercle armé d'une plaque de cuivre, afin qu'il ne puiſſe ſe décentrer.

V Vis de cuivre pour ſerrer le limbe de cuivre contre ſa carcaſſe, par le moyen des écroues qui ſont attachés en dedans au limbe de cuivre.

RR Plaque de cuivre à laquelle eſt attaché le pied du demi cercle repréſenté par la figure 187 : ce pied entre dans la genouillere, fig. 189. Cette genouillere s'enchaſſe dans le pied à trois branches NM, repréſenté par la fig. 188.

Y Vis qui attache la plaque RR à l'Inſtrument.

X Centre de gravité de l'Inſtrument, c'eſt-à-dire du demi cercle.

CC Pinules attachées à la ſurface inferieure du demi cercle : ces pinules ſont renverſées verticalement, quand on poſe le demi cercle horiſontalement.

D Vis qui attache les pinnules à la carcaſſe.

La figure 187. repréſente cette plaque RR.

La Figure 188. repréſente le pied à trois branches.

NM Eſt la partie qui entre dans la genouillere (*Fig.* 189.) dans laquelle SS, (*Fig.* 187.) tourne en tout ſens.

V Cheville ou vis qui ſerre le globe SS, pour affermir l'Inſtrument.

O Autre vis qui ſerre contre le cylindre NM de la figure 188, pour l'empêcher de tourner à l'entour.

La Figure 185. repréſente l'alidade HF avec la lunette AB, à foyer mobile.

EE Pinules.

F Plaque qui attache la pinule E à la regle HF.

G Vis qui ſerre la plaque à la regle.

C Piéce à laquelle ſont attachées les deux ſoyes croiſées qui paſſent par le foyer.

V Vis qui ſert à remuer les croiſées. Cette piéce eſt connüe, il eſt inutile d'en parler davantage.

Pour verifier ſi la lunette eſt parallele à la regle, il faut qu'en bornoyant par les pinules E, (*Fig.* 185.), on voye le même objet que l'on voit vis-à-vis de l'interſection des deux ſoyes, en bornoyant par la lunette DB. La piéce C, ſert à ajuſter le foyer

de la lunette, pour que cela ſe rencontre ainſi.

La Figure 190. repréſente le carton CBD, qu'on met dans le demi cercle CBD (*Fig.* 184.), ſur lequel on trace les plans inclinés, & les objets qu'on veut frapper, ſemblablement comme ils ſont ſur le terrein ; ainſi que nous l'avons déja expliqué.

La Figure 191. repréſente l'alidade qui trace la parabole. A eſt le centre de l'Inſtrument.

L'alidade s'enchaſſe au travers de la cheville A de l'Inſtrument, (*Fig.* 192.) qui entre dans le trou A de cette alidade : elle eſt diviſée en 23 parties égales, chacune deſquelles eſt ſoudiviſée en 16 parties égales ſur la ligne CC.

La ligne DD eſt diviſée ſelon la ſuite des quarrés o, 1, 4, 9, &c. des parties égales ; c'eſt-à-dire $\frac{1}{16}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{9}{16}$, &c d'une des parties égales 1, 2. 2, 3. &c. Les éguilles ſont égales à ces parties $\frac{1}{16}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{9}{16}$, &c.

La Figure 192. repréſente l'Inſtrument poſé horiſontalement lorſqu'on veut s'en ſervir comme d'un demi cercle gradué : le bord HC, DF, ſert à mettre pluſieurs cartons lorſqu'on veut s'en ſervir comme d'une planchette graduée, avec la ſeule alidade HF, (*Fig.* 185.)

EV Pinules fixes ſur le diamétre du demi cercle.

MG Pied à trois branches.

On peut auſſi ſe ſervir de cet inſtrument en qualité de planchette ordinaire, avec la même alidade qu'on ne traverſeroit pas ſur la cheville AM : ce qui eſt évident ſans autre explication.

La Figure 193. repréſente la partie AB inférieure de la regle HF (*Fig.* 185.), ou de l'alidade AB (*Fig.* 191.), à laquelle il y a un reſſort de cuivre RR, qui affermit les alidades contre le bord du limbe de la carcaſſe de l'Inſtrument, par le moyen d'une vis qui appuye contre une lame L de cuivre.

La Figure 194. repréſente la vis qui ſerre l'alidade AB (*Fig.* 191.) ou FH (*Fig.* 185.), contre le centre A du demi cercle : cette vis doit entrer dans la cheville A (*Fig.* 192.), de la piéce du centre de l'Inſtrument, laquelle eſt percée & tarodée pour cet effet.

On voit par la Figure 195. la façon dont les éguilles OL s'accrochent à l'alidade AB (*Fig.* 191.), il y a un petit crochet O, qui paſſe dans la cheville E de la figure 191, qu'il y a à chacune des diviſions égales ſur la ligne AC. La raiſon de ce changement (car je les avoit fait percer d'abord) eſt, qu'il eſt trop difficile de ma-

nier l'alidade, au lieu que de cette façon on accroche les éguilles lorsque l'alidade est déja placée sur l'Instrument, & on les ôte lorsqu'on veut ôter l'alidade, ce qui est beaucoup plus commode.

La Figure 196, représente l'Instrument posé verticalement sur son pied : ML est le carton qu'on y met pour y placer semblablement les buts qu'on veut atteindre.

On ne se sert pas ordinairement de l'alidade BD, & de l'alidade AC ensemble : car l'alidade BD, n'est que pour prendre les distances des objets & leurs positions, par rapport à la batterie qu'on suppose au point A, & l'alidade AC est pour trouver les deux paraboles qui passent par ce point, comme nous l'avons vû. Ces deux piéces s'embarrasseroient trop si on les joignoit ensemble : on ne les représente ainsi que pour faire voir comme elles doivent être placées l'une & l'autre sur l'Instrument. On pourroit aussi se dispenser d'une lunette, mais elle ne nuit point quand on veut en faire la dépense. J'ai déja fait voir les avantages de cet Instrument sur tous ceux qui lui sont équivalens.

Il me reste encore à démontrer comme l'on peut trouver la force absolue du choc, & l'angle d'incidence du mobile sur un plan incliné, de quelque façon qu'il le soit, par rapport au point A de la batterie.

Soit le plan incliné MN (*Fig.* 191.), qu'on ne peut frapper que par une parabole AP 14, au point 14, par la direction AE ; on demande quelle est la direction du choc, la force absoluë du choc, & l'angle d'incidence sur le plan MN.

Après avoir placé le plan déterminé MN, semblablement sur l'Instrument, comme il est sur le terrein, par les régles de la *Geométrie*, en se servant de l'Instrument même (*Fig.* 192. & *Fig.* 196.) je cherche la parabole AP 14, qui peut frapper sur ce point 14; je tire la paralelle R 14 à l'horisontale : j'éléve sur le point R (qui est le centre ou le milieu de cette amplitude de la parabole par rapport au point 14) la perpendiculaire PR, laquelle passera par le sommet P de cette parabole : faisant RS double de l'abcisse PR, elle sera la soûtangente, comme je l'ai démontré par la nature même du mouvement uniforme, & comme on le démontre aussi par la propriété de la parabole : or, puisque cette ligne RS est soûtangente, la ligne S 14 sera la tangente de la parabole au point 14, & par conséquent la direction du mobile sur ce point 14.

Nous avons dit que les chocs absolus sont à chaque instant dans

la raison de la vitesse que le mobile a dans cet instant; c'est-à-dire de l'espace F 14, qui est compris entre la pointe de l'éguille qui passe au point 14 à l'autre éguille qui lui est immédiatement superieure; donc je peux prendre cette ligne F 14, pour la force absoluë du choc sur ce point. Et décrivant avec cette ouverture F 14 un arc de cercle jusqu'à ce que cet arc coupe la tangente S 14, il est évident que la ligne OL lui étant égale, sera aussi l'expression de ce choc, aussi bien que sa direction : il ne reste plus qu'à tirer du point O, la perpendiculaire OL sur le plan incliné MN; cette perpendiculaire sera l'expression de la force relative du choc sur ce plan; ce qui est évident, puisqu'elle est le Sinus de l'angle d'incidence O, 14, L, du mobile sur le plan incliné MN, par rapport au Sinus total O 14, qui représente la force absoluë du choc.

En portant sur une échelle la distance OL, j'ai la force relative du choc, aussi bien que la force absoluë, en y portant la ligne O 14, & mesurant l'angle O, 14, L, j'ai l'angle d'incidence du mobile sur ce plan; ce qui étoit proposé.

On conçoit facilement qu'à quelque point A, 2, 3, 4, P, 14, &c. que fût placé le but, & quelque inclinaison déterminée differente de l'inclinaison MN qu'eût eu le plan, en operant de la même maniere, on eût également eu la force du choc absoluë & relative, aussi bien que l'angle d'incidence.

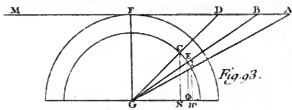
Pour une plus grande facilité, il faut ôter de l'Instrument l'alidade des éguilles, après avoir marqué le point S & le point 14, afin d'éviter l'embarras des éguilles.

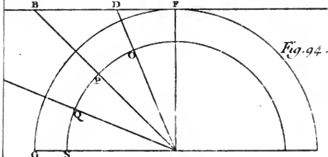
On tire un grand avantage de cet Instrument, qui n'a point d'équivalent par rapport à la durée du mouvement qu'il nous indique, ni par rapport à la force du choc absoluë & relative, aussi bien qu'à l'angle d'incidence qu'il détermine pour tous les cas possibles.

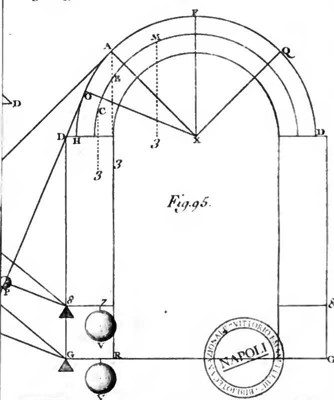
Je donnerai dans le Volume suivant le moyen de diviser l'alidade AC, eu égard à la résistance du plein, aussi bien que le rapport des éguilles entr'elles; ce qui sera d'une grande facilité; & dans ces cas l'Instrument n'en auroit encore aucun d'équivalent.

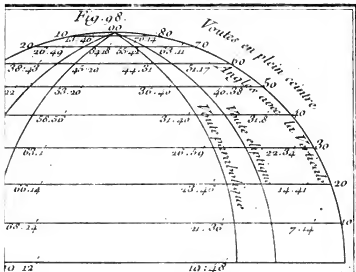
L'Auteur a eu l'honneur de présenter lui-même cet Instrument à Messieurs de l'Académie Royale des Sciences, qui lui ont donné leur approbation, & il leur en a démontré les usages & les avantages.

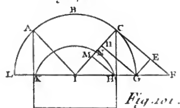

Fig.92.
X
C
S

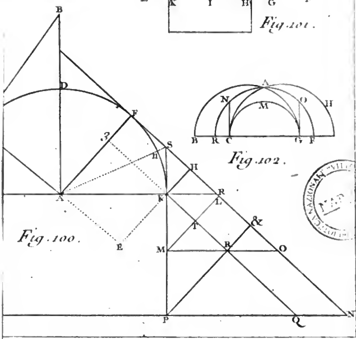

M
F
D
B
A
C
E
Fig.93.
G
N
w

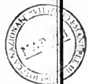

B
D
F
Fig.94.
O
P
Q
G
N


F
A
M
Q
B
O
C
D
D
H
3
X
D
3
3
Fig.95.
P
8
Z
8
V
G
R
G
V


Fig. 98.
Voutes en plein ceintre
Angles avec la Verticale
Voute elliptique
Voute parabolique


Fig. 101.


Fig. 100.


Fig. 102.



…3.
L

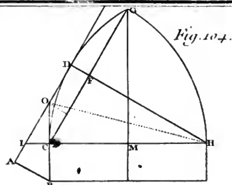
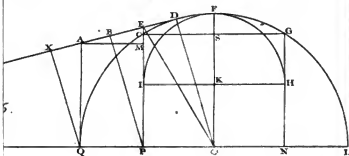


Fig.104.
G
D
F
O
I
C
M
H
A
B

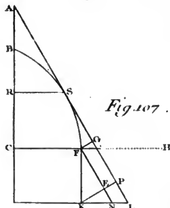


D
F
E
B
C
G
X
A
S
M
I
K
H
…5.
Q
P
O
N
L

…106.

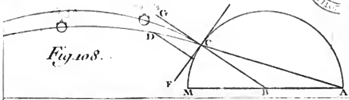


H
L
K
N
R



A
B
R
S
Fig.107.
C
O
F
H
E
P
K
N
L





G
D
C
Fig.108.
F
M
B
A

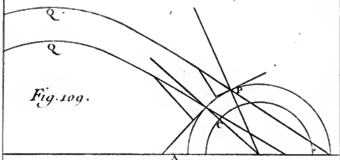


Fig. 109.

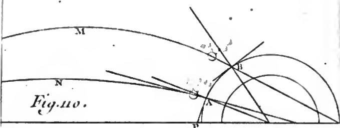


Fig. 110.

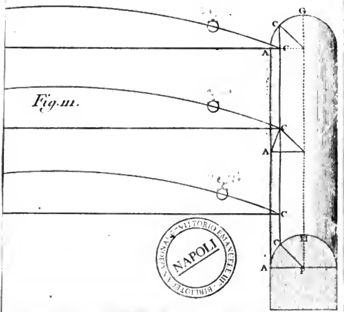


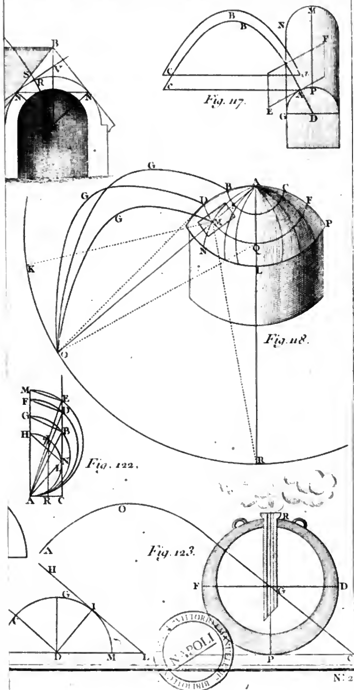
Fig. 111.



.112.

Fig.113.




Fig. 117.
Fig. 118.
Fig. 122.
Fig. 123.

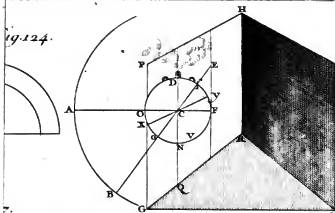


Fig.125.

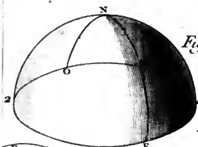


Fig.126.

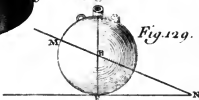


Fig.129.

P
R
g.128.
A

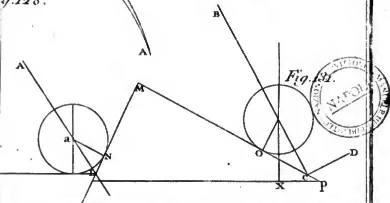


Fig.131.

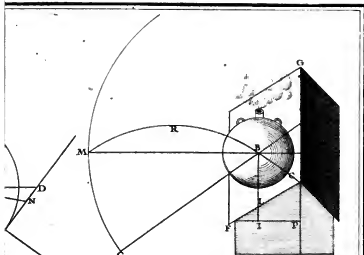


Fig. 132.

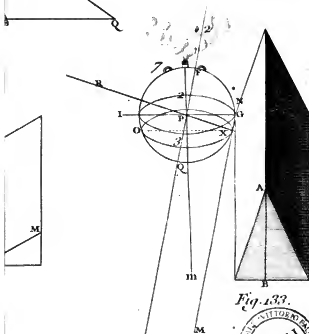
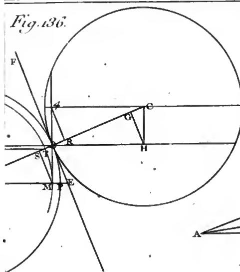


Fig. 133.





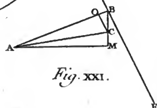
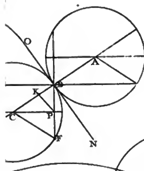


Fig. XXI.



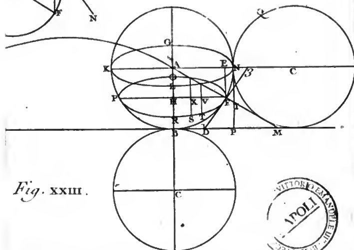


Fig. XXIII.



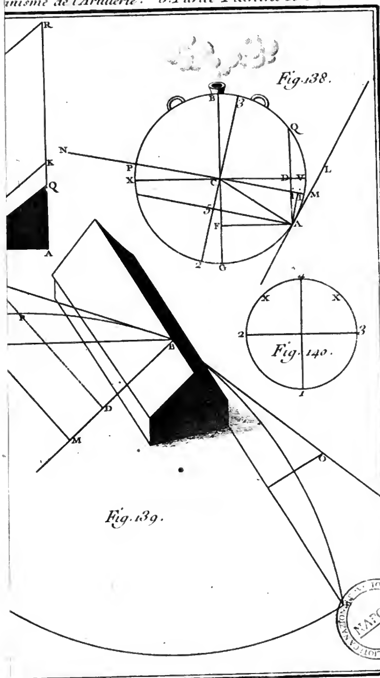
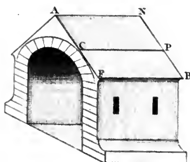

Fig. 138.
Fig. 139.
Fig. 140.

Fig. 147.

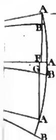
Fig. 152.

Fig. 148.

Fig. 150.



…s 153.



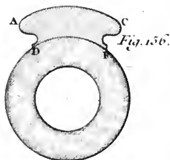


Fig. 156.

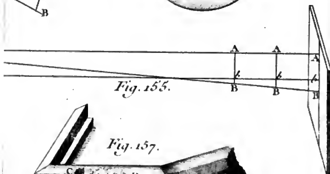


Fig. 155.

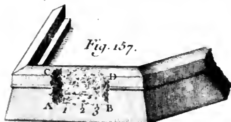


Fig. 157.

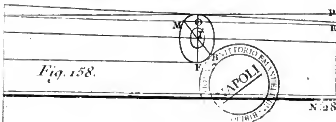


Fig. 158.

Fig. 159.

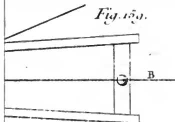


Fig. 160.

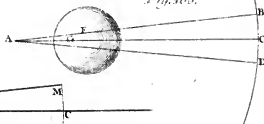


Fig. 162.

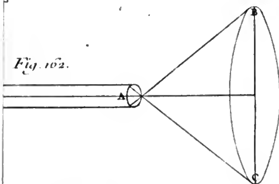
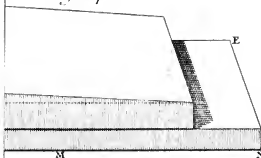


Fig. 164.





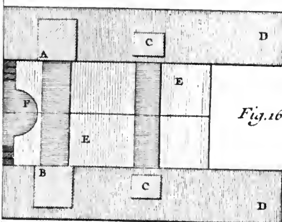


Fig. 165.

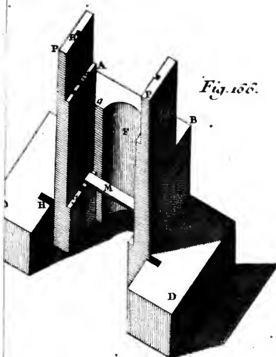


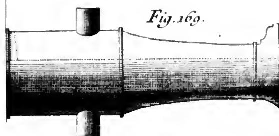
Fig. 166.

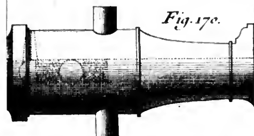


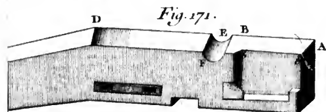
Fig. 167.

1 2 3 6 pieds.

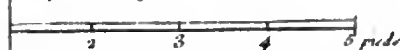








…helle pour les affûts de Canons





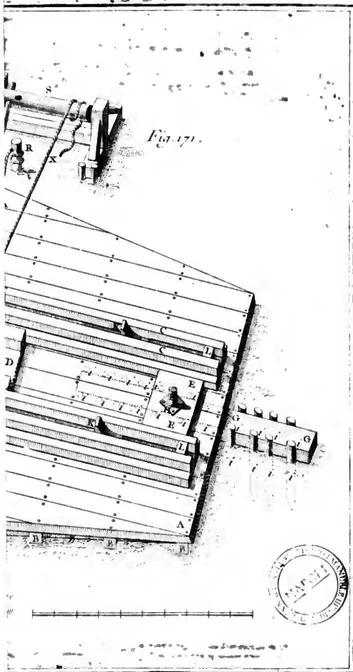

Fig. 171.
S
R
X
A
C
C
L
D
E
E
K
K
L
G
G
A
B
B

Fig. 175.

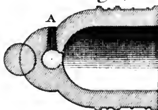


Fig. 176.

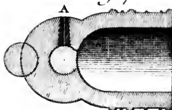
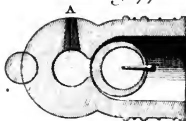


Fig. 177.





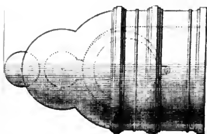


Fig. 178.

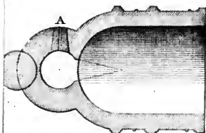


Fig. 179.

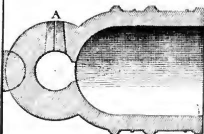


Fig. 180.



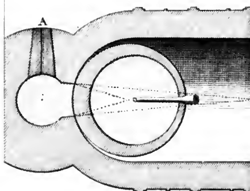


Fig.181.

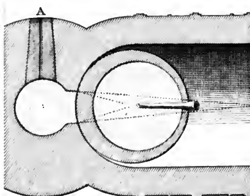


Fig.182.

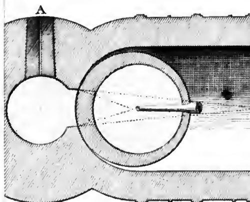
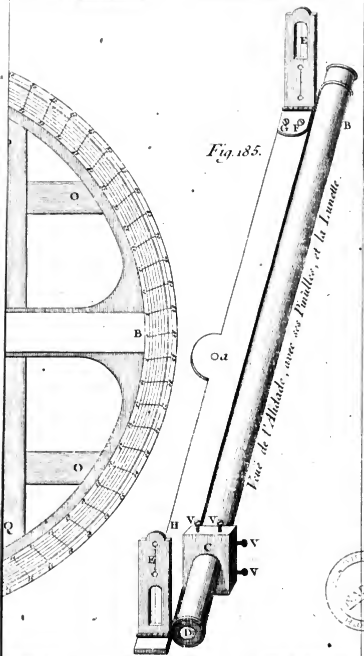
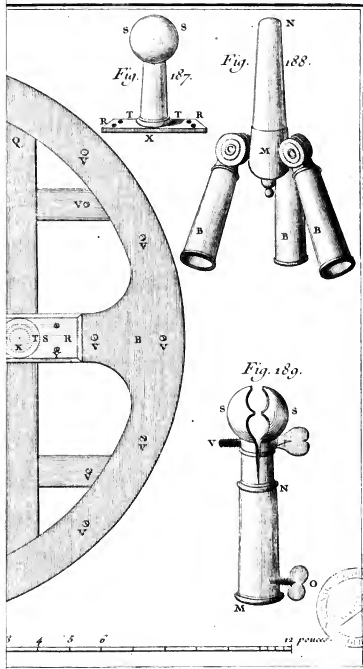
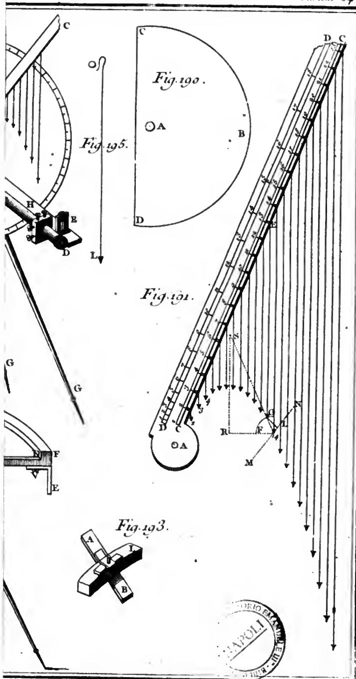


Fig.183.




E
G F
B
Fig. 185.
O
B
O a
Vue de l'Alidade, avec ses Pinulles, et la Lunette.
O
Q
H
V V
C
V
V
E
D


Fig. 187.
S
S
T
T
R
R
X
Fig. 188.
N
M
B
B
B
Fig. 189.
S
S
V
N
O
M
Q
V
Vo
V
X
T
S
R
V
B
V
V
V
V
3
4
5
6
12 pouces.


Fig. 190.
Fig. 191.
Fig. 193.
Fig. 195.

Il se trouve chez M. Lemaire le Fils, à l'enseigne du nouveau Quartier Anglois, Quay de l'Horloge du Palais, à Paris. Il l'a executé avec une éxactitude & une propreté qui lui ont merité des éloges de l'Académie Royale des Sciences.

Comme la longueur de l'alidade AC (*Fig.* 191.), surpasse d'environ 7 pouces, celle du rayon du demi cercle, les paraboles des projections ne seront pas toutes entieres dans le demi cercle : ce qui obligeroit à faire le rayon du demi cercle de 7 pouces de plus qu'il ne l'est afin que les paraboles soient entierement dans le plan du carton, ou bien d'ajouter un carton au demi cercle derriere l'alidade (ce qui suplée au demi cercle) pour ne pas rendre l'Instrument trop difficile à manier : je conseillerois néanmoins de faire le rayon du demi cercle de l'alidade AC (*Fig.* 191.), c'est-à-dire de 16 pouces ½ environ : dans ce cas l'alidade AC (*Fig.* 191.) resteroit la même ; & tout le reste devroit être augmenté à proportion. Le rayon cependant de 9 pouces & demi, comme nous avions dit, suffit pour la pratique : car les paraboles des projections sur des buts situés au niveau, & au-dessus du niveau de la batterie, sont toutes entieres dans le plan du carton ; & les projections qui peuvent arriver dans la pratique sur des buts situés au-dessous du niveau de la batterie, y sont aussi entiers dans le plan du carton : il ne reste dehors de ces paraboles, que la continuation de la parabole à l'infini, en supposant les hauteurs de la batterie au-dessus des buts toujours plus grandes à l'infini, ainsi que nous l'avons dit : mais eu égard aux hauteurs ordinaires d'où l'on peut avoir occasion de tirer, la plûpart des paraboles se trouvent dans le plan du carton : ce que la revolution de l'alidade des éguilles à l'entour de son centre sur l'Instrument, fera mieux comprendre sans autre explication.

FIN.



TABLE

DES SECTIONS, CHAPITRES & des principaux ſujets contenus dans cet Ouvrage.

PREMIERE PARTIE,

SUR LE ME'CANISME DE LA POUDRE.

Dans laquelle on examine la force de la Poudre, ſon effet, ſon action, ſon inflammation, d'où l'on tire des conſéquences pour la groſſeur, la figure, la doſe de la Poudre, pour la charge proportionnelle au poids des mobiles, pour la figure, l'épaiſſeur & la chambre de toutes les bouches à Feu.

SECTION PREMIERE,

SECTION SECONDE,

SECTION TROISIE'ME,

par

SECTION QUATRIE'ME,

SECONDE PARTIE, SUR LES PROJECTIONS.

SECTION PREMIERE,

SECTION SECONDE,

TROISIE'ME PARTIE,

SUR LES PERCUSSIONS.

T A B L E.

SECTION PREMIERE.

SECTION SECONDE,

SECTION TROISIE'ME,

Fin de la Table.



PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roy de France & de Navarre : A nos Amés & Feaux Conseillers les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Justiciers qu'il appartiendra : SALUT, Notre cher & bien amé le Sieur DULACQ, Capitaine d'Artillerie au Service de notre très cher frere le Roi de Sardaigne, Nous ayant fait remontrer qu'il souhaiteroit faire imprimer & donner au Public un Ouvrage qui a pour titre : *Théorie Nouvelle sur le Mécanisme de l'Artillerie*, par ledit Sieur DULACQ, s'il nous plaisoit lui accorder nos Lettres de Privilege sur ce nécessaires ; offrant pour cet effet de le faire imprimer en bon papier & beaux caracteres, suivant la feuille imprimée & attachée pour modele sous le contre-scel des Présentes. A CES CAUSES, voulant traiter favorablement ledit Sieur Exposant, & reconnoître son zele à procurer au Public les instructions, l'avantage & l'utilité necessaires dudit Ouvrage pour le service de l'Artillerie ; Nous lui avons permis & permettons par ces Présentes de faire imprimer ledit Ouvrage ci-dessus specifié, en un ou plusieurs volumes, conjointement ou séparement, & autant de fois que bon lui semblera, & de le faire vendre & debiter par tout notre Royaume pendant le tems de neuf années consecutives, à compter du jour de la date desdites présentes : Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance ; comme aussi à tous Libraires Imprimeurs & autres d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre, debiter ni contrefaire ledit Ouvrage ci-dessus exposé en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits sous quelque prétexte que ce soit d'augmentation, correction, changement de titre ou autrement, sans la permission expresse & par écrit dudit Sieur Exposant ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à nous, un tiers à l'Hôtel Dieu de Paris, l'autre tiers audit Sieur Exposant, & de tous dépens, dommages & interêts ; A la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris dans trois mois de la date d'icelles ; Que l'impression de cet Ouvrage sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que l'Impetrant se conformera en tout aux Reglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril 1725. & qu'avant que de l'exposer en vente, le Manuscrit ou Imprimé qui auront servi de copie à l'impression dudit Ouvrage, sera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée ès mains de notre très-cher & feal Chevalier le Sieur Daguesseau, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres ; & qu'il en sera ensuite remis deux exemplaires de chacun dans notre Bibliotheque Publique, un dans celle de notre Château

du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & feal Chevalier le Sieur Daguesseau, Chancelier de France, Commandeur de nos ordres; le tout à peine de nullité des Présentes: Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Sieur Exposant, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empechement: Voulons que la copie desdites Présentes, qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, soit tenue pour duement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & feaux Conseillers Secretaires, foi soit ajoûtée comme à l'original: Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous Actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant Clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires; Car tel est notre plaisir. Donné à Versailles le troisieme jour du mois de Février, l'an de grace mil sept cens quarante un, & de notre regne le vingt-sixiéme. Par le Roy en son Conseil.

SAINSON.

Registré sur le Registre X. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 448. fol. 449. conformément au Reglement de 1723. qui fait défense art. IV. à toutes personnes de quelque qualite qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, debiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement, & a la charge de fournir à ladite Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, huit Exemplaires prescrits par l'article 108. du meme Reglement. A Paris le quatre Février mil sept cent quarante-un.

SAUGRAIN, Syndic.

De l'Imprimerie de JACQUES CHARDON, ruë Galande. 1741.

LIVRES NOUVEAUX,

Qui se trouvent chez le même Libraire.

Ouvrages de M. l'Abbé DEIDIER.

NOUVEAU Cours de Mathématique très-utile pour élever les Commençans sans beaucoup de peine, à la connoissance de tout ce qu'il y a de plus profond dans les Mathématiques, contenant les Traitez suivans, qui se vendent séparement.

L'Arithmétique des Geométres, ou Nouveaux Elémens de Mathématiques, contenant l'Arithmétique, l'Algébre, l'Analyse, les Fractions decimales, les Logarithmes, &c. *in-quarto.*

La Science du Geométre, ou la Théorie & la Pratique de la Geométrie, où l'on trouve les Elémens d'Euclides, la Trigonométrie, la Planimétrie, la Longimétrie, le Nivellement, la Geodésie, le Toisé, la mesure des Solides & des Voutes, &c. *in-quarto*, avec 47 planches, 1740.

La Mesure des Surfaces & des Solides par les centres de gravité, & par l'Arithmétique des Infinis, *in quarto*, avec figures, 1740.

Le Calcul Différentiel & le Calcul Intégral expliquez & appliquez à la Geométrie, avec un Traité préliminaire de la résolution des Equations de tous les dégrez, & de leurs constructions : des lieux Geométriques, & de la résolution des Problêmes determinés & indeterminés, *in-quarto*, avec 26 planches, 1740.

La Mécanique générale pour servir d'Introduction aux Sciences Physico-Mathématiques, contenant la Mecanique Théorique & Pratique, la Statique, l'Hydrostatique, l'Aërometrie, l'Hydraulique, &c. *in-quarto*, avec 30 planches, 1741.

Traité complet de Perspective, contenant la Perspective vulgaire, la Perspective curieuse, l'Optique, la Dioptrique, & la Catoptrique, *in-quarto*, avec quantité de figures. *Sous presse.*

Le Parfait Ingenieur François, ou la Fortification réguliere suivant les Méthodes de M. le Maréchal de Vauban, avec les Systêmes du Baron de Coëhorn, du Chevalier de Ville, du Comte de Pagan, &c. & une nouvelle Méthode pour la fortification irréguliere : avec l'Attaque & la Deffense des Places suivant M. de Vauban. *Nouvelle édition* considerablement augmentée, *in-quarto*, avec cinquante planches. *Sous presse.*

Lettres d'un Mathématicien à un Abbé, au sujet de la divisibilité de la Matiere, *in-douze*, avec figures.

Dissertation sur l'estimation & la mesure des Forces Motrices des Corps. Par M. de Mairan Secretaire perpetuel de l'Académie des Sciences, *in-douze*, 1741.

Nouvelle réfutation de l'Hypothése des Forces Vives. Par M. l'Abbé Deidier. Pour servir de réponse à la Critique de Madame la Marquise D. C. sur la Dissertation précédente, *in-douze*, 1741.

Lettre de M. de Mairan, Secretaire perpetuel de l'Académie des Sciences, à Madame la Marquise D. C. au sujet des Forces vives *in-douze*, 1741.

Ouvrages de M. DE BELIDOR.

Nouveau Cours de Mathématique à l'usage de l'Artillerie & du Génie, *in-quarto*, avec 34 planches.

La Science des Ingenieurs dans la conduite des Travaux de Fortification, & d'Architecture civile, *in-quarto*, grand papier, avec ·2 planches.

Le Bombardier François, ou Nouvelle Méthode pour jetter les Bombes avec précision, avec un Traité des Feux d'Artifice, *in-quarto*, avec figures.

Architecture Hydraulique, ou l'Art de conduire, d'élever, & de distribuer les eaux

pour tous les besoins de la vie, en deux volumes *in-quarto*, grand papier, enrichis de cent grandes planches.

Tarif du Toisé, tant superficiel que solide, où l'on trouve les Calculs du Toisé tous faits sans mettre la main à la plume : avec le toisé des Batimens, suivant les US & Coutumes de Paris, & le toisé du Bout-avant. *Sous presse*, *in-octavo*.

Application de la Geométrie ordinaire & des Calculs differentiel & intégral à la resolution de plusieurs Problêmes. Par M. Robillard le fils, *in quarto*, avec figures, *sous presse*.

Traité Analytique des Sections Coniques, des Fluxions & Fluentes, appliqué à differens sujets de Mathématiques. Par M. Muller. Nouvelle édition traduite de l'Anglois, & augmentée considerablement par l'Auteur même, *in quarto*, avec figures. *Sous presse*.

Usages de l'Analyse de Descartes, pour découvrir sans le secours du Calcul differentiel, les proprietés ou affections principales des lignes Geométriques de tous les Ordres. Par M. l'Abbé de Gua, *in-douze*, avec figures, 17 o.

Astronomie Physique, ou principes généraux de la Nature appliqués au Mécanisme Astronomique, & comparés aux principes de la Philosophie de M. Newton. Par M. de Gamaches de l'Académie des Sciences, *in quarto*, avec beaucoup de figures, & orné de vignettes & de culs de lampe, 1740.

Idem. Nouveau Systême sur le mouvement, pour répondre à la question proposée par l'Académie des Sciences en 1720. *in-douze*, figures.

Isaaci Newton Philosophiæ Naturalis principia Mathematica, *cum commentario perpetuo*, en trois volumes *in-quarto*, avec figures, 1741. *Genevæ*.

Abregé de Geométrie à l'usage des Pages du Roi & des Officiers. Par M. le Blond Professeur des Mathématiques des Pages du Roi, *in douze*, avec figures.

Idem. Nouveaux Elémens de Fortification, composés pour l'instruction des jeunes Officiers, *in-douze*, avec beaucoup de figures, 1740.

Oeuvres de Mathématique & de Physique de M. Mariotte de l'Académie des Sciences, en deux volumes *in-quarto*, avec quantité de figures. Nouvelle édition. *La Haye*, 1740.

De l'Attaque & de la Deffense des Places. Par M. de Vauban, *in-quarto*, grand papier, avec de très belles planches. *La Haye*, 1737.

Memoires pour servir d'instruction dans la conduite des Siéges, & dans la deffense des Places. Par M. le Maréchal de Vauban, grand *in-quarto*, avec figures. *Leyde*, 1740.

Sentimens d'un Homme de Guerre sur le systême du Chevalier Folard, par rapport à la colomne & au mélange des differentes Armes, *in-quarto*, figures.

Nouvelle maniere de fortifier les Places sur un terrein sec ou humide. Par M. le Baron de Coëhorn. Nouvelle édition, *in-octavo*, avec quantité de figures. *La Haye*, 1741.

Nouvelle méthode pour apprendre à dessiner sans Maitre, où l'on trouve les Elémens du dessein, & le regles générales pour s'y perfectionner. Le tout accompagné de quantité d'exemples & de figures Académiques dessinées d'après Nature, *in-quarto*, grand papier, avec cent vingt planches, 1740.

Le grand Théatre de la Guerre des Pays-Bas, ou Recueil des Cartes & Plans des Villes, Batailles, Siéges, &c. avec une Carte generale & maritime de tous les Pays-Bas. Le tout recueilli par Fricx, grand *in-folio*.

25A



